

# MATE MÁTICAS FINANCIERAS

ARMANDO MORA ZAMBRANO  
VÍCTOR HUGO PRO ZAMBRANO

5ª EDICIÓN



ayudas  
adicionales  
en la web

0028660



### Armando Mora Zambrano

Ecuatoriano, ingeniero comercial, máster en Administración de Empresas (MBA), profesor universitario en instituciones de educación superior de prestigio, con más de treinta años de experiencia como docente y profesional. Es consultor, asesor y conferencista de temas relacionados con las matemáticas financieras, e investigador permanente en esta área, por lo que cada nueva edición trae innovaciones en el cálculo financiero.

### Víctor Hugo Pro Zambrano

Ecuatoriano, ingeniero mecánico, con una maestría en Gerencia y Liderazgo Educacional, profesor de Matemáticas por más de treinta años en la Universidad Central de Ecuador; también fue docente en la Pontificia Universidad Católica de Ecuador, en la Escuela Politécnica del Ejército y en la Universidad del Mar.

MTN 0000028660


511.3

M67

Mat

2019

Ej. 1

	
UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE	
BIBLIOTECA	
Via de adquisición:	COMPRA
Documento N°:	SIE-UTN-ADQ-3224A-2019
Fecha:	18-06-2019
Valor unitario:	28.00
Código de Barras:	064431
Anexo:	



# Matemáticas financieras

# Matemáticas financieras



ARMANDO MORA ZAMBRANO

VÍCTOR HUGO PRO ZAMBRANO



# Matemáticas financieras

Quinta edición

ALFAOMEGA   BOGOTÁ   ·   BUENOS   AIRES   ·   MÉXICO   D.F.



**Argentina**

Alfaomega Grupo Editor Argentino S.A.  
Avenida Córdoba 1215  
Piso 10, Buenos Aires, Argentina  
☎/Fax (54-11) 4811 7183 / 8352 / 0887  
ventas@alfaomegaeditor.com.ar

**Chile**

Alfaomega Grupo Editor S.A.  
Av. Prondencia 1443, Oficina 24, Santiago  
☎(56-2) 2235 4248 / 2947 9351 / 2235 5786  
agechile@alfaomega.cl

**Colombia**

Alfaomega Colombiana S.A.  
Calle 62 20-46, esquina, Bogotá  
☎(57-1) 746 0102  
cliente@alfaomegacolombiana.com

**México**

Calle Doctor Olvera n° 74, Colonia Doctores,  
Delegación Cuauhtémoc, Ciudad de México  
C.P. 06720  
☎(52-55) 5089 7740  
Fax (52-55) 5575 2420  
Sin costo 01-800-020-4396  
libreriaipitagoras@alfaomega.com.mx

www.alfaomega.com.co

- © Quinta edición, Bogotá, 2019
- © Alfaomega Colombiana S.A.
- © Armando Mora Zambrano, Víctor Hugo Pro Zambrano

Todos los derechos son reservados. Esta publicación no puede ser reproducida total ni parcialmente. No puede ser registrada por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electroóptico, fotocopia o cualquier otro, sin el permiso previo y por escrito de la editorial.

Portada: Ana Paula Santander + Camilo Umaña

ISBN 978-958-778-511-1

Hecho en Colombia  
Printed and made in Colombia

LISTA DE FIGURAS, TABLAS Y FÓRMULAS	XVII
DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS	XIX
MATERIAL WEB	XXX
PRÓLOGO	XXXI
PRESENTACIÓN	XXXIII

1	GENERALIDADES	1
1.1	Jerarquía de operaciones o reglas de prioridad de las operaciones	1
	<i>Ejemplos</i>	1
	<i>Ejemplo con radicales</i>	2
	<i>Ejemplos</i>	3
1.2	Porcentaje	4
1.2.1	Cómo calcular porcentajes	5
1.2.2	Aplicaciones	6
1.2.3	Descuento por compra al contado	6
1.2.4	Descuento por compra al contado con aplicación de impuestos	6
1.2.5	Cálculo del porcentaje del precio de costo	7
1.2.6	Cálculo del porcentaje sobre el precio de venta	7
	<i>Aplicación de porcentajes en Microsoft Excel</i>	8
1.3	Depreciación	8
1.3.1	Métodos de depreciación	9
	<i>1.3.1.1 Métodos de depreciación contable</i>	9
	<i>1.3.1.2 Métodos de depreciación económica</i>	9
	<i>1.3.1.3 Método de depreciación en línea recta</i>	10
	<i>Ejemplo de depreciación uniforme o línea recta</i>	11
	<i>Ejemplo de depreciación por unidades</i>	12
	<i>Ejemplo de aplicación de depreciación por unidades en Microsoft Excel</i>	12
	<i>Ejemplo de depreciación por número de horas</i>	14
1.3.2	Agotamiento	14
1.3.3	Logaritmos	15
1.3.4	Cálculo de $e$	15

	<i>Ejemplo para calcular</i>	18
	<i>Ejemplo aplicación del cálculo de i mediante Microsoft Excel</i>	19
<b>1.4</b>	<b>Progresiones</b>	21
1.4.1	Progresión aritmética	21
1.4.1.1	<i>Suma de una progresión aritmética</i>	22
	<i>Ejemplo de suma de una progresión aritmética</i>	23
	<i>Aplicación de progresiones aritméticas en Microsoft Excel</i>	23
1.4.2	Progresión geométrica	24
1.4.2.1	<i>Último término de una progresión geométrica</i>	24
	<i>Ejemplo progresión geométrica</i>	26
	<i>Aplicación de progresiones geométricas en Microsoft Excel</i>	26
1.4.2.2	<i>Progresión geométrica infinita</i>	27
<b>1.5</b>	<b>Ecuaciones</b>	28
1.5.1	Ecuaciones de primer grado	28
1.5.2	Ecuaciones de segundo grado	29
	<i>Ejemplo de resolución de una ecuación de segundo grado en Microsoft Excel</i>	30

---

<b>2</b>	<b>INTERÉS SIMPLE</b>	36
<b>2.1</b>	<b>Definición de interés</b>	36
<b>2.2</b>	<b>Definición de tasa de interés</b>	37
<b>2.3</b>	<b>Definición de interés simple</b>	37
2.3.1	Cálculo del número de días	38
2.3.1.1	<i>En forma aproximada</i>	38
2.3.1.2	<i>En forma exacta</i>	39
2.3.2	Variación del cálculo del interés	39
2.3.3	Interés exacto	39
2.3.4	Interés ordinario	39
2.3.5	Variación de la tasa de interés en función del tiempo	40
2.3.6	Procedimientos abreviados de cálculo	41
2.3.6.1	<i>Multiplicadores fijos</i>	41
2.3.6.2	<i>Divisores fijos</i>	42
2.3.7	Cálculo del capital	43
2.3.8	Cálculo de la tasa de interés	44
2.3.9	Cálculo del tiempo	46
2.3.10	Cálculo del monto a interés simple	47



2.3.11	Cálculo del valor actual a interés simple	48
2.3.11.1	<i>Deducción de la fórmula del valor actual</i>	49
2.3.12	Gráfica de tiempos y valores	49
	<i>Ejemplo caso A</i>	50
	<i>Ejemplo caso B</i>	51
	<i>Aplicaciones de interés simple en Microsoft Excel</i>	52
2.3.13	El interés sobre saldos deudores	55
	<i>Ejemplos de interés sobre saldos deudores</i>	58
	<i>Ejemplo de pagos parciales</i>	61
	<i>Aplicación del método "lagarto" en Microsoft Excel</i>	63
	<i>Aplicación del método "saldo deudores" en Microsoft Excel</i>	64
	<i>Aplicación "Buscar Objetivo" en Microsoft Excel</i>	65

3	DESCUENTOS	72
3.1	Descuento	72
3.2	Redescuento	73
3.3	Documentos de crédito	73
3.3.1	Letra de cambio	73
3.3.2	Pagaré	74
3.4	Otros documentos financieros	74
3.5	Descuento racional	74
	<i>Ejemplo de descuento racional</i>	75
	<i>Ejemplo de valor actual y descuento racional</i>	76
3.6	Descuento bancario, comercial o bursátil	76
	<i>Ejemplo descuento bancario</i>	77
	<i>Ejemplo de descuento racional</i>	78
3.6.1	Valor actual con descuento bancario, valor efectivo o bursátil	79
	<i>Ejemplos adicionales</i>	80
	<i>Ejemplo de descuento racional y descuento bancario</i>	81
3.6.2	Análisis de la relación descuento racional/descuento bancario y comparación entre tasa de interés y tasa de descuento	83
	<i>Ejemplo de descuento bancario</i>	86
	<i>Ejemplo de monto</i>	87
	<i>Aplicación de valor presente y descuento en Microsoft Excel</i>	88
	<i>Aplicación de descuento y cálculo de tiempos en Microsoft Excel</i>	90
	<i>Aplicación de la tasa de interés y de la tasa de descuento en Microsoft Excel</i>	91
	<i>Ejemplos adicionales</i>	91

<b>4</b>	<b>ECUACIONES DE VALOR Y CUENTAS DE AHORRO</b>	<b>96</b>
<b>4.1</b>	<b>Ecuaciones de valor</b>	<b>97</b>
4.1.1	Aplicaciones de las ecuaciones de valor	97
	<i>Ejemplo de ecuación de valor</i>	99
	<i>Ejemplo de valor único</i>	100
<b>4.2</b>	<b>Comparación de ofertas para comprar o vender</b>	<b>102</b>
	<i>Ejemplo de comparación de ofertas</i>	102
<b>4.3</b>	<b>Cálculo del monto de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo</b>	<b>103</b>
	<i>Ejemplo de cálculo de monto (depósitos vencidos)</i>	103
	<i>Ejemplo de cálculo de monto (depósitos anticipados)</i>	103
<b>4.4</b>	<b>Cálculo del valor presente de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo</b>	<b>104</b>
	<i>Ejemplos de valor presente</i>	104
	<i>Aplicación en Microsoft Excel</i>	105
<b>4.5</b>	<b>Cuentas de ahorro</b>	<b>108</b>
4.5.1	Sistema de cálculo de los intereses	109
4.5.2	Liquidación de intereses en cuentas de ahorro	110
	<i>Ejemplos de liquidación de intereses en cuentas de ahorro</i>	110
<b>4.6</b>	<b>Variación de la tasa de interés</b>	<b>117</b>
	<i>Aplicaciones de liquidación de intereses en Microsoft Excel</i>	117

<b>5</b>	<b>INTERÉS COMPUESTO</b>	<b>126</b>
<b>5.1</b>	<b>Definición de interés compuesto</b>	<b>127</b>
<b>5.2</b>	<b>Comparación entre interés simple e interés compuesto</b>	<b>127</b>
<b>5.3</b>	<b>Variables del interés compuesto</b>	<b>129</b>
<b>5.4</b>	<b>Fórmula del monto a interés compuesto</b>	<b>131</b>
5.4.1	Variaciones de la fórmula del monto en función de la tasa de interés   y las capitalizaciones.	133
	<i>Ejemplo de cálculo del monto</i>	134
	<i>Ejemplo de cálculo de monto e interés</i>	135
<b>5.5</b>	<b>Monto compuesto con periodos de capitalización fraccionarios</b>	<b>136</b>
	<i>Ejemplo del método matemático y del comercial</i>	137
<b>5.6</b>	<b>Aplicación de la capitalización continua en plazos menores de un año</b>	<b>138</b>
	<i>Ejemplo de capitalización continua</i>	138
<b>5.7</b>	<b>Tasas equivalentes</b>	<b>139</b>

5.7.1	Fórmula de equivalencia tasa nominal/tasa efectiva	140
	<i>Ejemplo de tasa equivalente</i>	142
	<i>Ejemplo práctico</i>	144
5.7.2	Fórmulas para tasas equivalentes con capitalización continua	144
	<i>Ejemplos de tasa efectiva</i>	144
5.8	<b>Alternativas de inversión comparando tasas de interés</b>	146
	<i>Ejemplos de determinación de la mejor opción</i>	146
	<i>Ejemplo de cálculo de tasas</i>	149
	<i>Ejemplo inverso</i>	150
5.9	<b>Tasa de interés anticipada</b>	150
5.10	<b>Cálculo de la tasa de interés</b>	152
5.10.1	Cálculo del tiempo en interés compuesto	155
5.10.2	El valor actual a interés compuesto o cálculo del capital	158
	<i>Ejemplos del cálculo de valor presente</i>	160
5.11	<b>Precio de un documento</b>	161
5.12	<b>Valor actual con tiempo fraccionario</b>	163
	<i>Ejemplo</i>	165
5.13	<b>Descuento compuesto</b>	167
	<i>Aplicaciones en Microsoft Excel</i>	169
	<i>Ejemplos utilizando las funciones financieras de Microsoft Excel</i>	170
5.14	<b>Ecuaciones de valor en interés compuesto</b>	173
	<i>Ejemplo</i>	174
5.15	<b>Comparación de ofertas</b>	175
	<i>Ejemplo</i>	175
5.16	<b>Reemplazo de las obligaciones por dos pagos iguales</b>	176
	<i>Ejemplos</i>	176
5.17	<b>Tiempo equivalente</b>	180
	<i>Ejemplo de tiempo equivalente</i>	181

---

6	<b>ANUALIDADES O RENTAS</b>	188
6.1	<b>Anualidades o rentas</b>	189
6.1.1	Clasificación de las anualidades o rentas	189
6.1.2	Tipos de anualidades según el tiempo	190
6.1.3	Tipos de anualidades según la forma de pago	190
6.2	<b>Anualidades vencidas</b>	191



6.2.1	Monto de una anualidad	192
6.2.2	Valor actual de una anualidad	193
	<i>Ejemplo de monto y valor actual</i>	195
6.2.3	Cálculo de la renta o pago periódico	196
	<i>Ejemplo de valor del depósito</i>	197
	<i>Ejemplo de valor de la cuota</i>	197
<b>6.3</b>	<b>Anualidades con capitalización continua</b>	198
	<i>Ejemplos</i>	199
6.3.1	Cálculo del número de periodos de pago	202
	<i>Ejemplo de acumulación de fondos o valor futuro</i>	203
	<i>Ejemplo de pago de deudas</i>	204
6.3.2	Cálculo de la tasa de interés (%)	205
	<i>Ejemplos de tasa de interés</i>	206
<b>6.4</b>	<b>Anualidades anticipadas</b>	208
6.4.1	El monto de las anualidades anticipadas	209
6.4.2	El valor actual de las anualidades anticipadas	210
	<i>Ejemplo</i>	211
<b>6.5</b>	<b>Anualidades generales</b>	212
	<i>Ejemplos</i>	212
<b>6.6</b>	<b>Anualidades diferidas</b>	214
	<i>Ejemplo</i>	214
<b>6.7</b>	<b>Gradientes</b>	214
	<i>Ejemplos de gradientes</i>	214
	<i>Aplicaciones en Microsoft Excel</i>	216

---

<b>7</b>	<b>AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN</b>	230
<b>7.1</b>	<b>Definición de amortización</b>	231
<b>7.2</b>	<b>Cálculo de la cuota o renta</b>	231
<b>7.3</b>	<b>Capital insoluto y tabla de amortización</b>	232
<b>7.4</b>	<b>Forma de elaboración de la tabla de amortización gradual</b>	233
<b>7.5</b>	<b>Cálculo del saldo insoluto</b>	234
<b>7.6</b>	<b>Reconstrucción de la tabla de amortización</b>	235
	<i>Ejemplo</i>	235

<b>7.7</b>	<b>Periodo de gracia</b>	236
	<i>Ejemplo</i>	237
<b>7.8</b>	<b>Derechos del acreedor y del deudor</b>	238
	<i>Ejemplo</i>	238
<b>7.9</b>	<b>Amortizaciones con reajuste de la tasa de interés</b>	239
	<i>Ejemplo</i>	239
<b>7.10</b>	<b>Cálculo de la renta cuando el periodo de pago no coincide con el de capitalización</b>	241
	<i>Ejemplo de amortización gradual con capitalización semestral</i>	241
	<i>Ejemplo de amortización gradual con capitalización continua</i>	241
<b>7.11</b>	<b>Fondos de amortización o de valor futuro</b>	242
	<i>Ejemplo</i>	242
<b>7.12</b>	<b>El saldo insoluto en fondos de amortización</b>	243
	<i>Ejemplos saldos insolutos</i>	244
	<i>Ejemplo de fondo de valor futuro con capitalización continua</i>	245
<b>7.13</b>	<b>La unidad de valor constante (UVC)</b>	246
7.13.1	Cálculo del ajuste de la UVC	246
	<i>Ejemplo</i>	247
<b>7.14</b>	<b>Métodos de amortización gradual</b>	247
7.14.1	Método francés	247
7.14.2	Método alemán	247
7.14.3	Método americano o al vencimiento	248
7.14.4	Método con seguro de desgravamen	248
	<i>Aplicaciones en Microsoft Excel</i>	248

---

<b>8</b>	<b>DOCUMENTOS FINANCIEROS</b>	260
<b>8.1</b>	<b>Sistema financiero</b>	260
8.1.1	Mercado de valores	263
8.1.2	Principales documentos financieros	263
8.1.3	Precio de los documentos financieros	265
	<i>Ejemplo</i>	265
	<i>Ejemplos documentos que se negocian en la bolsa de valores</i>	266
<b>8.2</b>	<b>Bonos</b>	267
8.2.1	Características	268
	<i>Ejemplo</i>	269

8.2.2	Fórmula para calcular el precio de un bono	269
	<i>Ejemplos</i>	270
8.2.3	Precio de un bono comprado o negociado entre fechas de pago de intereses	271
	<i>Ejemplo</i>	271
8.2.4	Interés reductible de un bono	272
8.2.5	Rendimiento de un bono	272
	<i>Ejemplo</i>	273
8.2.6	Bonos cupón cero	274
	<i>Ejemplo</i>	274
8.2.7	Otras clases de bonos	274
<b>8.3</b>	<b>Seguros</b>	274
8.3.1	Principios del seguro	277
	<b>8.3.1.1 El contrato de seguro</b>	278
8.3.2	Técnicas de distribución del riesgo asegurado	280
8.3.3	Tipos de reaseguros	281
	<i>Ejemplos de reaseguro proporcional, contrato cuota parte</i>	281
	<i>Ejemplo de indemnización</i>	282
	<i>Ejemplo de indemnización con restauración de la suma asegurada (RSA)</i>	283
<b>8.4</b>	<b>Tasa de interés real</b>	284
	<i>Ejemplos</i>	284
<b>8.5</b>	<b>Tasas de interés internacionales</b>	285
<b>8.6</b>	<b>Nociones sobre evaluación de proyectos</b>	286
8.6.1	Valor actual neto	286
8.6.2	Tasa interna de retorno	287
	<i>Ejemplos</i>	288
	<i>Aplicación en Microsoft Excel</i>	291

---

<b>9</b>	<b>DESARROLLO Y RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS</b>	297
<b>9.1</b>	<b>Capítulo 1</b>	297
9.1.1	Respuestas	297
9.1.2	Respuestas en Microsoft Excel	299
<b>9.2</b>	<b>Capítulo 2</b>	302
9.2.1	Respuestas	302
9.2.2	Respuestas en Microsoft Excel	306



<b>9.3</b>	<b>Capítulo 3</b>	<b>309</b>
9.3.1	Respuestas	309
9.3.2	Respuestas en Microsoft Excel	312
<b>9.4</b>	<b>Capítulo 4</b>	<b>315</b>
9.4.1	Respuestas	315
9.4.2	Respuestas en Microsoft Excel	321
<b>9.5</b>	<b>Capítulo 5</b>	<b>327</b>
9.5.1	Respuestas	327
9.5.2	Respuestas en Microsoft Excel	333
<b>9.6</b>	<b>Capítulo 6</b>	<b>337</b>
9.6.1	Respuestas	337
9.6.2	Respuestas en Microsoft Excel	340
<b>9.7</b>	<b>Capítulo 7</b>	<b>348</b>
9.7.1	Respuestas	348
9.7.2	Respuestas en Microsoft Excel	354
<b>9.8</b>	<b>Capítulo 8</b>	<b>370</b>
9.8.1	Respuestas	370
9.8.2	Respuestas en Microsoft Excel	374
9.8.3	Respuestas de los ejercicios de bono: Bolsa de Valores de Quito	378

# LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1.	Problema de porcentajes	8
FIGURA 1.2.	Tabla de depreciación para este problema	13
FIGURA 1.3.	Cálculo en Excel, para este ejercicio	20
FIGURA 1.4.	Cálculo en Excel de logaritmos	20
FIGURA 1.5.	Ejercicio de progresión aritmética	23
FIGURA 1.6.	Ejercicio de una progresión geométrica	26
FIGURA 1.7.	Ejercicio de una ecuación de segundo grado en Excel	30
FIGURA 1.8.	Ventana de Excel Buscar objetivo	30
FIGURA 1.9.	Ejercicio Buscar objetivo	31
FIGURA 2.1.	Tabla de cálculo del tiempo con variación de la tasa de interés	47
FIGURA 2.2.	Gráfico de tiempos y valores	50
FIGURA 2.3.	Gráfico de valor actual. 210 días	50
FIGURA 2.4.	Gráfico de valor actual. 180 días	51
FIGURA 2.5.	Fórmulas en Excel	52
FIGURA 2.6.	Aplicación de fórmulas en Excel	53
FIGURA 2.7.	Aplicación de fórmulas en Excel	53
FIGURA 2.8.	Aplicación de fórmulas en Excel	54
FIGURA 2.9.	Aplicación de fórmulas en Excel	54
FIGURA 2.10.	Aplicación de fórmulas en Excel. Fecha inicial y fecha final	54
FIGURA 2.11.	Aplicación de fórmulas en Excel. Fecha inicial y fecha final	55
FIGURA 2.12.	Reducción de la deuda	60
FIGURA 2.13.	Método "lagarto"	63
FIGURA 2.14.	Método "lagarto"	63
FIGURA 2.15.	Método "saldo deudores"	64
FIGURA 2.16.	Método "saldo deudores"	64
FIGURA 2.17.	Método "saldo deudores"	65
FIGURA 2.18.	Método "saldo deudores"	65
FIGURA 2.19.	Método "lagarto"	66
FIGURA 2.20.	Método "saldo deudores" o insolutos	66
FIGURA 2.21.	Método "saldo deudores" o insolutos	67
FIGURA 3.1.	Gráfico de descuento racional	75
FIGURA 3.2.	Gráfico de descuento racional y valor actual	76

FIGURA 3.3.	Gráfico de descuento bancario	78
FIGURA 3.4.	Gráfico de descuento racional	79
FIGURA 3.5.	Gráfico de valor efectivo	80
FIGURA 3.6.	Gráfico de descuento racional y descuento bancario	82
FIGURA 3.7.	Gráfico de descuento racional	83
FIGURA 3.8.	Excel: Definir nombre	88
FIGURA 3.9.	Excel: Ventana Nombre nuevo	89
FIGURA 3.10.	Descuento y cálculo de tiempos en excel	90
FIGURA 3.11.	Tasa de interés y descuento	91
FIGURA 3.12.	Tasa de interés y descuento	91
FIGURA 3.13.	Tasa de interés y descuento	92
FIGURA 4.1.	Gráfico de consolidación de deudas	98
FIGURA 4.2.	Gráfico de ecuación de valor. Pagarés	99
FIGURA 4.3.	Gráfico de valor único. Deuda única	100
FIGURA 4.4.	Gráfico de valor único. Deuda a día de hoy	101
FIGURA 4.5.	Gráfico de primera oferta	102
FIGURA 4.6.	Gráfico de segunda oferta	102
FIGURA 4.7.	Gráfico de tercera oferta	103
FIGURA 4.8.	Gráfico de ahorro con intereses	103
FIGURA 4.9.	Gráfico de ahorro con intereses	104
FIGURA 4.10.	Gráfico de valor presente	104
FIGURA 4.11.	Gráfico de valor presente	105
FIGURA 4.12.	Gráfico de monto y valor presente. Escenario 1	106
FIGURA 4.13.	Gráfico de monto y valor presente. Escenario 2	106
FIGURA 4.14.	Gráfico de monto y valor presente. Escenario 3	107
FIGURA 4.15.	Tabla en Excel	108
FIGURA 4.16.	Movimiento de la cuenta de ahorros	118
FIGURA 4.17.	Movimiento de la cuenta de ahorros	118
FIGURA 4.18.	Movimiento de la cuenta de ahorros	119
FIGURA 4.19.	Movimiento de la cuenta de ahorros	120
FIGURA 5.1.	Comparación gráfica interés simple/interés compuesto	129
FIGURA 5.2.	Comparación gráfica monto interés simple/interés compuesto	129
FIGURA 5.3.	Deducción de la fórmula del monto en interés compuesto	132
FIGURA 5.4.	Tabla comparativa entre la tasa de interés anticipada y la tasa de interés vencida	152
FIGURA 5.5.	Gráfico valor actual en interés compuesto	159



FIGURA 5.6.	Gráfico de valor presente	160
FIGURA 5.7.	Gráfico de valor presente	161
FIGURA 5.8.	Gráfico de valor presente	162
FIGURA 5.9.	Gráfico matemático de valor presente	163
FIGURA 5.10.	Gráfico comercial de valor presente	165
FIGURA 5.11.	Gráfico del monto y valor actual exacto del ejemplo	165
FIGURA 5.12.	Gráfico de monto y valor actual comercial	166
FIGURA 5.13.	Monto compuesto de capital	169
FIGURA 5.14.	Monto compuesto de capital	169
FIGURA 5.15.	Valor presente en Excel	169
FIGURA 5.16.	Excel: ventana Argumentos de la función	170
FIGURA 5.17.	Valor presente en Excel	171
FIGURA 5.18.	Excel: ventana Argumentos de la función	171
FIGURA 5.19.	Tasa efectiva en Excel	171
FIGURA 5.20.	Tasa nominal en Excel	172
FIGURA 5.21.	Excel: ventana Argumentos de la función	172
FIGURA 5.22.	Tasa nominal en Excel	172
FIGURA 5.23.	Hallar el tiempo de depósito en Excel	173
FIGURA 5.24.	Gráfico de ecuación de valor en interés compuesto	173
FIGURA 5.25.	Gráfico de consolidación de deudas	174
FIGURA 5.26.	Gráfico de consolidación de deudas	174
FIGURA 5.27.	Gráfico de valor actual	175
FIGURA 5.28.	Gráfico de valor actual	176
FIGURA 5.29.	Gráfico de ecuación de valor y valor actual	176
FIGURA 5.30.	Gráfico de consolidación de deudas	177
FIGURA 5.31.	Gráfico de consolidación de deudas, fecha focal 60 meses	178
FIGURA 5.32.	Gráfico de consolidación de deudas, fecha focal 24 meses	179
FIGURA 5.33.	Cálculo del ejemplo del tiempo equivalente	181
FIGURA 5.34.	Cálculo del pago único	181
FIGURA 6.1.	Gráfico de anualidad	189
FIGURA 6.2.	Gráfico de anualidad vencida	190
FIGURA 6.3.	Gráfico de anualidad anticipada	190
FIGURA 6.4.	Gráfico de anualidad diferida	191
FIGURA 6.5.	Gráfico de anualidad	192
FIGURA 6.6.	Gráfico de valor actual de una anualidad	193
FIGURA 6.7.	Gráfico del monto de la anualidad	195

FIGURA 6.8.	Gráfico del valor actual de la anualidad	195
FIGURA 6.9.	Gráfico de anualidad	205
FIGURA 6.10.	Gráfico de anualidad anticipada	208
FIGURA 6.11.	Gráfico de anualidad vencida	209
FIGURA 6.12.	Gráfico de anualidad anticipada	209
FIGURA 6.13.	Gráfico de valor actual de una anualidad anticipada	210
FIGURA 6.14.	Mensualidades en Excel	217
FIGURA 6.15.	Excel: ventana Argumentos de función	217
FIGURA 6.16.	Mensualidades en Excel	218
FIGURA 6.17.	Excel: ventana Argumentos de función	218
FIGURA 6.18.	Función NPER y Argumentos de función	219
FIGURA 6.19.	Función TASA y Argumentos de función	219
FIGURA 6.20.	Mensualidades en Excel	220
FIGURA 6.21.	Función VF y Argumentos de función	220
FIGURA 6.22.	Función NPER y Argumentos de función	221
FIGURA 6.23.	Gráfico de mensualidades	221
FIGURA 6.24.	Cálculo y fórmula de cuota uniforme en Excel	222
FIGURA 6.25.	Función PAGO y Argumentos de función	222
FIGURA 6.26.	Mensualidades y fórmula en Excel	223
FIGURA 6.27.	Mensualidades y fórmula en Excel	223
FIGURA 6.28.	Mensualidades y fórmula en Excel	224
FIGURA 7.1.	Comportamiento de una amortización	231
FIGURA 7.2.	Tabla de amortización	233
FIGURA 7.3.	Gráfico de saldo insoluto	234
FIGURA 7.4.	Reconstrucción de la tabla de amortización	235
FIGURA 7.5.	Tabla de amortización	236
FIGURA 7.6.	Gráfico del saldo insoluto después del pago 4	236
FIGURA 7.7.	Gráfico de periodo de gracia	237
FIGURA 7.8.	Gráfico de saldo insoluto	237
FIGURA 7.9.	Gráfico de mensualidades	239
FIGURA 7.10.	Amortización para periodos 1 y 2	240
FIGURA 7.11.	Reconstrucción de la tabla de amortización del periodo 17 hasta el 20	240
FIGURA 7.12.	Tabla de fondo de amortización o de valor futuro del ejemplo	243
FIGURA 7.13.	Gráfico de valor acumulado y saldo insoluto	244
FIGURA 7.14.	Tabla de fondo de amortización o de valor futuro del ejemplo	245
FIGURA 7.15.	Gráfico de valor presente	249



FIGURA 7.16.	Tabla de amortización en Excel	249
FIGURA 7.17	Gráfico de valor presente	250
FIGURA 7.18.	Tabla de amortización en Excel	251
FIGURA 7.19.	Tabla de amortización en Excel	251
FIGURA 7.20.	Gráfico de valor presente	252
FIGURA 7.21.	Tabla de amortización en Excel	253
FIGURA 8.1.	Gráfico de rendimiento	267
FIGURA 8.2.	Cálculo de la TIR en Excel	292
FIGURA 1.10.	Tabla en Excel	300
FIGURA 1.11.	Tabla en Excel	300
FIGURA 1.12.	Valor en libros	301
FIGURA 1.13	Tabla en Excel	301
FIGURA 1.14.	Tabla en Excel	302
FIGURA 1.15.	Tabla en Excel	302
FIGURA 2.22.	Tabla de cálculo del tiempo	304
FIGURA 2.23.	Tabla de cálculo del tiempo	305
FIGURA 2.24.	Solución gráfica del problema	305
FIGURA 2.25.	Tabla de cálculo del número	306
FIGURA 2.26.	Tabla de cálculo en Excel	307
FIGURA 2.27.	Tabla de cálculo en Excel	307
FIGURA 2.28.	Tabla de cálculo en Excel	307
FIGURA 2.29.	Tabla de cálculo en Excel	307
FIGURA 2.30.	Tabla de cálculo en Excel	308
FIGURA 2.31.	Tabla de cálculo en Excel y gráfica	308
FIGURA 2.32.	Tabla de cálculo en Excel y gráfica	308
FIGURA 3.14.	Solución gráfica	309
FIGURA 3.15.	Solución gráfica	310
FIGURA 3.16.	Solución gráfica del problema 6	311
FIGURA 3.17.	Solución gráfica	312
FIGURA 3.18.	Solución gráfica	313
FIGURA 3.19.	Tabla de cálculo en Excel	313
FIGURA 3.20.	Solución gráfica	313
FIGURA 3.21.	Tabla de cálculo en Excel	314
FIGURA 3.22.	Solución gráfica	314
FIGURA 3.23.	Tabla de cálculo en Excel	314
FIGURA 4.20.	Solución gráfica	316

FIGURA 4.21.	Solución gráfica	316
FIGURA 4.22.	Solución gráfica	317
FIGURA 4.23.	Solución gráfica de la primera propuesta	317
FIGURA 4.24.	Solución gráfica de la segunda propuesta	318
FIGURA 4.25.	Solución gráfica de la tercera propuesta	318
FIGURA 4.26.	Número de días	320
FIGURA 4.27.	Solución gráfica, primer escenario	321
FIGURA 4.28.	Solución gráfica, segundo escenario	322
FIGURA 4.29.	Tabla en Excel	322
FIGURA 4.30.	Solución gráfica	323
FIGURA 4.31.	Tabla en Excel	323
FIGURA 4.32.	Tabla en Excel	324
FIGURA 4.33.	Tabla en Excel	324
FIGURA 4.34.	Tabla en Excel	325
FIGURA 4.35.	Tabla en Excel	326
FIGURA 4.36.	Tabla en Excel	326
FIGURA 4.37.	Tabla en Excel	327
FIGURA 5.35.	Solución gráfica de problema	330
FIGURA 5.36.	Solución gráfica del problema	331
FIGURA 5.37.	Solución gráfica del problema	331
FIGURA 5.38.	Solución gráfica del problema	332
FIGURA 5.39.	Solución gráfica del problema	333
FIGURA 5.40.	Resolución del problema	333
FIGURA 5.41.	Resolución del problema	333
FIGURA 5.42.	Resolución del problema	334
FIGURA 5.43.	Resolución del problema	334
FIGURA 5.44.	Resolución del problema	334
FIGURA 5.45.	Resolución del problema	335
FIGURA 5.46.	Resolución del problema	335
FIGURA 5.47.	Resolución del problema	335
FIGURA 5.48.	Resolución del problema	335
FIGURA 5.49.	Solución gráfica del problema	336
FIGURA 5.50.	Resolución del problema	336
FIGURA 5.51.	Solución gráfica del problema	336
FIGURA 5.52.	Resolución del problema	337
FIGURA 5.53.	Resolución del problema	337

FIGURA 6.29.	Resolución del problema	340
FIGURA 6.30.	Resolución del problema	340
FIGURA 6.31.	Resolución del problema	340
FIGURA 6.32.	Resolución del problema	341
FIGURA 6.33.	Resolución del problema	341
FIGURA 6.34.	Resolución del problema	342
FIGURA 6.35.	Resolución del problema	342
FIGURA 6.36.	Resolución del problema	343
FIGURA 6.37.	Resolución del problema	343
FIGURA 6.38.	Resolución del problema	343
FIGURA 6.39.	Resolución del problema	344
FIGURA 6.40.	Resolución del problema	344
FIGURA 6.41.	Resolución del problema	345
FIGURA 6.42.	Resolución del problema	345
FIGURA 6.43.	Resolución del problema	345
FIGURA 6.44.	Resolución del problema	345
FIGURA 6.45.	Resolución del problema	345
FIGURA 6.46.	Expresión gráfica del problema	346
FIGURA 6.47.	Resolución del problema	346
FIGURA 6.48.	Resolución del problema	347
FIGURA 6.49.	Resolución del problema	347
FIGURA 6.50.	Resolución del problema	348
FIGURA 7.22.	Tabla de amortización, periodo 1 a 12	349
FIGURA 7.23.	Tabla de amortización, periodo 13 a 15	349
FIGURA 7.24.	Reconstrucción de la tabla de amortización en el periodo 11	350
FIGURA 7.25.	Solución gráfica del problema	353
FIGURA 7.26.	Tabla de amortización	354
FIGURA 7.27.	Tabla de amortización	354
FIGURA 7.28.	Tabla de amortización	355
FIGURA 7.29.	Tabla de amortización	355
FIGURA 7.30.	Tabla de amortización	356
FIGURA 7.31.	Tabla de amortización	356
FIGURA 7.32.	Tabla de amortización	357
FIGURA 7.33.	Tabla de amortización	357
FIGURA 7.34.	Tabla de amortización	358
FIGURA 7.35.	Tabla de amortización	358



FIGURA 7.36.	Tabla de amortización	358
FIGURA 7.37.	Tabla de amortización	359
FIGURA 7.38.	Tabla de amortización	359
FIGURA 7.39.	Tabla de amortización	360
FIGURA 7.40.	Tabla de amortización	360
FIGURA 7.41.	Tabla de amortización	361
FIGURA 7.42.	Tabla de amortización	361
FIGURA 7.43.	Tabla de amortización	362
FIGURA 7.44.	Tabla de amortización	362
FIGURA 7.45.	Tabla de amortización	363
FIGURA 7.46.	Tabla de amortización, Métodos francés y alemán	363
FIGURA 7.47.	Tabla de amortización, Método americano	364
FIGURA 7.48.	Tabla de amortización con desgravamen	365
FIGURA 7.49.	Tabla de amortización general	366
FIGURA 7.50.	Celda D5	366
FIGURA 7.51.	Tabla de amortización general	368
FIGURA 7.52.	Solución gráfica del problema	368
FIGURA 7.53.	Tabla de amortización general	368
FIGURA 8.3.	Solución gráfica del problema	372
FIGURA 8.4.	Tabla en Excel	374
FIGURA 8.5.	Tabla en Excel	374
FIGURA 8.6.	Tabla en Excel	374
FIGURA 8.7.	Tabla en Excel	374
FIGURA 8.8.	Tabla en Excel	375
FIGURA 8.9.	Tabla en Excel	375
FIGURA 8.10.	Tabla en Excel	375
FIGURA 8.11.	Solución gráfica del problema	375
FIGURA 8.12.	Solución gráfica del problema	376
FIGURA 8.13.	Tabla en Excel	376
FIGURA 8.14.	Tabla en Excel	376
FIGURA 8.15.	Solución gráfica del problema	377
FIGURA 8.16.	Tabla en Excel	377
FIGURA 8.17.	Solución gráfica del problema	377
FIGURA 8.18.	Tabla en Excel	378
FIGURA 8.19.	Tabla en Excel	378
FIGURA 8.20.	Tabla en Excel	380



FIGURA 8.21.	Tabla en Excel	381
FIGURA 8.22.	Tabla en Excel, parte (a)	382
FIGURA 8.23.	Tabla en Excel, parte (b)	383

# LISTA DE DE TABLAS

TABLA 1.1.	Valor en libros contables para este problema	11
TABLA 1.2.	Valor en libros contables para este ejemplo	12
TABLA 1.3.	Valor en libros contables para este ejemplo	14
TABLA 2.1.	Cálculo del tiempo	38
TABLA 2.2.	Cuotas o pagos mensuales	57
TABLA 3.1.	Cálculo de tiempos	78
TABLA 3.2.	Plazo y tiempos de descuento	80
TABLA 3.3.	Nombre de las celdas	89
TABLA 4.1.	Movimiento de ahorros	110
TABLA 4.2.	Número de días	111
TABLA 4.3.	Número de días	112
TABLA 4.4.	Número de días	113
TABLA 4.5.	Movimiento de la cuenta de ahorros	114
TABLA 4.6.	Número de días	115
TABLA 4.7.	Movimiento de la cuenta de ahorros del primer semestre	115
TABLA 4.8.	Movimiento de la cuenta de ahorros del primer semestre	116
TABLA 4.9.	Movimiento de la cuenta de ahorros del segundo semestre	117
TABLA 4.10.	Tabla de datos	124
TABLA 4.11.	Tabla de datos	124
TABLA 5.1.	Comparativo interés simple, interés compuesto (en \$)	128
TABLA 5.2.	Forma del cálculo de interés y monto compuesto	131
TABLA 5.3.	Tabla para interpolación	154
TABLA 6.1.	Resumen de la clasificación de las anualidades	191
TABLA 6.2.	Tabla de datos	206
TABLA 6.3.	Tabla de datos	207
TABLA 6.4.	Gastos mensuales del negocio de la panadería	215
TABLA 6.5.	Gastos mensuales del negocio de la panadería	215
TABLA 6.6.	Gastos proyectados en forma de gradientes	215
TABLA 6.7.	Gastos del ejemplo b	216
TABLA 8.1.	Reaseguros	281
TABLA 8.2.	Reaseguros	282
TABLA 8.3.	Reaseguros	282

TABLA 8.4.	Datos	283
TABLA 8.5.	Tasa de mercado	288
TABLA 8.6.	Tabla de flujos netos de caja	290
TABLA 8.7.	Valor actual neto por año	291
TABLA 8.8.	Flujo neto de caja	291
TABLA 3.4.	Cálculo del número de días	310
TABLA 3.5.	Cálculo del número de días	310
TABLA 3.6.	Cálculo del número de días	311
TABLA 3.7.	Cálculo del número de días	312
TABLA 8.9.	Datos del problema	373

# LISTA DE DE FÓRMULAS

Fórmula 1.1.	Último término de una progresión aritmética	21
Fórmula 1.2.	Suma de términos de una progresión aritmética	22
Fórmula 1.3.	Cálculo del último término de una progresión geométrica	24
Fórmula 1.4.	Suma de una progresión geométrica cuya razón es menor que 1	25
Fórmula 1.5.	Suma de una progresión geométrica cuya razón es mayor que 1	25
Fórmula 1.6.	Progresión geométrica infinita	28
Fórmula 2.1.	Interés simple	37
Fórmula 2.2.	Cálculo del capital cuando la tasa es anual y el tiempo en años	43
Fórmula 2.3.	Cálculo del capital cuando la tasa es anual y el tiempo en días	43
Fórmula 2.4.	Cálculo del capital cuando la tasa es semestral y el tiempo en días	43
Fórmula 2.5.	Cálculo del capital cuando la tasa es trimestral y el tiempo en días	44
Fórmula 2.6.	Cálculo del capital cuando la tasa es mensual y el tiempo en días	44
Fórmula 2.7.	Cálculo del capital cuando la tasa es diaria y el tiempo en días	44
Fórmula 2.8.	Cálculo de la tasa de interés anual y el tiempo en años	44
Fórmula 2.9.	Cálculo de la tasa de interés anual y el tiempo en días	45
Fórmula 2.10.	Cálculo de la tasa de interés semestral y el tiempo en días	45
Fórmula 2.11.	Cálculo de la tasa de interés trimestral y el tiempo en días	45
Fórmula 2.12.	Cálculo de la tasa de interés mensual y el tiempo en días	45
Fórmula 2.13.	Cálculo de la tasa de interés y el tiempo en días	45
Fórmula 2.14.	Cálculo del tiempo	46
Fórmula 2.15.	Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés anual	46
Fórmula 2.16.	Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés semestral	46
Fórmula 2.17.	Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés trimestral	47
Fórmula 2.18.	Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés mensual	47
Fórmula 2.19.	Fórmula del monto	48
Fórmula 2.20.	Valor actual a interés simple	49
Fórmula 2.21.	Cuota fija saldos deudores	57
Fórmula 2.22.	Cuota fija saldos deudores	58
Fórmula 3.1.	Fórmula de Descuento racional	75
Fórmula 3.2.	Descuento bancario	77
Fórmula 3.3.	Valor actual con descuento bancario	79
Fórmula 3.4.	Monto en función del valor actual con descuento bancario	80



Fórmula 3.5.	Calcular la tasa de interés en función de la tasa de descuento	85
Fórmula 3.6.	Calcular la tasa de descuento en función de la tasa de interés	85
Fórmula 5.1.	Monto en interés compuesto	132
Fórmula 5.2.	Interés compuesto	133
Fórmula 5.3.	Capitalización continua	134
Fórmula 5.4.	Ecuación de equivalencia	140
Fórmula 5.5.	De equivalencia con tasas de interés anticipadas	151
Fórmula 5.6.	Valor actual a interés compuesto	159
Fórmula 5.7.	Valor actual a interés compuesto en función de $m$ y $t$	159
Fórmula 5.8.	Valor actual con capitalización continua	159
Fórmula 5.9.	Descuento compuesto matemático	167
Fórmula 5.10.	Descuento compuesto bancario	168
Fórmula 5.11.	Tiempo equivalente	180
Fórmula 6.1.	Monto de una anualidad	193
Fórmula 6.2.	Valor actual de una anualidad ordinaria simple	194
Fórmula 6.3.	Renta de una anualidad en función del monto	196
Fórmula 6.4.	Renta de una anualidad en función del valor actual	197
Fórmula 6.5.	Cálculo del tiempo en función del monto de una anualidad	202
Fórmula 6.6.	Cálculo del tiempo en función del valor actual de una anualidad	203
Fórmula 6.7.	Cálculo de la tasa en función del monto	205
Fórmula 6.8.	Cálculo de la tasa en función del valor actual de una anualidad	206
Fórmula 6.9.	Progresión geométrica	209
Fórmula 6.10.	Monto de una anualidad anticipada	210
Fórmula 6.11.	Valor actual de una anualidad anticipada	211
Fórmula 7.1.	Saldo insoluto	234
Fórmula 7.2.	Cálculo del valor de la UVC	246
Fórmula 8.1.	Cálculo del precio de un bono	269
Fórmula 8.2.	Valor actual de una renta perpetua	277
Fórmula 8.3.	Cálculo de la tasa de interés real	284
Fórmula 8.4.	Cálculo de la tasa de interés con ajuste de inflación	284
Fórmula 8.5.	Cálculo del VAN	287
Fórmula 8.6.	Cálculo de la TIR.	288
Fórmula 8.7.	TIR por interpolación	291

## DEDICATORIA

Esta quinta edición de Matemáticas financieras va dirigida a los profesores de la disciplina que con su constancia y perseverancia siembran en sus alumnos el amor hacia los números, y permiten que estos estudios sean sencillos y de fácil aplicación en otras ciencias del saber humano, como también en la vida diaria.

Una especial dedicatoria, a todos nuestros estudiantes de ayer, que hoy son brillantes profesionales y que practican los conocimientos de matemáticas financieras en las diferentes áreas, por ejemplo, en la bancaria, la financiera y la contable.

Igualmente, esta edición la dedicamos a los nuevos lectores, para que tengan una herramienta fácil de utilizar que les permita entrar en el fascinante mundo del conocimiento, y tengan dónde consultar los temas relacionados con la matemática financiera y sus aplicaciones, para ello se ha incorporado la informática, con ejercicios y problemas.

Un agradecimiento profundo a los funcionarios de la Bolsa de Valores de Quito, a todos aquellos profesores, estudiantes y personas que nos colaboraron con información, tecnología y otros aportes que han permitido que esta edición se acople a las necesidades del mundo moderno.

## AGRADECIMIENTOS

En esta quinta edición presentamos nuestros agradecimientos eternos a los compañeros docentes y estudiantes de las universidades y escuelas politécnicas del Ecuador, de los institutos superiores; así como también a los colegios que tiene formación en administración, comercio, finanzas y contabilidad.

Es necesario destacar un agradecimiento especial a las universidades de Latinoamérica que han acogido esta obra, elaborada con amor, paciencia, constancia, iniciativa, creatividad y la sabiduría que se adquiere con la experiencia y los años vividos.

Una especial mención merecen en esta dedicatoria la Editorial Alfaomega, con la que hemos trabajado por muchos años, el Banco Central del Ecuador, la Bolsa de Valores, la Superintendencia de Bancos y Seguros, la Corporación Financiera Nacional y otras instituciones financieras y personas que de alguna manera nos motivaron y apoyaron para escribir esta nueva edición.

## MATERIAL WEB

Este libro cuenta con ayudas que puede descargar de Internet usando el siguiente vínculo:

[http://libroweb.alfaomega.com.mx/book/matematicas\\_financieras\\_5\\_edicion](http://libroweb.alfaomega.com.mx/book/matematicas_financieras_5_edicion)

# PRÓLOGO

Este libro está diseñado especialmente para que el lector pueda abordar, sin mayor dificultad, los conceptos básicos de las matemáticas financieras y de la hoja electrónica Excel, además de ejercitarse y evaluar su aprendizaje.

Para tal efecto, los capítulos se encuentran organizados del siguiente modo: se inicia con el desarrollo de los conceptos; estos van acompañados por problemas y situaciones –denominados Ejemplos–, y aplicaciones en la hoja electrónica Excel, que están destinados a ilustrar las nociones explicadas. A continuación, se proponen actividades de ejercitación y de autoevaluación con sus respectivas respuestas, para mejor control del aprendizaje. Cada capítulo termina con problemas resueltos en Excel y una sección de Actividades de repaso, donde se revisan los conceptos con la finalidad de que el lector pueda evaluar los conocimientos adquiridos.

Para las personas que deseen comparar los resultados con el empleo de los métodos tradicionales, o sea utilizando las tablas, en el portal de la editorial encontrarán las tablas financieras.





# PRESENTACIÓN

En la quinta edición de Matemáticas financieras se ha incorporado como coautor al ingeniero mecánico Víctor Hugo Pro Zambrano, distinguido catedrático universitario con una amplia trayectoria de investigación en el área, en especial los aspectos informáticos.

En este trabajo se incluye la utilización de la hoja electrónica Excel (2016), con aplicaciones en el manejo de fórmulas, construcción de tablas, la utilización del asistente de funciones financieras y, en especial, el uso de la función Buscar objetivo, para la resolución de los ejercicios y problemas de la matemática financiera.

El presente texto toma como base la cuarta edición del libro Matemáticas financieras, de Armando Mora, y se incorporan las herramientas informáticas al final de cada uno de los capítulos, desde lo más simple, y se profundiza de acuerdo con el avance del libro.

Contiene aspectos matemáticos teóricos que sirven como fundamento de los temas desarrollados mediante fórmulas, ejercicios y problemas de diferente tipo, tratados en forma ordenada en cada capítulo.

A lo largo del tiempo, desde la primera edición, debido a su lenguaje sencillo que permite un entendimiento adecuado de los temas tratados, esta obra ha sido un texto de consulta de la educación a distancia, para las clases presenciales y para las personas autodidactas.

El libro está organizado por capítulos, y en cada uno de ellos se incluyen: la presentación, con el escenario de aprendizaje; para quién y para qué, los objetivos generales y específicos por alcanzar, los fundamentos teóricos, las fórmulas, las actividades de ejercitación con las respuestas, las actividades de autoevaluación con el desarrollo de la solución de los ejercicios y problemas, y el planteamiento y desarrollo de problemas utilizando la hoja electrónica Excel.

En el primer capítulo se tratan generalidades como son las jerarquías de operaciones, el porcentaje, la depreciación, logaritmos, progresiones y ecuaciones.

El segundo capítulo versa sobre el interés simple, concepto, elementos, fórmulas de cálculo del interés, capital, tiempo, tasa de interés, monto, el interés sobre saldos deudores y las compras a plazo, y los respectivos ejercicios y problemas de aplicación.

En el tercer capítulo se analizan los descuentos de documentos financieros –racional o matemático y comercial o bancario–, la tasa de interés y la tasa de descuento, y sus comparaciones.

El cuarto capítulo desarrolla las ecuaciones de valor aplicadas a los problemas de matemáticas financieras, con las gráficas de tiempos y

valores, las ecuaciones de valor y las cuentas de ahorro, su descripción y liquidación de intereses.

En el capítulo quinto se trata el interés compuesto, su concepto, fórmulas de cálculo, el monto, las tasas de interés –nominal y efectiva–, la capitalización de los intereses, incluyendo la capitalización continua, el tiempo, el valor actual, las ecuaciones de valor y el tiempo equivalente.

El capítulo sexto analiza las anualidades: concepto, clasificación, fórmulas de cálculo del monto y del valor actual para formar capitales o para endeudamiento, el cálculo de la renta y los gradientes.

El capítulo séptimo contiene el cálculo de las amortizaciones y los fondos de valor futuro, el cálculo de la renta depósito o pago periódico, la elaboración de tablas de amortización gradual, los derechos del acreedor y del deudor, y tablas de formación de capitales o de valor futuro, su reconstrucción y las UVC.

El capítulo octavo se refiere a los documentos financieros negociables, los bonos, cálculo del precio de un bono, documentos que se negocian en las bolsas de valores, su forma de cálculo, nociones sobre seguros, la tasa de interés real, las tasas internacionales –Libor y Prime Rate–, nociones sobre evaluación de proyectos, VAN y TIR.

Cabe recalcar que en cada uno de los capítulos hay aplicaciones en el uso de la hoja electrónica Excel. Se han incorporado alrededor de ciento cuarenta problemas nuevos, que son resueltos por medio de la computadora, que incluyen problemas con los métodos de amortización: francés, alemán, y con seguro de desgravamen, método americano, problemas prácticos de precios y rendimiento de documentos financieros negociados en la Bolsa de Valores.

# Matemáticas financieras



# 1. GENERALIDADES

## Presentación

Antes de desarrollar los temas de este libro es conveniente realizar un breve repaso de conocimientos de matemáticas básicas, en especial de aquellos que se utilizarán con más frecuencia en el texto: jerarquías de operaciones, el porcentaje, la depreciación, los logaritmos, las progresiones y sus correspondientes aplicaciones. Este breve repaso conceptual y práctico facilitará la comprensión del resto de esta obra.

## Objetivo general

Lograr que el estudiante tenga las bases necesarias para asimilar el contenido de las matemáticas financieras.

## Objetivos específicos

- Explicar las jerarquías de operaciones para evaluar expresiones matemáticas.
- Conocer y aplicar el concepto de porcentaje.
- Efectuar aplicaciones reales de porcentaje en descuentos.
- Aplicar conceptos básicos de depreciación.
- Aplicar logaritmos a las variables  $n$  e  $i$ .
- Revisar conceptos de progresiones.
- Repasar ecuaciones básicas.
- Utilizar adecuadamente la hoja electrónica Excel.

### 1.1 Jerarquía de operaciones o reglas de prioridad de las operaciones

Para evaluar expresiones matemáticas es necesario seguir un orden establecido con la finalidad de garantizar que los cálculos solo tengan un único resultado. Este orden establecido se llama jerarquía de operaciones u orden de las operaciones, y son las siguientes:

- Primera jerarquía: se efectúan las elevaciones de potencia y las raíces.
- Segunda jerarquía: se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
- Tercera jerarquía: se efectúan las sumas y restas.

La calculadora o el computador, cuando encuentra valores en el mismo nivel de prioridad, realizará operaciones de izquierda a derecha.

## Ejemplos

Calcular el siguiente valor:

$$4+3*2-4/2+1$$

Se observa segunda y tercera jerarquía, se debe comenzar resolviendo las segundas jerarquías:

$$4+6-4/2+1$$

No se olvide que su medio electrónico realiza operación por operación.

El siguiente paso sería:

$$4+6-2+1$$

En este momento se tiene solamente tercera jerarquía, por tanto:

$$4+6-2+1$$

$$10-2+1$$

$$8+1$$

$$9$$

Calcule:

$$4+2^3-4/2-1$$

En primer lugar, hay que escribir en notación lineal o notación informática, que es la forma como se debe escribir en la hoja electrónica.

$$4+2^3-4/2-1$$

Observe que,  $2^3$  se escribe  $2^3$ .

En la expresión anterior se observa: primera, segunda y tercera jerarquías.

Resolviendo se tiene:

$$4+8-4/2-1$$

$$4+8-2-1$$

$$12-2-1$$

$$10-1$$

$$9$$

### Ejemplo con radicales

$$\text{Calcule } \sqrt{64} = 64^{1/2} = ?$$

En este ejercicio se solicita la raíz cuadrada del número 64, el radical se transforma en exponentes fraccionarios. A continuación, escribimos la información en la calculadora:

$$64^{1/2} = 32$$

Pero se sabe que la raíz cuadrada de 64 es 8 ( $8^2 = 64$ ), por tanto, la respuesta del reglón anterior está incorrecta, ¿qué está mal?

Como se ha recalado, el primer paso es revisar las jerarquías del ejercicio y se encuentran: primera y segunda jerarquía, entonces, se debe comenzar por la primera jerarquía.

$$64^{1/2}$$

Potencia, primera jerarquía; división, segunda jerarquía.

$$64^1 = 64$$

$$64/2$$

El resultado es 32.

Para encontrar la respuesta correcta se debe introducir un nuevo concepto: el *paréntesis*. Este signo es el que rompe la jerarquía, y se debe comenzar siempre con los paréntesis, no importa qué jerarquía esté en su interior. Los paréntesis, los corchetes y las llaves son signos de agrupación; en el presente texto se hace referencia solamente a los paréntesis. La calculadora y el computador los utilizan como signos de agrupación.

Volvemos a plantear el ejercicio, pero ahora en forma correcta:

$$64^{(1/2)}$$

La máquina comienza por el paréntesis, a pesar de que en su interior está un operador de menor jerarquía que el exterior.

$$64^{0,5} = 8$$

Observe que cada vez que se tenga un exponente *compuesto* es necesario el uso de paréntesis. ¿Qué se entiende como exponente compuesto? Antes de contestar miremos unos ejemplos:

- $5^2 = 25$ , en este caso el exponente es *simple*, es solamente un número.
- $16^{(1/4)}$ , en este caso el exponente es *compuesto*, está formado por más de un número y uno o más operadores. Entonces, este es un exponente compuesto.

Con estos antecedentes, las jerarquías tienen que volver a replantearse y quedan de la siguiente forma:

- En primer lugar, se llevan a cabo todas las operaciones que se encuentran dentro de signos de agrupación, como son los paréntesis.
- En segundo lugar, se resuelven las elevaciones de potencia y las raíces ( $^$ ;  $\sqrt{\phantom{x}}$ ).
- En tercer lugar, se efectúan las multiplicaciones y divisiones ( $*$ ;  $/$ ).
- Y, por último, se resuelven las sumas y restas ( $+$ ;  $-$ ).

### Ejemplos

- Escriba el presente ejercicio en notación informática



$$2 + 2^3 - 2 * 2 - \sqrt[3]{27}$$

Solución:

$$2 + 2^3 - 2 * 2 - 27^{(1/3)} = 3$$

- b. Dado el siguiente ejercicio,  $15x^2 + 7x - 2 = 0$ , calcule las raíces de la ecuación por medio de la fórmula cuadrática, con la notación informática.

$$\text{Fórmula cuadrática: } X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a}$$

$$X1 = (-b + (b^2 - 4 * a * c)^{(1/2)}) / (2 * a)$$

$$X1 = (-7 + (7^2 - 4 * 15 * -2)^{(1/2)}) / (2 * 15)$$

$$X1 = 1/5$$

$$X2 = (-b - (b^2 - 4 * a * c)^{(1/2)}) / (2 * a)$$

$$X2 = (-7 - (7^2 - 4 * 15 * -2)^{(1/2)}) / (2 * 15)$$

$$X2 = -2/3$$

Nota aclaratoria: el numerador y el denominador son compuestos, por esa razón se utilizan paréntesis.

## 1.2 Porcentaje

Con el término *porcentaje* o *tanto por ciento* se conoce la proporcionalidad que se establece en relación con cada cien unidades. Consiste en relacionar una cantidad con respecto a 100 y se expresa con el símbolo %.

Cualquier número expresado en forma decimal puede ser escrito como porcentaje colocando simplemente el punto decimal dos lugares a la derecha y agregando el símbolo %<sup>1</sup>.

Entonces:

- 5 % significa 5 unidades de cada 100.
- Se expresa  $\frac{5}{100} = 0,05$ .
- 50 % significa 50 unidades de cada 100.
- 0,5 % significa tomar 0,5 unidades de cada 100.

<sup>1</sup> Frank Jr. Ayres, Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos. México: McGraw-Hill, 1971, pp. 8.



$$\bullet \quad \frac{5}{100} = 0,05 = 5\% ; \frac{50}{100} = 0,5 = 50\% ; \frac{0,5}{100} = 0,005 = 0,5\%$$

El 100 % de una cantidad es la misma cantidad, pues se toma su totalidad. Es decir, el 100 % de 50 es 50.

Existe también el tanto por ciento fraccionario que se utiliza con frecuencia en las tasas de interés. Veamos:

$$\begin{aligned} \bullet \quad 3\frac{1}{5} &= 3,2\% = 0,032 \\ \bullet \quad 1\frac{1}{8} &= 1,125\% = 0,01125 \\ \bullet \quad 10\frac{1}{4} &= 10,25\% = 0,1025 \\ \bullet \quad 11\frac{1}{16} &= 11,0625\% = 0,110625 \\ \bullet \quad 9\frac{5}{16} &= 9,3125\% = 0,093125 \end{aligned}$$

### 1.2.1 Cómo calcular porcentajes

Se estudiarán los dos procedimientos más utilizados:

- a. Dado un porcentaje respecto de una cantidad, se trata de encontrar el valor resultante. En este caso se utiliza la regla de tres simple o se multiplica directamente la cantidad por el porcentaje, expresado en forma decimal: así, el 10 % de 900, por regla de 3 simple, será:

$$\begin{aligned} 900 &\rightarrow 100\% \\ x &\rightarrow 10\% \\ x &= \frac{(900)(10)}{100} = 90 \end{aligned}$$

$$\text{Directamente: } (900)(0,10) = 90$$

- b. Dada la cantidad resultante, ahora es necesario encontrar el porcentaje respecto de una cantidad. En este caso también se utiliza la regla de tres simple, o se divide la cantidad dada entre la resultante multiplicada por cien, como apreciamos a continuación:

¿Qué porcentaje de 500 es 60?

$$\begin{aligned} 500 &\rightarrow 100\% \\ 60 &\rightarrow x\% \\ x &= \frac{(60)(100)}{500} = 12\% \end{aligned}$$

¿De qué cantidad es 60 el 12 %?

$$60 \rightarrow 12\%$$

$$x \rightarrow 100\%$$

$$x = \frac{(60)(100)}{12} = 500$$

### 1.2.2 Aplicaciones

Las aplicaciones más comunes del porcentaje se dan en los siguientes casos: el descuento por compra al contado, el descuento por compra al contado con aplicación de impuestos, el cálculo de porcentaje del precio de costo y el cálculo del porcentaje sobre el precio de venta.

### 1.2.3 Descuento por compra al contado

Si queremos calcular el valor de la factura de venta de una cocina cuyo precio de lista es de \$ 350, sobre el cual se está ofreciendo el 12 % de descuento por venta al contado, llevamos a cabo el siguiente procedimiento:

Primero:

$$\begin{array}{rcl} \$ 350 & \text{precio de lista} & \\ - 42 & 12\% \text{ descuento } (350) (0,12) & \\ \hline \$ 308 & \text{valor de la factura} & \end{array}$$

Segundo:

$$\$ 350(1 - 0,12) = \$ 308$$

### 1.2.4 Descuento por compra al contado con aplicación de impuestos

Para calcular el valor de la factura de venta de un refrigerador cuyo precio de lista es de \$ 480, sobre el cual se ofrece el 15 % de descuento por compra al contado y, además, se le debe aplicar el 10 % de impuestos a las ventas, el procedimiento es el siguiente:

Primero:

$$\begin{array}{rcl} \$ 480,00 & \text{precio de lista} & \\ - 72,00 & 15\% \text{ descuento } (480) (0,15) & \\ \hline \$ 408,00 & \text{precio con descuento} & \\ \$ 40,80 & 10\% \text{ impuesto a las ventas } (408) (0,10) & \\ \hline \$ 448,80 & \text{Valor de la factura} & \end{array}$$

Segundo:

$$480,00(1 - 0,15) = \$ 408,00$$

$$408,00(1 + 0,10) = \$ 448,80$$

## 1.2.5 Cálculo del porcentaje del precio de costo

Si un comerciante desea calcular el precio de venta de un producto cuyo precio de costo es de \$ 25,00 y del cual desea obtener un beneficio del 20 %, debe realizar el siguiente procedimiento:

Primero:

$$\text{Precio de venta} = \text{Precio de costo} + \text{utilidad}$$

$$\text{Precio de venta} = 25,00 + 25,00(0,20)$$

$$\text{Precio de venta} = 25,00 + 5,00$$

$$\text{Precio de venta} = \$ 30,00$$

Segundo:

$$\text{Precio de venta} = 25,00 (1 + 0,20) = \$ 30,00$$

Ahora para expresar la utilidad hallada en el problema anterior como porcentaje del precio de costo y del precio de venta, tenemos:

Porcentaje sobre el precio de costo:

$$\begin{array}{l} 25,00 \rightarrow 100 \% \\ 5,00 \rightarrow x \% \end{array} \quad x = \frac{(5)(100)}{25} = 20 \%$$

Porcentaje sobre el precio de venta:

$$\begin{array}{l} 30,00 \rightarrow 100 \% \\ 5,00 \rightarrow x \% \end{array} \quad x = \frac{(5)(100)}{30} = 16,67 \%$$

## 1.2.6 Cálculo del porcentaje sobre el precio de venta

Con frecuencia, los comerciantes utilizan este procedimiento para calcular el precio de venta al cliente.

Por ejemplo, si se quiere calcular el precio de un par de zapatos que tiene un costo de \$ 12,00 y se busca una utilidad del 25 % sobre el precio de venta, se realiza el siguiente procedimiento:

$$\text{Precio de venta (PV)} = \text{Precio de costo (PC)} + \text{Utilidad}$$

$$\text{PV} - \text{Utilidad} = \text{PC}$$

$$\text{PV} - [0,25(\text{PV})] = 12,00$$

$$\text{PV}(1 - 0,25) = 12,00$$



$$PV(0,75) = 12,00$$

$$Utilidad = PV - PC = 16,00 - 12,00 = \$ 4,00$$

### Aplicación de porcentajes en Microsoft Excel

Un hospital, en el mes anterior, tuvo 350 pacientes en emergencias, de los cuales 250 corresponden al sexo femenino, 100 tuvieron fracturas, 50 complicaciones debidas a un resfriado, 25 accidentes de tránsito, y, el resto, debido a infecciones. Se pide calcular el porcentaje de hombres y mujeres que se acercaron a solicitar atención en emergencia y el porcentaje de cada uno de los casos atendidos en la misma sala del hospital.

Para resolver el problema se plantea una tabla de datos en Excel, de la siguiente forma (figura 1.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Pacientes	Fórmula	Porcentaje			Padecimientos		Porcentajes	
2	Hombres	100	=B4-B3	28,57%	=B2/\$B\$4	Fracturas	100	28,57%	=G2/\$G\$6
3	Mujeres	250		71,43%	=B3/\$B\$4	Resfriados	50	14,29%	=G3/\$G\$6
4	Total	350		100,00%	=B4/\$B\$4	Accidentes	25	7,14%	=G4/\$G\$6
5						Infecciones	175	50,00%	=G5/\$G\$6
6						Total	350	100,00%	=G6/\$G\$6

Figura 1.1. Problema de porcentajes

Datos: se tiene el número de pacientes en general, y la cifra de mujeres; hay que calcular el de hombres, que sería la resta del total menos los pacientes de género femenino; en la celda C2 se indica la fórmula utilizada en la celda B2 para su determinación. En la celda E2 se aprecia la fórmula empleada en la celda D2 para el cálculo del porcentaje de pacientes de género masculino. \$B\$4 significa celda absoluta (fijar celda). Como la fórmula escrita en la celda D2 se arrastra hasta la celda D4, es necesario fijar el denominador, por cuanto en todas las operaciones es el mismo.

### 1.3 Depreciación

“Es la pérdida de valor de un bien o activo (maquinaria, edificio, equipos, etc.), que sufren debido al uso, desgaste u otros factores”<sup>2</sup>.

“La depreciación es el proceso por el cual un activo disminuye su valor y utilidad con el uso o con el tiempo”<sup>3</sup>.

Para reemplazar el activo al fin de su vida útil, se establece un fondo; para ello se separa periódicamente cierta cantidad que debe ser igual al costo del

<sup>2</sup> Lincoyán Portus Govinden, *Matemática financiera*. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, pp. 190-196.

<sup>3</sup> Celio Vega, *Ingeniería económica*. Quito: Mediavilla, 1983, pp. 10.



reemplazo. A fin de comprender mejor qué es la depreciación, se presentan algunas definiciones de los elementos que intervienen en ella.

*Vida útil:* es la duración probable de un bien o activo; se estima con base en la experiencia y los informes de expertos o fabricantes.

*Costo inicial:* valor del bien o activo en la fecha de compra.

*Valor de salvamento o valor residual:* valor que conserva el bien cuando ha dejado de ser útil.

*Cargo por depreciación:* depósitos periódicos que se realizan en el fondo para depreciación.

### 1.3.1 Métodos de depreciación

Existen diferentes métodos de depreciación que se clasifican en: métodos de depreciación contables y métodos de depreciación económica.

#### 1.3.1.1 Métodos de depreciación contable

Los métodos de depreciación contable se ajustan a la legislación vigente del país en que se apliquen: disposiciones normativas, leyes, reglamentos y otras, referidas a la depreciación y a las declaraciones de impuestos. Son fáciles de aplicar, no toman en cuenta los costos financieros ni la inflación, y son en moneda corriente. Entre ellos tenemos los siguientes:

- Método uniforme o de línea recta.
- Método de depreciación por unidad de producción.
- Método fondo de amortización.
- Método de la suma de los enteros que corresponden a los años de duración del bien o de la suma de dígitos decreciente.
- Método de depreciación por porcentaje fijo.
- Método de depreciación con intereses sobre la inversión.
- Agotamiento por unidad de producción.

#### 1.3.1.2 Métodos de depreciación económica

Los métodos de depreciación económica tratan de determinar el valor de la depreciación que recupere el capital invertido en los activos y genere los fondos suficientes para reponerlos, cuando sea conveniente, a los precios vigentes en el mercado.

Sus características principales son:

- Relativamente complicados de aplicar.

- Toman en cuenta los costos de capital de la empresa, la inflación y el precio de reposición de los equipos.
- Reflejan la realidad económica de la empresa.
- Aconsejables para la toma de decisiones de la empresa<sup>4</sup>.

Estos métodos de depreciación económica, a pesar de ser más complicados, presentan valores más reales y permiten tomar previsiones justas para el reemplazo de los equipos o bienes. Para efectuar los cálculos utilizan la tasa de inflación, los valores reales, las tasas de impuestos, la tasa de interés, el costo del activo y el valor residual, entre las principales variables. En este texto no se estudiarán los métodos de depreciación económica, puesto que corresponden al contenido de otras materias afines.

Sin restar mérito a ninguno de ellos, pues todos son importantes y aplicables a diferentes tipos de análisis, se estudiarán los métodos de depreciación contables, en especial el método de depreciación en línea recta, por ser el de mayor uso.

### 1.3.1.3 Método de depreciación en línea recta

“Este método consiste en tomar cada año, para el activo considerado, un valor de depreciación constante”<sup>5</sup>.

Supone que la depreciación anual es la misma para toda la vida útil y, en consecuencia, cada año se reservan valores iguales, de manera que, al finalizar la vida útil, se tenga un fondo de reserva que, sumado al valor de salvamento del bien, alcance para su reposición.

El valor del depósito anual o cargo por depreciación puede calcularse con la fórmula:

$$\text{Carga por depreciación, años (CD)} \\ = \frac{\text{Costo inicial (CI)} - \text{Valor salvamento (vs)}}{\text{Número de años de vida útil (N)}}$$

Esta se utiliza en el caso de que la depreciación esté dada en función del número de años.

Cuando la depreciación se calcula en función de las horas de operación, puede utilizarse la fórmula:

---

<sup>4</sup> Ibid., p. 15.

<sup>5</sup> Ibid., p. 16.



$$\text{Cargo por depreciación, horas (CD)} = \frac{\text{Costo inicial (CI)} - \text{Valor salvamiento (vs)}}{\text{Número de hora de vida útil (N)}}$$

Cuando la depreciación se calcula en función del número de unidades producidas, se puede utilizar la fórmula:

$$\text{Cargo por depreciación, unidades (CD)} = \frac{\text{Costo inicial (CI)} - \text{Valor salvamiento (vs)}}{\text{Número de unidades de vida útil (N)}}$$

Es decir, únicamente cambia el denominador N, según la depreciación esté dada en función de los años, el número de horas o las unidades producidas.

#### **Ejemplo de depreciación uniforme o línea recta**

Para conocer el cargo por depreciación anual de una máquina que costó \$ 25.000, si su vida útil se estima en 10 años y su valor de salvamiento en el 10 % de su valor original, se realiza el siguiente cálculo:

$$(25.00)(0,10) = \$ 2.500(\text{valor de salvamiento})$$

$$CD = \frac{25.000 - 2.500}{10} = \$ 2.250$$

Podemos elaborar una tabla donde se exprese el valor en libros contables (tabla 1.1).

Tiempo	Cargo por depreciación \$	Fondo para depreciación \$	Valor en libros al final del año \$
			25.000
1	2.250	2.250	22.750
2	2.250	4.500	20.500
3	2.250	6.750	18.250
4	2.250	9.000	16.000
5	2.250	11.250	13.750
6	2.250	13.500	11.500
7	2.250	15.750	9.250
8	2.250	18.000	7.000
9	2.250	20.250	4.750
10	2.250	22.500	2.500

**Tabla 1.1.** Valor en libros contables para este problema

En la tabla 1.1 se observa que el fondo para depreciación se incrementa anualmente hasta alcanzar el valor requerido para reemplazar la maquinaria.

En cambio, el valor en libros va disminuyendo hasta llegar al valor de salvamento residual.

#### Ejemplo de depreciación por unidades

Una maquinaria industrial tuvo un costo inicial de \$ 1.400.000 y el valor de salvamento se calcula en \$ 200.000 después de producir 6.000.000 de unidades. Se quiere calcular el cargo por depreciación anual y elaborar la tabla de depreciación, si la producción anual se estima en 750.000 unidades; entonces:

$$CD = \frac{25.000 - 2.500}{10} = \$ 2.250$$

\$ 0,20 por unidad

Anualmente se tiene:  $(0,20)(750.000) = \$ 150.000$  (tabla 1.2).

Tiempo	Unidades producidas \$	Cargo por depreciación \$	Fondo para la depreciación \$	Valor en libros \$
				1.400.000
1	750.000	150.000	150.000	1.250.000
2	750.000	150.000	300.000	1.100.000
3	750.000	150.000	450.000	950.000
4	750.000	150.000	600.000	800.000
5	750.000	150.000	750.000	650.000
6	750.000	150.000	900.000	500.000
7	750.000	150.000	1.050.000	350.000
8	750.000	150.000	1.200.000	200.000

Tabla 1.2. Valor en libros contables para este ejemplo

En la práctica, el número de unidades producidas en el año puede variar; en ese caso se debe multiplicar el número de unidades por el cargo por depreciación unitaria y efectuar las sumas y restas en las columnas *Fondo para depreciación* y *Valor en libros* respectivamente.

#### Ejemplo de aplicación de depreciación por unidades en Microsoft Excel

Una empresa de caramelos compró una máquina para elaborar esferas de caramelo en \$ 56.818,18. El valor residual del aparato recién adquirido lo calculan en un 12 % del costo. En las especificaciones técnicas entregadas por el fabricante se estima que podrá producir 20.000.000 esferas de caramelos en su vida útil. Determinar la depreciación total, la depreciación por unidad producida y elaborar la tabla de depreciación, si la producción anual se estima en 2.000.000 unidades.



Solución:

$$\text{Depreciación total } DT = 56.818,18 - 0,12 * 56.818,18$$

$$DT = 50.000,00 \text{ dólares}$$

Cargo por depreciación

$$CD = \frac{(56.818,18 - 0,12 * 56.818,18)}{20.000.000}$$

$$CD = 0,0025 \frac{\text{dólares}}{\text{esfera producida}}$$

Anualmente se tienen:

$$0,0025 \frac{\text{dólares}}{\text{esfera producida}} * 2.000.000 \text{ esferas producidas} \\ = 5.000,00 \text{ dólares}$$

$$\text{Vida útil} = \frac{50.000,00}{5.000,00} = 10 \text{ años}$$

Tabla de depreciación (Figura 1.2)

	A	B	C	D	E
1	Tiempo	Unidades producidas	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación	Valor en libros
2					56.818,18
3	1	2.000.000,00	5.000,00	5.000,00	51.818,18
4	2	2.000.000,00	5.000,00	10.000,00	46.818,18
5	3	2.000.000,00	5.000,00	15.000,00	41.818,18
6	4	2.000.000,00	5.000,00	20.000,00	36.818,18
7	5	2.000.000,00	5.000,00	25.000,00	31.818,18
8	6	2.000.000,00	5.000,00	30.000,00	26.818,18
9	7	2.000.000,00	5.000,00	35.000,00	21.818,18
10	8	2.000.000,00	5.000,00	40.000,00	16.818,18
11	9	2.000.000,00	5.000,00	45.000,00	11.818,18
12	10	2.000.000,00	5.000,00	50.000,00	6.818,18

Figura 1.2. Tabla de depreciación para este problema

En la columna de tiempo se localizaron los números 1 y 2 en sus respectivas celdas; luego, con las dos celdas se formó un bloque y se arrastró hacia la celda A12, hasta que apareció el número 10. Fue así como se obtuvo la serie desde 1 hasta 10. En la celda B3 se colocó el número 2.000.000; a continuación, en la celda B4 se utilizó la fórmula = B3. Luego, se arrastró la celda B4 (para copiar) hasta B12, lo mismo se hizo con la celda C3, pero con la diferencia de que en C3 se puso el número 5.000. En la celda D3 se colocó el número 5.000,00, en D4 la fórmula = D3+C4 y está fórmula se arrastró hasta D12. En E2 se localizó el valor de la máquina, en E3 la fórmula E2-C3

y luego se arrastró hasta E12 para obtener el valor de salvamento o valor residual que es el 12 % del costo original.

### Ejemplo de depreciación por número de horas

Se quiere calcular el cargo por depreciación anual y, asimismo, elaborar la respectiva tabla para una maquinaria con un costo de \$ 240.000 y un valor estimado de salvamento de \$ 20.000, luego de 50.000 horas de operación. Se estima un promedio de 5.000 horas por año; entonces  $50.000/5.000 = 10$  años.

$$CD = \frac{24.000 - 20.000}{50.000} = \$ 4,40$$

5.000 horas al año por 4,40 = \$ 22.000 anuales (tabla 1.3).

Años	Horas de operación	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación	Valor en libros
				240.000,00
1	5.000	22.000,00	22.000,00	218.000,00
2	4.000	17.600,00	39.600,00	200.400,00
3	6.000	26.400,00	66.000,00	174.000,00
4	5.000	22.000,00	88.000,00	152.000,00
5	3.000	13.200,00	101.200,00	138.800,00
6	5.000	22.000,00	123.200,00	116.800,00
7	6.000	26.400,00	149.600,00	90.400,00
8	5.000	22.000,00	171.600,00	68.400,00
9	6.000	26.400,00	198.000,00	42.000,00
10	5.000	22.000,00	220.000,00	20.000,00

Tabla 1.3. Valor en libros contables para este ejemplo

### 1.3.2 Agotamiento

El agotamiento es la pérdida progresiva de un activo o bien debido a la reducción de su cantidad aprovechable (petróleo, minerales).

“El agotamiento, básicamente, tiene el mismo objetivo que la depreciación, con la diferencia de que se aplica a los yacimientos de recursos naturales no renovables”<sup>6</sup>.

La caída en desuso u *obsolescencia* se produce cuando, en razón de los avances de la técnica, se inventan nuevos equipos más económicos, rápidos y productivos, y quedan obsoletos los que estaban en uso, por lo que el tiempo de depreciación puede disminuir. Ejemplo: equipos de computación.

<sup>6</sup> Ibid., p. 14.



La *depreciación acelerada* que se da claramente en el ejemplo de los equipos de computación sucede cuando se requiere reemplazar un bien en menor tiempo del normal (aunque para esto se necesita una autorización del organismo fiscal o autoridad competente).

### 1.3.3 Logaritmos

De los logaritmos se estudiará la parte que tiene aplicación en la resolución de problemas de matemáticas financieras y, de ella, solo se analizarán aquellos que no pueden resolverse directamente y requieren explicación, aunque se utilicen para tal fin calculadoras electrónicas de bolsillo.

Abordamos el tema de los logaritmos de este modo en razón de la disponibilidad actual de calculadoras y lo extendido de su utilización. Asimismo, se presupone el conocimiento de los conceptos básicos por parte del lector.

### 1.3.4 Cálculo de $n$ e $i$

El cálculo de  $(1 + i)^n$ , que contiene dos variables:  $i$  y  $n$ , exige la aplicación de logaritmos, puesto que de otra manera puede ser difícil obtenerlo. Más adelante se estudiará que la variable  $i$  significa tasa de interés y  $n$  es el número de periodos. Es importante saber cuándo aplicar los logaritmos y cuándo utilizar las calculadoras electrónicas.

Dentro de la metodología de los logaritmos es bueno explicar la esencia de sus elementos, así: el logaritmo en base  $b$  de un número positivo  $N$   $\log_b N$  es el exponente  $L$ , de modo que  $b^L = N$ .

Todo logaritmo tiene una parte entera llamada *característica* y una parte decimal llamada *mantisa*.

Entonces, tenemos:

El logaritmo de 100 en base 10 es igual a 2.

$$\log_{10} 100 = 2, \text{ porque } 10^2 = 100$$

El logaritmo de 32 en el sistema de base 2 es 5.

$$\log_2 32 = 5, \text{ porque } 2^5 = 32$$

Un logaritmo en base 10.

$$\log 225 = 2,352183$$

en el que 2 es la característica y 0,352183, la mantisa

Un logaritmo con base en el número  $e$ . En la fórmula que se presenta a continuación se ha incluido la letra  $e$  al lado izquierdo.

$$e = \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right) = 2,718281828$$

$$\ln(100) = 4,605170186$$

En el texto se utilizarán los logaritmos *vulgares* o de base 10.

Una vez analizados los ejemplos anteriores, veamos algunos conceptos elementales que se deben tener presentes:

- a. El logaritmo de un producto de dos o más números positivos es igual a la suma de los logaritmos de dichos números.

$$\log(A)(B) = \log A + \log B$$

- b. El logaritmo del cociente de dos números positivos es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.

$$\frac{\log A}{B} = \log A - \log B$$

- c. El logaritmo de una potencia de un número positivo es igual al producto del logaritmo del número multiplicado por el exponente de la potencia.

$$\log A^n = n \log A$$

- d. El cologaritmo de un número es igual al logaritmo de su recíproco; se expresa como *colog*. Se utiliza para calcular el logaritmo de un número decimal menor que 1, o cuando el signo menos aparece delante de un logaritmo.

Calcule  $i$ :

$$(1 + i)^{18} = 3,379932$$

Se aplican logaritmos a los dos miembros:

$\log(1 + i)^{18} = \log 3,379932$  logaritmo de la potencia de una cantidad es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la cantidad:

$$18 \log(1 + i) = \log 3,379932$$

$$\log(1 + i) = \frac{\log 3,379932}{18}$$



$$\log(1+i) = \frac{0,528907962}{18}$$

$$\log(1+i) = 0,0293837$$

$$(1+i) = \text{antilog } 0,0293837$$

Se obtiene el antilogaritmo para encontrar el número.

$$(1+i) = 1,07$$

$$i = 1,07 - 1$$

$$i = 0,07 \text{ Respuesta: } i = 7\%$$

Igualmente, mediante calculadora, sin utilizar logaritmos, elevando a la potencia  $1/18$  ambos miembros, se puede obtener la respuesta:

$$(1+i)^{18/18} = 3,379932^{1/18}$$

$$(1+i) = 1,07$$

$$i = 1,07 - 1$$

$$i = 7\%$$

Calcule  $i$  para:

$$48,25 (1+i)^{-20} = \frac{7478,48473}{42,15} - 1$$

$$48,25 (1+i)^{-20} = 11,351951 - 1$$

$$(1+i)^{-20} = \frac{10,351951}{48,25}$$

$$(1+i)^{-20} = 0,214548$$

Al aplicar logaritmos:

$$\log(1+i)^{-20} = \log 0,214548$$

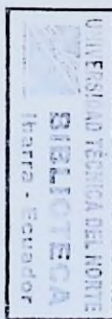
$$\log(1+i) = \log 0,214548$$

$$\log(1+i) = \frac{\log 0,214548}{-20}$$

$$\log(1+i) = \frac{-0,668475}{-20}$$

$$\log(1+i) = 0,033423$$

$$(1+i) = \text{antilog } 0,033423$$



$$(1 + i) = 1,08$$

$$i = 1,08 - 1$$

$$i = 0,08 \text{ Respuesta: } i = 8 \%$$

.Utilizando la calculadora:

$$(1 + i)^{18/18} = 3,379932^{1/18}$$

$$(1 + i) = 1,07$$

$$i = 1,07 - 1$$

$$i = 7 \%$$

**Ejemplo para calcular  $n$**

Ahora calcule  $n$ :

$$(1 + 0,05)^{-n} = 0,014339$$

Al aplicar logaritmos:

$$\log(1,05)^{-n} = \log(0,014339)$$

$$-n \log(1,05) = \log(0,014339)$$

$$-n = \frac{\log(0,014339)}{\log(1,05)}$$

$$-n = \frac{-1,843469}{0,021189}$$

Multiplicamos por (-1).

$$n = \frac{1,843469}{0,021189} = 87$$

$$n = 87 \text{ periodos}$$

No es necesario hallar antilogaritmo ya que  $n$  es el exponente.

Calcule  $n$  para:

$$\frac{(1,02)^n - 0,897096}{0,11} = 91,909667 - 2,20$$

$$(1,02)^n - 0,897096 = (91,909667 - 2,20)(0,11)$$

$$(1,02)^n = (89,709667)(0,11) + 0,897096$$

$$(1,02)^n = 9,868063 + 0,897096$$

$$(1,02)^n = 10,76516$$

Obtenemos logaritmos:

$$\log(1,02)^n = \log 10,76516$$

$$n \log(1,02) = \log 10,76516 = \frac{\log 10,76516}{\log(1,02)}$$

$$n = \frac{1,0320204}{0,00860017} = 120 \text{ periodos}$$

Calcule n:

$$(1 + 0,017)^n = 5,20$$

$$n \log(1,017) = \log 5,20$$

$$n = \frac{\log 5,20}{\log 1,017}$$

$$n = \frac{0,716003}{0,007320} = 97,8 \text{ periodos}$$

Calcule n con logaritmos naturales o neperianos:

$$(1 + 0,017)^n = 5,20$$

$$n \ln(1,017) = \ln 5,20$$

$$n = \frac{\ln 5,20}{\ln 1,017}$$

$$n = \frac{1,648658626}{0,01685711} = 97,8 \text{ periodos}$$

**Ejemplo aplicación del cálculo de i mediante Microsoft Excel**

Calcule el valor de i, utilizando la hoja electrónica Excel.

$$(1 + i)^{-15} = 0.25^1$$

Solución: se eleva a ambos lados a la potencia 1/15.

$$(1 + i)^{-15/15} = 0.25^{1/15}$$

Para calcular el lado derecho abrimos una hoja en Excel y nos dirigimos a *Insertar funciones*. En la nueva ventana que aparece optamos por: *o seleccionar una categoría: matemáticas y trigonométricas*, o *seleccionar una*



*función: Potencia.* Al dar un clic en *Potencia* aparecerá una nueva ventana que solicita dos argumentos: en *Número* colocamos 0,25 y en *Potencia* 1/15.

Al aceptar aparecerá en la celda el número 0,91172249

$$(1 + i)^{-1} = 0,91172249$$

$$1 + i = \frac{1}{0,91172249}$$

$$i = \frac{1}{0,91172249} - 1$$

$$i = 0,09682498$$

En el siguiente gráfico se aprecian las operaciones realizadas para el cálculo de  $i$  (figura 1.3).

	A	B
1	0,9117225	=POTENCIA(0,25;1/15)
2	0,096825	=1/A1-1

Figura 1.3. Cálculo en Excel, para este ejercicio

Calcule  $n$  empleando las funciones de Excel.

$$(1 + 0,055)^{-n} = 0,015$$

Al aplicar logaritmos se tiene:

$$\log(1 + 0,055)^{-n} = \log 0,015$$

$$-n \log(1,055) = \log 0,015$$

$$-n = \log(0,015) / \log(1,055)$$

$$n = 78,43939$$

Para calcular logaritmos abrimos una hoja de Excel; luego, en *Insertar Funciones*, escogemos la categoría de *Matemáticas y trigonométricas* y, a continuación, localizamos en seleccionar funciones: *LOG*. Al dar un clic, aparecerá una ventana que solicita dos argumentos: en *Número* ponemos 0,015 y en *base* el número 10, en este caso trabajamos con logaritmos vulgares. Luego repetimos con el número 1,055 (figura 1.4).

	A	B
1	-1,823909	=LOG(0,015;10)
2	0,0232525	=LOG(1,055)
3	-78,43939	=A1/A2

Figura 1.4. Cálculo en Excel de logaritmos

En la figura 1.4 se pueden observar las operaciones realizadas.

Si usted quiere trabajar con logaritmos naturales deberá optar por la función *LN*, y si elige base diez la función *LOG10*. Estas dos últimas funciones solamente piden un argumento: el *número*.

#### 1.4 Progresiones

Las progresiones son una serie de números o términos algebraicos en la que cada término posterior al primero puede obtenerse del anterior, sumándolo, multiplicándolo o dividiéndolo por una diferencia o razón común.

Con un criterio similar al expuesto sobre logaritmos, se estudiarán brevemente las progresiones y su aplicación en las matemáticas financieras. En este texto las progresiones se agrupan en tres categorías:

- Aritméticas.
- Geométricas.
- Geométricas infinitas.

##### 1.4.1 Progresión aritmética

Una progresión aritmética es una sucesión de números, llamados *términos*, en la que cualquier término posterior al primero puede obtenerse del anterior, sumándole (o restándole) un número constante llamado *diferencia común* (*d*). Así, por ejemplo:

4; 8; 12; 16; 20; ... *la diferencia común es 4*

80; 74; 68; 62; ... *la diferencia común es -6*

Observe la progresión:

$$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots a + (n - 1)d$$

En la que *a* es el primer término, *d* la diferencia común y *n* el número de términos.

Cada término se forma sumando al primero la diferencia común, tantas veces como el número de términos *menos uno* se busque.

El último término buscado está en función del número de términos *n*.

$$u = a + (n - 1)d$$

**Fórmula 1.1.** Último término de una progresión aritmética

Donde:

$u$  = último término  
 $a$  = primer término  
 $n$  = número de términos  
 $d$  = diferencia común

Así, para encontrar el vigésimo término de la progresión aritmética se tiene:

115; 112; 109; 106; ...

Utilizamos la fórmula  $u = a + (n - 1)d$

En donde  $a = 115$ ;  $n = 20$ ;  $d = -3$

$$u = 115 + (20 - 1)(-3)$$

$$u = 58$$

#### 1.4.1.1 Suma de una progresión aritmética

La suma de una progresión aritmética puede hallarse mediante una fórmula cuya deducción se presenta a continuación. Sea la progresión aritmética:

$$a; a + d; a + 2d; a + 3d; \dots a + (n - 2)d, a + (n - 1)d$$

Totalizando, se puede escribir:

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) \dots + (u - 2d) + (u - d) + u$$

Reordenando:

$$S = u + (u - d) + (u - 2d) \dots + (a + 2d) + (a + d) + a$$

Sumando (1) y (2) se tiene:

$$2S = (a + u) + (a + u) + (a + u) + \dots (a + u) \\ + (a + u) + (a + u)$$

En consecuencia, la suma de los términos de una progresión aritmética es igual a la mitad del número de términos multiplicada por la suma del primero más el último término.

$$2S = n(a + u)$$

Fórmula 1.2. Suma de términos de una progresión aritmética

Por ejemplo, para encontrar la suma de los treinta primeros términos de la progresión aritmética 15; 21; 27; 33; ...

$$2S = n(a + u)$$

es necesario calcular el último término.



$$a = 15$$

$$n = 30$$

$$d = 6$$

$$u = 15 + (30 - 1)(6)$$

$$u = 189$$

$$2S = 30(15 + 189)$$

$$S = 15(204)$$

$$S = 3.060$$

### Ejemplo de suma de una progresión aritmética

Apliquemos lo anterior a un problema.

Por la compra de una maquinaria, una empresa paga al final del primer año \$ 50.000, al final del segundo año \$ 45.000, al final del tercer año \$ 40.000, ¿cuánto pagará por la maquinaria si hace 10 pagos?

50.000; 45.000; 40.000; ... es una progresión aritmética cuya diferencia común es -5.000

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = 50.000 + (9)(-5.000) = 5.000$$

$$2S = n(a + u)$$

$$S = 5(50.000 + 5.000) = \$ 275.000$$

### Aplicación de progresiones aritméticas en Microsoft Excel

Construya en Excel una progresión aritmética de 7 términos, con el primer término igual a 2 y una diferencia común de 0,5, y calcule el valor de su suma (figura 1.5).

	A	B	C	D	E	F	G
1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
2		=A1+0,5					
3							
4	Suma de los 7 términos =		24,5	=SUMA(A1:G1)			

Figura 1.5. Ejercicio de progresión aritmética

En la celda A1 localizamos el número 2, en la celda B1 ponemos la fórmula = A1+0,5, damos entrada (*intro*) y copiamos esta celda arrastrando hasta la celda G1, y así tenemos la progresión solicitada.

Donde:

$u$  = último término  
 $a$  = primer término  
 $n$  = número de términos  
 $d$  = diferencia común

Así, para encontrar el vigésimo término de la progresión aritmética se tiene:

115; 112; 109; 106; ...

Utilizamos la fórmula  $u = a + (n - 1)d$

En donde  $a = 115$ ;  $n = 20$ ;  $d = -3$

$$u = 115 + (20 - 1)(-3)$$

$$u = 58$$

#### 1.4.1.1 Suma de una progresión aritmética

La suma de una progresión aritmética puede hallarse mediante una fórmula cuya deducción se presenta a continuación. Sea la progresión aritmética:

$$a; a + d; a + 2d; a + 3d; \dots a + (n - 2)d, a + (n - 1)d$$

Totalizando, se puede escribir:

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) \dots + (u - 2d) + (u - d) + u$$

Reordenando:

$$S = u + (u - d) + (u - 2d) \dots + (a + 2d) + (a + d) + a$$

Sumando (1) y (2) se tiene:

$$2S = (a + u) + (a + u) + (a + u) + \dots (a + u) \\ + (a + u) + (a + u)$$

En consecuencia, la suma de los términos de una progresión aritmética es igual a la mitad del número de términos multiplicada por la suma del primero más el último término.

$$2S = n(a + u)$$

Fórmula 1.2. Suma de términos de una progresión aritmética

Por ejemplo, para encontrar la suma de los treinta primeros términos de la progresión aritmética 15; 21; 27; 33; ...

$$2S = n(a + u)$$

es necesario calcular el último término.

$$a = 15$$

$$n = 30$$

$$d = 6$$

$$u = 15 + (30 - 1)(6)$$

$$u = 189$$

$$2S = 30(15 + 189)$$

$$S = 15(204)$$

$$S = 3.060$$

### Ejemplo de suma de una progresión aritmética

Apliquemos lo anterior a un problema.

Por la compra de una maquinaria, una empresa paga al final del primer año \$ 50.000, al final del segundo año \$ 45.000, al final del tercer año \$ 40.000, ¿cuánto pagará por la maquinaria si hace 10 pagos?

50.000; 45.000; 40.000; ... es una progresión aritmética cuya diferencia común es -5.000

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = 50.000 + (9)(-5.000) = 5.000$$

$$2S = n(a + u)$$

$$S = 5(50.000 + 5.000) = \$ 275.000$$

### Aplicación de progresiones aritméticas en Microsoft Excel

Construya en Excel una progresión aritmética de 7 términos, con el primer término igual a 2 y una diferencia común de 0,5, y calcule el valor de su suma (figura 1.5).

	A	B	C	D	E	F	G
1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
2		=A1+0,5					
3							
4	Suma de los 7 términos =		24,5	=SUMA(A1:G1)			

Figura 1.5. Ejercicio de progresión aritmética

En la celda A1 localizamos el número 2, en la celda B1 ponemos la fórmula = A1+0,5, damos entrada (*intro*) y copiamos esta celda arrastrando hasta la celda G1, y así tenemos la progresión solicitada.



Para calcular la suma de los 7 términos nos vamos a menú *Inicio*, y en *Editar* localizamos autosuma y marcamos el bloque A1:G1, tal como se aprecia en la figura 1.5.

#### 1.4.2 Progresión geométrica

“Es una sucesión de números tales que cada uno de ellos se deduce del anterior multiplicándolo o dividiéndolo por una cantidad constante llamada razón”<sup>7</sup>, así:

980; 490; 245; 122,5; 61,25; ... es una progresión geométrica descendente cuya razón es 0,5.

3; 9; 27; 81; ... es una progresión geométrica ascendente cuya razón es 3.

##### 1.4.2.1 Último término de una progresión geométrica

Sea la progresión geométrica:

$$a; ar; ar^2; ar^3; ar^4; ar^5; ar^6; \dots$$

el último término, cualquiera que este sea, será igual a  $ar^{10-1}$

Si se quiere encontrar el término 10 será:

$$u = ar^{10-1} = ar^9$$

Si se quiere hallar el último término será:

$$u = ar^{n-1}$$

Fórmula 1.3. Cálculo del último término de una progresión geométrica

Donde:

$u$  = último término

$a$  = primer término

$r$  = razón común

$n$  = número de términos

Calculemos entonces la suma de una progresión geométrica.

Sea la progresión:

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$

Al multiplicar por ( $r$ ) ambos miembros:

$$Sr = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

<sup>7</sup> Gran Diccionario Enciclopédico Universal. Valencia: Ortells, 1980.

Restando (2) de (1).

$$S - Sr = a + (ar - ar) + (ar^2 - ar^2) + (ar^3 - ar^3) + \dots$$

$$(ar^{n-2} - ar^{n-2}) + (ar^{n-1} - ar^{n-1}) - ar^n$$

Simplificando:

$$S(1 - r) = a - ar^n$$

$$S = \frac{a - ar^n}{(1 - r)} \quad r < 1$$

**Fórmula 1.4.** Suma de una progresión geométrica cuya razón es menor que 1

Al multiplicar por  $-1$  se obtiene la siguiente fórmula:

$$S = \frac{a - ar^n}{(1 - r)} \quad r > 1$$

**Fórmula 1.5.** Suma de una progresión geométrica cuya razón es mayor que 1

Entonces, para encontrar el término 10 y la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica 1.000; 1.500; 2.250; 3.375; ...

$$r = 1,5$$

$$u = ar^{n-1}$$

$$u = 1.000(1,5)^{10-1}$$

$$u = 1.000(1,5)^9$$

$$u = 38.443,359 \text{ es el término 10 de la progresión.}$$

Aplicamos la fórmula cuya razón es mayor que 1:

$$S = \frac{ar^n - a}{(1 - r)}$$

$$S = \frac{57.665,039r^n - 1.000}{(0,5)} = 113.330,08$$

De otra parte, para calcular el término 10 y la suma de los diez primeros términos de la serie: 100; 50; 25; .... aplicamos la fórmula:

$$r = 1,5$$

$$u = ar^{n-1}$$

$$u = 1.00(0,50)^9 = 0,195312$$

Utilizamos esta fórmula puesto que la razón es menor que 1.

$$S = \frac{a - ar^n}{(1 - r)}$$

$$S = \frac{100 - 100(0,5)^{10}}{(0,5)} = 199,80469$$

### Ejemplo progresión geométrica

Apliquemos: cierta maquinaria tiene un valor actual de \$ 90.000. Al final de cada año se deprecia un 12 %. Si se desea calcular su valor después de 10 años, se tiene:

Valor inicial: \$ 90.000.

Final del primer año:

$$90.000 - 90.000(0,12) = 90.000(1 - 0,12)$$

Final del segundo año:

$$90.000(1 - 0,12)(1 - 0,12) = 90.000(1 - 0,12)^2$$

Final del tercer año:

$$90.000(1 - 0,12)^2(1 - 0,12) = 90.000(1 - 0,12)^3$$

Si 90.000 el primer término, y  $r = (1 - 0,12)$

$$u = ar^{n-1}$$

$$u = 90.000(0,88)^9 = 0,195312$$

Valor al final del décimo año.

### Aplicación de progresiones geométricas en Microsoft Excel

Construya en Excel una progresión geométrica de 7 términos, con el primer término igual a 2 y una razón común de 1,5, y calcule el valor de su suma (figura 1.6).

	A	B	C	D	E	F	G
1	2		4,5	6,75	10,125	15,1875	22,78125
2		=A1*1,5					
3							
4	Suma de los 7 términos =		64,34375	=SUMA(A1:G1)			

Figura 1.6. Ejercicio de una progresión geométrica



## 1.4.2.2 Progresión geométrica infinita

Una progresión geométrica infinita es aquel tipo de progresión cuya razón es menor que 1, el número de términos es ilimitado, pero la suma de sus términos es cuantificable. Por ejemplo, en la progresión:

$$1; \frac{1}{5}; \frac{1}{25}; \frac{1}{125}; \dots$$

su razón es  $1/5$  y el número de sus términos es ilimitado. Consecuentemente, no hay último término, pero sí puede calcularse la suma de sus términos. A continuación se presenta la demostración.

Utilizamos la fórmula de la suma de una progresión geométrica cuya razón es menor que 1:

$$S = \frac{a - ar^n}{(1 - r)}$$

Separamos en dos quebrados con el mismo denominador:

$$S = \frac{a}{1 - r} + \frac{ar^n}{1 - r}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ar^n}{1 - r} = 0$$

Se le pueden dar valores a  $n$  cuando:  $n = 10$

$$\frac{1(0,20)^{10}}{1 - 0,20} = 0,000000128 = (1,28)(10^{-7})$$

$$n = 50$$

$$\frac{1(0,20)^{50}}{1 - 0,20} = (1,40737)(10^{-35})$$

$$n = 100$$

$$\frac{1(0,20)^{100}}{1 - 0,20} = (1,58456)(10^{-70})$$

Podemos apreciar, entonces, que cuando mayor es  $n$ ,  $\frac{ar^n}{1-r}$  tiende a cero; puede decirse que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ar^n}{1 - r} = 0$$

Luego, la suma de una progresión geométrica infinita puede calcularse con la siguiente fórmula:

$$S = \frac{a}{1 - r}$$

Fórmula 1.6. Progresión geométrica infinita

Al aplicar esta fórmula en la progresión  $1; \frac{1}{5}; \frac{1}{25}; \frac{1}{125}$  cuya razón es  $1/5$  y el número de términos ilimitado,

$$s = \frac{1}{1 - 0,20} = \frac{1}{0,80} = 1,25$$

Entonces, para encontrar la suma de todos los términos de la progresión:

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$r = 0,05$$

$$n = \infty$$

$$s = \frac{1}{1 - 0,50} = \frac{1}{0,50} = 2$$

## 1.5 Ecuaciones

Se sugiere al lector que revise en matemáticas básicas el tema referente a ecuaciones de primer grado, sistemas de ecuaciones con 1, 2 o 3 incógnitas y ecuaciones de segundo grado. De todos modos, a continuación se realizará una breve revisión de las principales ecuaciones que podrían utilizarse en el presente texto.

### 1.5.1 Ecuaciones de primer grado

$$\frac{2}{3}x = 8x + \frac{2}{3}x = 24 + \frac{2}{3}x$$

$$\frac{2}{3}x = 8x + \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x = 24$$

$$x = \frac{24}{8}$$

$$x = 3$$

Sistemas de ecuaciones:

$$(1) \quad 3x - 2y = 60$$

$$(2) \quad 6x + 4y = 24$$

Multiplicamos por dos la primera ecuación para igualar los términos. Al efectuar la suma tenemos:

$$\begin{array}{r} 6x - 4y = 120 \\ 6x + 4y = 24 \\ \hline 12x = 144 \\ x = 12 \end{array}$$

Reemplazando en (1).

$$3(12) - 2(y) = 60$$

$$36 - 2y = 60$$

$$-2y = 60 - 36$$

$$-2y = 24$$

$$y = \frac{24}{-2} = -12$$

Comprobación:

$$3(12) - 2(-12) = 60$$

$$36 + 24 = 60 \rightarrow 60 = 60$$

### 1.5.2 Ecuaciones de segundo grado

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 24}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{4}$$

Primera solución:

$$x = \frac{-1 + 5}{4}$$

$$x = \frac{4}{4} = 1$$

Segunda solución:

$$x = \frac{-1 - 5}{4}$$

$$x = \frac{-6}{4} = -1,5$$

### Ejemplo de resolución de una ecuación de segundo grado en Microsoft Excel

Determine una de las raíces de la siguiente ecuación, con la herramienta *Buscar objetivo* de Excel

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

En la celda B1 escribimos la fórmula:  $= 2 * A1^2 + A1 - 3$ , donde A1, representa el valor de  $x$ . Como el *software* trabaja con un proceso iterativo, el primer valor de  $x$  es 0, la respuesta lógica, en B1, es  $-3$  (figura 1.7).

	A	B	C	D
1	Valor de x	Ecuación	Fórmula en la celda B1	
2	0	-3	$=2*A2^2+A2-3$	

Figura 1.7. Ejercicio de una ecuación de segundo grado en Excel

### Función objetivo de la hoja electrónica Excel

Ahora procedemos de la siguiente manera: en la barra menú ubicamos *Datos*; en *Datos* ubicamos *Previsión* (Microsoft office 2016); dentro de ella, vamos a *Análisis de hipótesis*, damos un clic y se despliega una ventana, donde escogemos *Buscar objetivo*. En la nueva ventana se tiene (figura 1.8):

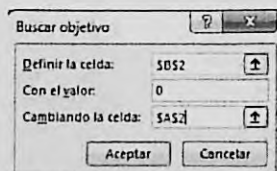


Figura 1.8. Ventana de Excel Buscar objetivo



En *Definir la celda* damos un clic en B2 donde está la fórmula del trinomio (observe que el *software* escribió  $\$B\$2$ ); en *Con el valor* ponemos el número cero (porque buscamos la raíz de la ecuación, y la ecuación es igual a cero); en *Cambiando la celda*, la celda A2, que corresponde a  $x$ . Como siguiente paso, *Aceptar* (figura 1.9):

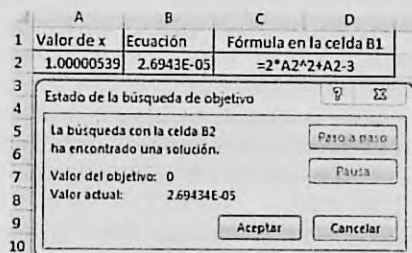


Figura 1.9. Ejercicio Buscar objetivo

En la nueva ventana, que observamos en la figura 1.9, aparecerá una raíz de la ecuación: 1,00 (redondeado), y el valor de la ecuación 0,00 (también redondeado). Por último, aceptamos la última ventana y ya tenemos una raíz de la ecuación.

El número  $2,6943E-05$  es igual a  $2,6943 \cdot 10^{-5} = 0,000026943$ , aproximadamente, este valor es igual a cero.

## Ejercicios

- Resuelva:
  - 3 % de 200
  - 7 ½ % de 800
  - 8 ⅞ % de 1.000
  - 6 1/16 % de 20.000
  - 15 ¼ % de 25.000
  - 15 ¼ % de 25.000
  - 25 ½ % de 90.000
  - 300 % de 3.000
  - 41 ¼ % de 5.000
  - 0,25 ⅞ % de 10.000
  - 0,05 % de 3.000.000
- ¿Qué porcentaje de
  - 1.000 es 250?
  - 10.000 es 85?
  - 40 es 0,50?
  - 4.000.000 es 500?
  - 0,90 es 0,0045?
  - 1,75 es 0,4375?
- ¿De qué cantidad es
  - 8 el 25 %?
  - 0,54 el 1,2 %?
  - 217,50 el 7 ¼ %?
  - 3.712,50 el 4 ⅞ %?
  - 44 el 3 ⅞ %?
  - 2.450 el 0,05 %?
- Una empresa ofrece a la venta refrigeradores cuyo precio de lista es de \$ 600,00, con un descuento del 20 % por venta al contado y con el 12 % de impuesto a las ventas. Calcule los siguientes ítems: a) el valor de la factura por pagar, b) el descuento efectivo, y c) el porcentaje efectivo que beneficia al cliente.

5. Una distribuidora comercial ofrece cocinas en promoción cuyo precio de lista es de \$ 450,00, con un descuento del 15 1/8 % por venta al contado, pero aplica el 12 % de impuesto a las ventas sobre el precio con descuento. Calcule: a) el valor de la factura por pagar, b) el descuento efectivo y el porcentaje real que se aplica al cliente.
6. Un comerciante compra mercadería por un valor de \$ 25.000,00 y la vende en \$ 30.000,00. Calcule los siguientes ítems: a) la utilidad, b) el porcentaje de esta en relación con el precio de costo, y c) el porcentaje en relación con el precio de venta.
7. Una empresa compra 30 millones de barriles de petróleo a \$ 45,00 el barril y los puede vender con las siguientes opciones:
  - a. Con una utilidad del 11 % del precio de costo; calcule el precio de venta.
  - b. Con una utilidad del 10 % del precio de venta; calcule el precio de venta.
  - c. ¿Cuál opción le produce mayor utilidad?
8. Una empresa distribuidora de gas compra este producto a \$ 0,85 el kilogramo, y lo vende con una utilidad del 25 % del precio de costo. Calcule: a) el precio de venta del kilogramo de gas, b) la utilidad.
9. Una distribuidora de gasolina compra este producto a \$ 1,50 el galón y lo vende con una utilidad del 20 % del precio de venta. Calcule: a) el precio de venta, b) la utilidad.
10. Calcule el cargo por depreciación anual de un equipo cuyo costo de compra fue de \$ 45.000,00, si su vida útil se estima en 12 años y su valor de salvamento en el 10 % de su valor de compra. Elabore una tabla en la que se exprese el valor en los libros contables.
11. Una maquinaria industrial tiene un costo inicial de \$ 36.000,00 y un valor estimado de rescate de \$ 2.000,00, después de producir 1.700.000 unidades. Calcule: a) el cargo por depreciación por unidad, b) el cargo por depreciación anual, y c) elabore la tabla de depreciación. La producción promedio se considera en 170.000 unidades por año.
12. Una máquina cuyo costo inicial fue de \$ 150.000,00, tiene un valor de rescate estimado del 10 % luego de 80.000 horas de operación. Calcule: a) el cargo por depreciación por hora, b) el cargo por depreciación anual, y c) elabore la tabla de depreciación. Se considera un promedio de 8.000 horas de operación al año.
13. Calcule  $i$ :
 

a) $(1 + i)^{180} = 5,99580$	b) $(1 + i)^{90} = 1,95909$
c) $(1 + i)^{-120} = 0,092892$	d) $8,35 + (1 + i)^{-180} = 12,50 - 3,88945$
e) $(1 + i)^{35} = 28,666723$	
14. Calcule  $n$ :
 

a) $(1 + 0,05)^n = 63,254353$	b) $(1 + 0,0125)^n = 2,107181$
c) $(1 + 0,09125)^n = 158,345924$	d) $(1 + 0,015)^{-n} = 0,1675232$

- e)  $(1 + 0,025)^{-n} = 0,1174098$       f)  $(1 + 0,005)^{-n} = 0,4732501$
15. Encuentre el término número 20 y la suma de los 20 primeros términos de las progresiones:
- a) 3; 5; 7; 9; ...      b) 0; 1/2; 1; 1 1/2; ...      c) -75; -60; -45; ...  
 d) -2; -2 3/4; -3 2/4; ...      e) 3; -1; -5; ...      f) 0; -3; -6; ...  
 g) -3; 2; 7; 12; ...      h) 0; 3x; 6x; ...      i) x; -6x; -13x
16. Una empresa desea la estabilidad de sus empleados y mantiene una política de incremento de salarios. Si el salario inicial de un nuevo empleado es de \$ 360,00 y se considera un incremento anual del 10 %, ¿cuál será el sueldo del empleado después de 20 años?
17. Una comercializadora tiene 12.750 clientes. Con un nuevo programa de ventas espera incrementar este número en 250 cada año, ¿cuántos clientes tendrá después de 10 años?
18. Una persona se compromete a pagar en forma ascendente durante 36 meses una deuda por la compra de un automóvil; el primer pago es de \$ 500,00; el segundo de \$ 510,00; el tercero de \$ 520,00 y así sucesivamente, ¿cuánto habrá pagado en total durante los 36 meses?
19. Encuentre el décimo término y la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:
- a) 2; 4; 8; 16; ...      b) -2; -6; -18; ...      c) -2; 4; -8; 16; ...  
 d) 3; 15; 75; ...      e) 1; 3; 9; ...
20. Una empresa tiene ventas de \$ 110.000 anuales y desea incrementar el 12 % anualmente. ¿Cuánto venderá al inicio del año 12?
21. Encuentre la suma de las siguientes progresiones infinitas:
- a) 2; 1; 0,5; ...      b) 1; 1/5; 1/25; 1/125; ...  
 c) 1; 1/4; 1/16; 1/64; ...      d) 2.000; 400; 80; ...
22. El monto de un depósito después de  $n$  años, cuando el interés es compuesto, está dado por la fórmula  $M = C(1 + i)^n$ . Si  $i$  es la tasa de interés y  $C$  es el capital inicial depositado: a) encuentre los tres primeros términos de la progresión, y b) determine la razón.
23. Si una persona deposita \$ 5.000,00 al 9 % de interés compuesto, acumulable anualmente, ¿cuánto habrá acumulado al finalizar el año 12?
24. Suponiendo que un documento paga el 8 % de interés compuesto anual; si se invierten \$ 25.000,00 ahora y luego de un tiempo se obtienen \$ 92.500,45, ¿cuánto tiempo ha transcurrido?
25. Halle el 25 % de 2.000.
26. ¿De qué cantidad es 900 el 30 %?
27. ¿Qué porcentaje de 8.000 es 50?
28. Un comerciante compra libros a \$ 25 y desea venderlos con una utilidad del 35 % del precio de costo. Calcule el precio de venta.
29. Un comerciante compra cuadernos a \$ 0,80 y desea venderlos con una utilidad del 20 % del precio de venta. Calcule el precio de venta y la utilidad.

30. Calcule  $i$ :  $(1 + i)^{60} = 10,519627$
31. Calcule  $n$ :  $(1 + 0,03)^n = 34,710987$
32. Calcule el término 15 y la suma de los 15 primeros términos de la progresión:

$$8; 15; 22; 29; \dots$$

33. Calcule el término 10 y la suma de los diez primeros términos de la siguiente progresión: 9; 27; 81; 243; ...
34. Despeje  $x$  en la ecuación:

$$(5 + 0,5x) + 8,5x - 2,5x - 48 = 12,5 + 4,5 + 1,5x$$

### Problemas en Microsoft Excel

Resuelva cada una de las siguientes operaciones en la hoja electrónica Excel. Trabaje solamente en una celda:

$$1. \frac{4+4}{4*2} = ?$$

$$2. \frac{3*2}{2+4} = ?$$

$$3. \frac{\frac{4+2}{3*2}}{\frac{5+5}{4*2+2}} = ?$$

$$4. \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} = ?$$

$$5. \frac{\sqrt[3]{27+2^4}}{\frac{3}{2+16^4}} = ?$$

Calcule los siguientes logaritmos utilizando las herramientas de Excel:

6.  $\log(355)$
7.  $\log_3(355)$ ;  $n(355)$
8.  $e^2$
9.  $8^3$
10.  $\sqrt{714025}$
11.  $|500 - 620|$
12. Un agente de bolsa propone a Esteban colocar 25 % de su capital en acciones de un supermercado muy prestigioso, 15 % en acciones de un súper-centro ferretero, 30 % en pólizas de acumulación y el resto en la



- compra de monedas de oro. Si Esteban piensa invertir \$ 15.000,00 en las pólizas de acumulación, ¿cuál es el valor total del capital?, ¿cuánto invierte en cada oportunidad?
13. Se compra una maquinaria en \$ 50.000, se calcula que su vida útil será de 5 años. El valor de desecho será del 10 % del valor original; encuentre la depreciación anual, construya la tabla de depreciación; en el plano cartesiano elabore una gráfica donde el eje horizontal represente el número de años y el eje vertical el valor en libros. A partir del gráfico obtenido dé una fórmula para el valor depreciado después de  $x$  años.
  14. Dada la siguiente información (fila 1 de la hoja de Excel) determine qué tipo de progresión es; encuentre el término décimo y la suma de los primeros 10 términos.
  15. Determine una de las raíces racionales de la siguiente ecuación:

$$6x^5 + 13x^4 - 18x^3 - 37x^2 + 16x + 20 = 0$$

#### Actividades de autoevaluación

1. ¿Qué es porcentaje?
2. ¿Cómo se expresa el porcentaje en forma decimal?
3. ¿En qué se diferencia el cálculo del precio como porcentaje del precio de costo y como porcentaje del precio de venta?
4. ¿Qué es la depreciación?
5. ¿Cómo se calcula el cargo por depreciación por unidad de producción?
6. ¿Para calcular  $n$  en la ecuación  $(1 + 0,1)^n = 100$  deben utilizarse logaritmos y antilogaritmos?
7. ¿Qué es una progresión aritmética descendente?
8. ¿Qué es una progresión geométrica ascendente?
9. ¿Cuál es la fórmula de la suma de una progresión aritmética?
10. ¿Cuál es la fórmula de la suma de una progresión geométrica cuya razón es mayor que 1?

## 2. INTERÉS SIMPLE

### Presentación

En este capítulo se analizarán algunos conceptos o bases conceptuales de lo que significa el interés simple, con sus diferentes variables: capital, tasa de interés, tiempo, valor actual, monto y sus aplicaciones en el ámbito financiero y comercial.

Es necesario que el lector se familiarice con dichos conceptos y con las respectivas fórmulas para su cálculo, así como con su aplicación en la hoja electrónica Excel, ya que en el medio financiero la utilización del cálculo de interés simple es permanente en operaciones de crédito, ahorros, inversiones de corto plazo, préstamos, etc.

### Objetivo general

Conocer el cálculo del interés simple en sus diferentes modalidades y aplicaciones en el ámbito comercial y financiero.

### Objetivos específicos

- Estudiar el cálculo del interés simple.
- Analizar el cálculo de sus variables: capital, tasa de interés y tiempo.
- Distinguir el cálculo del monto y el valor actual.
- Realizar ejercicios prácticos de aplicación.
- Realizar cálculos de compras a plazo con diferentes modalidades.
- Utilizar la hoja electrónica Excel, en la resolución de problemas de interés simple.

### 2.1 Definición de interés

Es la cantidad pagada por el uso del dinero obtenido en préstamo o la cantidad producida por la inversión del capital<sup>8</sup>.

El dinero se invierte siempre en forma productiva; es decir, siempre está ganando interés<sup>9</sup>.

Es el alquiler o crédito que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo<sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup> Frank Jr. Ayres, Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos. México: McGraw-Hill, 1971, pp. 40-41.

<sup>9</sup> Idem.

<sup>10</sup> Lincoyán Portus Govinden, Matemática financiera. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, p. 15.

Precio del servicio proporcionado por el prestamista al prestatario, pagado por este último, para conseguir la utilización de cierta suma de dinero durante un periodo determinado<sup>11</sup>.

De estas definiciones puede concluirse que el interés está directamente relacionado con la utilización del dinero, que está en continua producción de más dinero, en función del tipo de interés y del tiempo. En consecuencia, se puede decir que interés es el valor que se paga por el uso del dinero. Por ejemplo: si por invertir \$ 100 se obtienen \$ 15, se dice que se está ganando el 15 % de interés.

## 2.2 Definición de tasa de interés

“Es la razón del interés devengado al capital en la unidad de tiempo”<sup>12</sup>.

Está dada como un porcentaje o su equivalente; generalmente se toma el año como unidad de tiempo. Se representa con la letra *i*. Veamos:

$$i = \frac{\text{interés}}{\text{capital}} = \frac{15}{100} = 0,15 = 15\%$$

## 2.3 Definición de interés simple

Cuando un capital genera intereses por un determinado tiempo, el interés producido que se reconoce se denomina interés simple.

El interés simple (*I*) está en función directa del capital (*C*), la tasa de interés (*i*) y el tiempo (*t*). Según esta premisa, el interés simple puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$I = Cit$$

Fórmula 2.1. Interés simple

Calculemos, entonces, el interés simple que gana un capital de \$ 5.000 al 12 % anual, desde el 15 de marzo hasta el 15 de agosto del mismo año. Para tal fin, lo primero que tenemos que hacer es calcular el tiempo que transcurre entre las dos fechas tomando una de las dos fechas extremas. Ejemplo (tabla 2.1).

Tiempo	Tiempo exacto	Tiempo aproximado
Marzo	16	15
Abril	30	30
Mayo	31	30
Junio	30	30

<sup>11</sup> Bernard, Y., Colli, J. C. y Lewandowski, D., Diccionario económico y financiero. Madrid: Asociación para el Progreso de la Dirección, 1981, p. 427.

<sup>12</sup> Ayres, op. cit., p. 41.

## 2. Interés simple

Tiempo	Tiempo exacto	Tiempo aproximado
Julio	31	30
Agosto	15	15
Total	153	150

Tabla 2.1. Cálculo del tiempo

El problema propuesto puede resolverse de cuatro formas:

1. Con el tiempo aproximado y el año comercial:

$$I = (5.000)(0,12) \frac{150}{360} = \$ 250,00$$

2. Con el tiempo exacto y el año comercial:

$$I = (5.000)(0,12) \frac{153}{360} = \$ 255,00$$

3. Con el tiempo aproximado y el año calendario:

$$I = (5.000)(0,12) \frac{150}{365} = \$ 243,5753$$

4. Con el tiempo exacto y el año calendario:

$$I = (5.000)(0,12) \frac{153}{365} = \$ 243,5753$$

Como podemos apreciar, el interés más alto se da en el segundo caso, con el tiempo exacto y el año comercial y equivale a 255, mientras que el más bajo está dado en el tercer caso, con el tiempo aproximado y el año calendario, y es igual a 243,5753. Para operaciones bancarias, el segundo caso es el que más se utiliza.

### 2.3.1 Cálculo del número de días

El número de días en el año también puede variar:

Año comercial: 360 días - Año calendario: 365 días - Año bisiesto: 366 días

Con esta premisa, el cálculo de días para encontrar el interés ganado puede realizarse en forma aproximada o en forma exacta.

#### 2.3.1.1 En forma aproximada

Con el objeto de facilitar los cálculos de tiempo se acostumbra suponer el año de 360 días, dividido en 12 meses de 30 días cada uno; esto se denomina cálculo aproximado del tiempo. Por ejemplo:

Del 15 de marzo al 15 de junio hay 90 días:

Marzo 15 días

Abril 30 días



Mayo	30 días
Junio	15 días
Total	90 días

### 2.3.1.2 En forma exacta

Se toma como referencia el número de días calendario, es decir, meses de 30 y 31 días, año de 365 o 366 días, según corresponda. Como puede observarse, tomando el ejemplo anterior y considerando una de las dos fechas extremas, son 92 días. Por ejemplo:

Marzo	16 días
Abril	30 días
Mayo	31 días
Junio	15 días
Total	92 días

### 2.3.2 Variación del cálculo del interés

El cálculo del interés varía igualmente si tomamos el año de 360, 365 o 366 días.

### 2.3.3 Interés exacto

Es cuando se divide el tiempo para 365 o 366 días, si la tasa de interés es anual.

### 2.3.4 Interés ordinario

Si dividimos el tiempo para 360 días en iguales condiciones: el interés exacto y ordinario de un capital de \$ 20.000 al 9 % de interés anual, desde el 10 de abril hasta el 15 de septiembre del mismo año, se calcula así:

Interés exacto, con tiempo exacto:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{158}{365} = \$ 779,18$$

Interés exacto, con tiempo aproximado:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{155}{365} = \$ 764,38$$

Interés ordinario con tiempo exacto<sup>13</sup>:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{158}{360} = \$ 790$$

<sup>13</sup> Como puede observarse, el mayor interés se obtiene con el tiempo exacto y el año comercial de 360 días.

Interés ordinario con tiempo aproximado:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{155}{360} = \$ 775$$

### 2.3.5 Variación de la tasa de interés en función del tiempo

Entre las tasas de interés más empleadas se hallan la anual, semestral, quimestral, cuatrimestral, trimestral, bimestral, mensual o diaria.

- a. La tasa de interés anual: se utiliza para el tiempo exacto o aproximado: 365 o 360 días, respectivamente.  
Calculemos el interés que gana un capital de \$ 100.000 al 12 % de interés anual durante 180 días:

$$I = (100.000)(0,12) \frac{180}{360} = \$ 6.000$$

- b. La tasa de interés semestral: se utiliza para el tiempo de 180, 181, 182 o 184 días del semestre (primer o segundo semestre del año).  
Calculemos el interés que gana un capital de \$ 100.000 al 6 % de interés semestral durante 180 días:

$$I = (100.000)(0,06) \frac{180}{180} = \$ 6.000$$

- c. La tasa de interés trimestral: se utiliza para el tiempo de 90, 91 o 92 días. De esta manera, el interés que gana un capital de \$ 100.000 al 3 % de interés trimestral durante 180 días es:

$$I = (100.000)(0,03) \frac{180}{90} = \$ 6.000$$

- d. La tasa de interés mensual: se utiliza para el tiempo de 30 o 31 días del mes. Así, el interés que gana un capital de \$ 100.000 al 1 % de interés mensual durante 180 días, es:

$$I = (100.000)(0,01) \frac{180}{30} = \$ 6.000$$

- e. La tasa de interés diaria: se utiliza directamente.  
Calculemos el interés que gana un capital de \$ 100.000 al 0,0333333 % de interés diario durante 180 días.

$$I = (100.000)(0,000333)(180) = \$ 6.000$$

Como puede notarse, la tasa de interés siempre debe estar en relación con el tiempo.

Generalmente, si la tasa es anual, el tiempo estará dividido en 360 días; si es semestral, en 180 días; si es trimestral, en 90 días; si es mensual, en 30 días, y si es diario, un día. Es necesario hacer la relación tasa de interés/tiempo para evitar errores de cálculo.

### 2.3.6 Procedimientos abreviados de cálculo

Existen también procedimientos abreviados de cálculo para estimar el interés de acuerdo con la fórmula básica y se conocen como multiplicadores y divisores fijos.

#### 2.3.6.1 Multiplicadores fijos

Los multiplicadores fijos utilizan la tasa de interés dividida para 36.000 o 36.500, 18.000 o 3.000 si es anual, semestral o mensual, respectivamente.

Se toma como referencia la fórmula básica del interés simple:

$$I = (C)(i)(t)$$

$$C \left( \frac{i}{(100)(360)} \right) (t)$$

$$I = (C)(t) \frac{i}{36.000}$$

El factor de interés será:  $\frac{i}{36.000}$  por día;

$$\text{Si } i = 12 \%, \text{ se tiene } \frac{12}{36.000} = 0,000333$$

Aplicando lo anterior calculamos el interés que ganó en:

$$I = (1)(12) \frac{1}{36.000} = 0,000333$$

$$I = (1)(12) \frac{2}{36.000} = 0,000666$$

$$I = (1)(12) \frac{10}{36.000} = 0,00333$$

$$I = (1)(12) \frac{180}{36.000} = 0,06$$

Los números 0,000333; 0,000666; 0,003333 y 0,06 son factores fijos (multiplicadores fijos), para 1, 2, 10 o 180 días, respectivamente, con una tasa de interés del 12 % anual. Esos factores se multiplican por cualquier capital.

Lincoyán Portus Govinden, en su obra de *Matemáticas financieras*, cita el factor de interés simple como el tanto por ciento en un día y recomienda su utilización en la elaboración de tablas, así:

Para calcular el interés que gana un capital de \$ 120.000 al 12 % anual durante 180 días:

$$I = (120.000)(0,12) \frac{180}{360} = 7.200$$

Por multiplicadores fijos:

$$I = (120.000)(0,12)(180) = 0,000333$$

### 2.3.6.2 Divisores fijos

Divisor fijo es el cociente de la división de 36.500, 36.000, 18.000 o 3.000 (según la tasa de interés sea anual, semestral o mensual, respectivamente), entre la tasa de interés correspondiente, como se expresa a continuación:

$$DF I = \frac{(C)(t)}{i}; DF = \frac{36.500}{i}; \frac{36.000}{i}; \frac{18.000}{i}; \frac{9.000}{i}; \frac{3.000}{i}$$

Entonces:

1. Para calcular el interés de \$ 10.000 al 12 % mensual durante 180 días, se realiza el siguiente procedimiento:

$$I = \frac{(10.000)(180)}{\frac{3.000}{12}} = \frac{(10.000)(180)}{250} = \$ 7.200$$

2. Para conocer qué interés gana un capital de \$ 1 al 12 % de interés anual se tiene:

Planteamiento	Divisor fijo	Resultado
a) En 1 día $1 = (1)$	$\frac{1}{\frac{36.000}{12}} = (1) \frac{1}{3.000}$	$= 0,000333$
b) En 2 días $1 = (1)$	$\frac{2}{\frac{36.000}{12}} = (1) \frac{2}{3.000}$	$= 0,000666$
c) En 10 días $1 = (1)$	$\frac{10}{\frac{36.000}{12}} = (1) \frac{10}{3.000}$	$= 0,003333$



Planteamiento	Divisor fijo	Resultado
d) En 180 días $1 = (1)$	$\frac{180}{\frac{36.000}{12}} = (1) \frac{180}{3.000}$	$= 0,06$
e) En 360 días $1 = (1)$	$\frac{360}{\frac{36.000}{12}} = (1) \frac{360}{3.000}$	$= 0,12$

3. El cálculo del interés de \$ 12.000 en 180 días al 12 % anual se realiza así:

$$I = (12.000) \frac{180}{3.000} = \$ 720,00$$

4. El cálculo del interés de \$ 90.000 en 240 días al 9 % semestral se obtiene de la siguiente forma:

$$I = (90.000) \frac{240}{\frac{18.000}{9}} = (90.000) \frac{240}{2.000} = 10.800$$

### 2.3.7 Cálculo del capital

Para el cálculo del capital inicial (C) se toma como base la fórmula del interés simple (fórmula 2.1),  $I = Cit$ , y se despeja C:

$$C = \frac{I}{it}$$

**Fórmula 2.2.** Cálculo del capital cuando la tasa es anual y el tiempo en años

Cuando  $i$  es anual y el tiempo en días:

$$C = \frac{I}{i \frac{t}{360}}$$

**Fórmula 2.3.** Cálculo del capital cuando la tasa es anual y el tiempo en días

Cuando  $i$  es semestral:

$$C = \frac{I}{i \frac{t}{180}}$$

**Fórmula 2.4.** Cálculo del capital cuando la tasa es semestral y el tiempo en días

Cuando  $i$  es trimestral:

$$C = \frac{I}{i \frac{t}{90}}$$

Fórmula 2.5. Cálculo del capital cuando la tasa es trimestral y el tiempo en días

Cuando  $i$  es mensual:

$$C = \frac{I}{i \frac{t}{30}}$$

Fórmula 2.6. Cálculo del capital cuando la tasa es mensual y el tiempo en días

Cuando  $i$  es diario

$$C = \frac{I}{(i)t}$$

Fórmula 2.7. Cálculo del capital cuando la tasa es diaria y el tiempo en días

Una vez evaluadas estas fórmulas tomemos la 2.3 para calcular qué capital produjo un interés de \$ 18.000 a una tasa de interés del 20 % anual en 180 días:

$$C = \frac{18.000}{0,20 \frac{180}{360}}$$

$$C = \$ 180.000$$

### 2.3.8 Cálculo de la tasa de interés

Para el cálculo de la tasa de interés se toma como base la fórmula:

$$I = Cit \text{ y se despeja } i$$

Cuando la tasa de interés es anual y el tiempo se expresa en años:

$$i = \frac{I}{(C)t}$$

Fórmula 2.8. Cálculo de la tasa de interés anual y el tiempo en años

Cuando la tasa de interés es anual y el tiempo se expresa en días:

$$i = \frac{I}{(C) \frac{t}{360}}$$

**Fórmula 2.9.** Cálculo de la tasa de interés anual y el tiempo en días

Cuando la tasa de interés es semestral y el tiempo se expresa en días:

$$i = \frac{I}{(C) \frac{t}{180}}$$

**Fórmula 2.10.** Cálculo de la tasa de interés semestral y el tiempo en días

Cuando la tasa de interés es trimestral y el tiempo se expresa en días:

$$i = \frac{I}{(C) \frac{t}{90}}$$

**Fórmula 2.11.** Cálculo de la tasa de interés trimestral y el tiempo en días

Cuando la tasa de interés es mensual y el tiempo se expresa en días:

$$i = \frac{I}{(C) \frac{t}{30}}$$

**Fórmula 2.12.** Cálculo de la tasa de interés mensual y el tiempo en días

Cuando la tasa de interés es diaria y el tiempo se expresa en días:

$$i = \frac{I}{(C)t}$$

**Fórmula 2.13.** Cálculo de la tasa de interés y el tiempo en días

Tomando como referencia la fórmula 2.9.

¿A qué tasa de interés anual se coloca un capital de \$ 180.000 para que produzca \$ 18.000 en 180 días?

$$i = \frac{18.000}{(18.000) \frac{180}{360}} = 0,2$$

$$i = 20 \% \text{ anual}$$

Comprobación:

$$I = Cit = (180.000)(0,20) \frac{180}{360}$$

$$I = \$ 180.000$$

Y con la fórmula 2.12 calculemos:

¿A qué tasa de interés mensual se coloca un capital de \$ 50.000 para que produzca \$ 9.000 en 240 días?

$$i = \frac{9.000}{(50.000) \frac{240}{30}} = 0,0225$$

$$i = 2\frac{1}{4} \% \text{ mensual}$$

### 2.3.9 Cálculo del tiempo

Despejamos  $t$  de la fórmula básica  $I = Cit$ .

$$t = \frac{I}{(C)i}$$

Fórmula 2.14. Cálculo del tiempo

Cuando la tasa de interés es anual y se quiere expresar el tiempo en días:

$$I = (C)(i) \frac{t}{360}$$

$$t = \frac{I(360)}{(C)i}$$

Fórmula 2.15. Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés anual

Cuando la tasa de interés es semestral y se quiere expresar el tiempo en días:

$$I = (C)(i) \frac{t}{180}$$

$$t = \frac{I(180)}{(C)i}$$

Fórmula 2.16. Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés semestral



Cuando la tasa de interés es trimestral y se quiere expresar el tiempo en días:

$$I = (C)(i) \frac{t}{90}$$

$$t = \frac{I(90)}{(C)i}$$

**Fórmula 2.17.** Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés trimestral

Cuando la tasa de interés es mensual y se quiere expresar el tiempo en días:

$$I = (C)(i) \frac{t}{30}$$

$$t = \frac{I(30)}{(C)i}$$

**Fórmula 2.18.** Cálculo del tiempo en días y la tasa de interés mensual

Cuando la tasa de interés es anual, semestral o mensual y se desea expresar el tiempo en años o meses, elaboramos la siguiente tabla (figura 2.1).

Fórmula básica	Tiempo			
	Anual	Semestral	Trimestral	Mensual
$I = Cit$	$t = \frac{I}{(C)(i)}$	$t = \frac{I(2)}{(C)(i)}$	$t = \frac{I(4)}{(C)(i)}$	$t = \frac{I(12)}{(C)(i)}$

**Figura 2.1.** Tabla de cálculo del tiempo con variación de la tasa de interés

Apliquemos entonces la fórmula 2.15. para calcular: ¿En qué tiempo un capital de \$ 85.000 ganará un interés de \$ 2.550 al 9 % anual?

$$t = \frac{(2.550)(360)}{(85.000)(0,09)} = 120 \text{ días}$$

Y la fórmula 2.18 para conocer: ¿En qué tiempo un capital de \$ 45.000 ganará un interés de \$ 1.350 al 0,5 % mensual?

$$t = \frac{(1.350)(30)}{(45.000)(0,005)} = 180 \text{ días}$$

### 2.3.10 Cálculo del monto a interés simple

El monto a interés simple es la suma del capital original más los intereses generados en el transcurso del tiempo. Se representa con la letra M.

## 2. Interés simple

Por definición:  $M = C + I$ ; en la fórmula del interés simple:

$$I = Cit$$

Reemplazando el valor de  $I$ :

$$M = C + Cit$$

Al obtener el factor común  $C$ , se tiene:

$$M = C(1 + it)$$

Fórmula 2.19. Fórmula del monto

Una vez obtenida la fórmula calculemos el monto de un capital de \$ 1.500,00 al 1,8 % mensual durante 180 días:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 1.500,00(1 + 0,018)$$

$$M = C(i + t)$$

Se calcula primero el interés:

$$I = (1.500,00)(0,018) \frac{180}{30} = \$ 162,00$$

Sumando el capital, se obtiene el monto:

$$M = 1.500,00 + 162,00 = \$ 1.662,00$$

Apliquemos la fórmula 2.19 para calcular el monto de un capital de \$ 210 al 12 % anual, desde el 15 de marzo al 15 de agosto del mismo año:

$$M = 210,00 \left( 1 + 0,12 \left( \frac{153}{360} \right) \right) = 220,71$$

### 2.3.11 Cálculo del valor actual a interés simple

*El valor actual o valor presente de un documento o deuda es el capital calculado en una fecha anterior a la del vencimiento del documento, deuda o pago. Se representa con la letra  $C$ .*

*El valor actual o presente de una suma, con vencimiento en una fecha futura, es aquel que, a una tasa dada y en un periodo de tiempo determinado hasta la fecha de vencimiento, alcanzará un valor igual a la suma debida.*

Estas definiciones resumen el concepto de valor actual y establecen que el tiempo faltante para el vencimiento de un documento financiero o deuda es el que interesa, y el que debe tomarse en cuenta para el cálculo.

### 2.3.11.1 Deducción de la fórmula del valor actual

Se deduce la fórmula del monto a interés simple,  $M = C(1 + it)$ , de la cual se despeja  $C$ .

$$C = \frac{M}{1 + it}$$

Fórmula 2.20. Valor actual a interés simple

El valor actual puede calcularse con tasa de interés anual, semestral, mensual, etc., y con el tiempo expresado en días, meses o años. En el cálculo se determina siempre el tiempo que falta para el vencimiento del documento, deuda o pago por cuanto se considera el monto final.

Por lo anterior, si se desea conocer el valor actual de un documento de \$ 100, con vencimiento a 180 días, 60 días antes de su vencimiento, considerando una tasa de interés del 18 % anual, se tiene:

$$C = \frac{100}{1 + 0,18\left(\frac{60}{360}\right)} = 97,08738$$

Comprobación:

$$M = 97,08738 \left(1 + 0,18\left(\frac{60}{360}\right)\right) = \$ 100$$

### 2.3.12 Gráfica de tiempos y valores

Antes de explicar los dos casos de valor actual en interés simple es necesario conocer la *gráfica de tiempos y valores*, que consiste en una línea recta en la cual se colocan los siguientes datos:

En la parte de abajo de la línea: fecha de suscripción, fecha de negociación o de descuento y fecha de vencimiento del documento u obligación. En la gráfica se puede observar y calcular con facilidad el tiempo comprendido entre la fecha de negociación y la de vencimiento, tiempo pertinente para el cálculo del valor actual.

En la parte superior de la línea: valor nominal, valor actual o precio y valor al vencimiento o monto (figura 2.2).

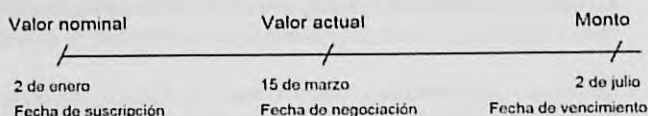


Figura 2.2. Gráfico de tiempos y valores

Esta gráfica es muy útil para el planteamiento y la resolución de problemas de valor actual y otros tipos de problemas en matemática financiera, como se verá en los ejemplos que se presentan a continuación.

Existen dos casos en el cálculo del valor actual:

- Quando se conoce el valor al vencimiento o monto.
- Quando hay necesidad de calcular el monto.

#### Ejemplo caso A

Vamos a calcular el valor actual, al día de hoy, de un documento de \$ 150.000 que vence en 210 días de plazo, considerando una tasa de interés del 18 % anual.

$$C = \frac{M}{1 + it}$$

$$C = \frac{150.000}{1 + (0,18) \frac{210}{360}} = 135.746,61$$

$$C_1 = \$ 135.746,61$$

En el mismo ejercicio consideremos el cálculo del valor actual, 90 días antes del vencimiento. (figura 2.3).

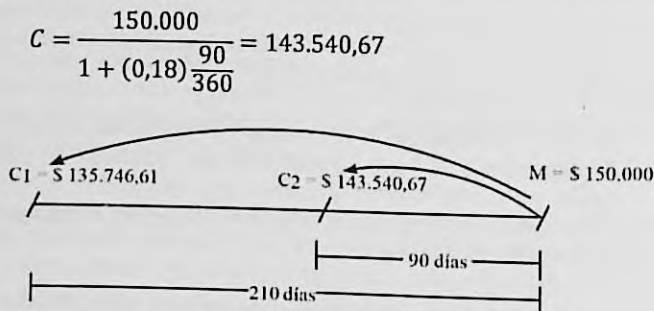


Figura 2.3. Gráfico de valor actual. 210 días



**Ejemplo caso B**

El 15 de marzo se suscribió un documento de \$ 1.800,00 con vencimiento en 180 días de plazo al 1 % mensual. Debemos calcular su valor actual al 12 de agosto del mismo año, considerando una tasa de interés del 18 % anual.

Se plantea el problema en forma gráfica y se sitúan los datos para la resolución (figura 2.4).

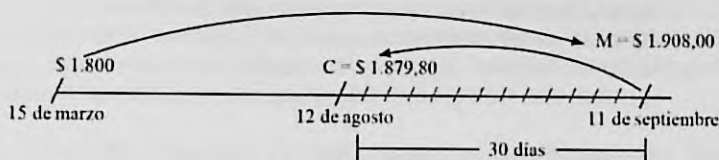


Figura 2.4. Gráfico de valor actual. 180 días

Se determina la fecha de vencimiento, 11 de septiembre, y se calcula el monto:

$$M = 1.800,00 \left( 1 + 0,01 \left( \frac{180}{30} \right) \right) = \$ 1.908,00$$

Se determina el tiempo que falta, a partir del 12 de agosto, para el vencimiento:

Agosto	19	días
Septiembre	11	días
Total	30	días

Se calcula el valor actual:

$$C = \frac{1.908,00}{1 + 0,18 \left( \frac{30}{360} \right)} = 1.879,80$$

Como puede observarse, para el cálculo del valor actual se toma el tiempo que falta desde la fecha dada hasta el vencimiento (30 días), y la tasa de interés del 18 % anual, así como el monto de \$ 1.908,00 de acuerdo con las condiciones del problema del ejemplo.

Para resolver un problema de cálculo de valor actual se sugiere aplicar los siguientes pasos:

1. Leer el problema hasta comprenderlo.
2. Calcular la fecha de vencimiento si esta no es dada.
3. Calcular el monto si este no es dado.

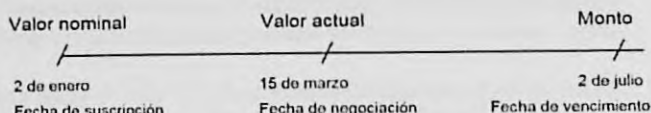


Figura 2.2. Gráfico de tiempos y valores

Esta gráfica es muy útil para el planteamiento y la resolución de problemas de valor actual y otros tipos de problemas en matemática financiera, como se verá en los ejemplos que se presentan a continuación.

Existen dos casos en el cálculo del valor actual:

- Quando se conoce el valor al vencimiento o monto.
- Quando hay necesidad de calcular el monto.

#### Ejemplo caso A

Vamos a calcular el valor actual, al día de hoy, de un documento de \$ 150.000 que vence en 210 días de plazo, considerando una tasa de interés del 18 % anual.

$$C = \frac{M}{1 + it}$$

$$C = \frac{150.000}{1 + (0,18) \frac{210}{360}} = 135.746,61$$

$$C_1 = \$ 135.746,61$$

En el mismo ejercicio consideremos el cálculo del valor actual, 90 días antes del vencimiento. (figura 2.3).

$$C = \frac{150.000}{1 + (0,18) \frac{90}{360}} = 143.540,67$$

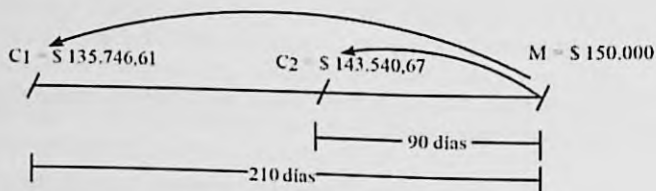


Figura 2.3. Gráfico de valor actual. 210 días

**Ejemplo caso B**

El 15 de marzo se suscribió un documento de \$ 1.800,00 con vencimiento en 180 días de plazo al 1 % mensual. Debemos calcular su valor actual al 12 de agosto del mismo año, considerando una tasa de interés del 18 % anual.

Se plantea el problema en forma gráfica y se sitúan los datos para la resolución (figura 2.4).

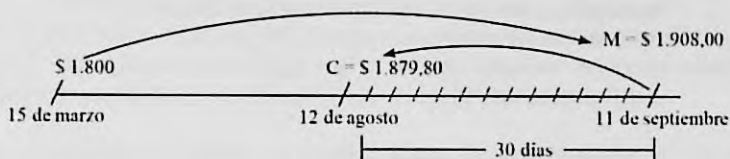


Figura 2.4. Gráfico de valor actual 180 días

Se determina la fecha de vencimiento, 11 de septiembre, y se calcula el monto:

$$M = 1.800,00 \left( 1 + 0,01 \left( \frac{180}{30} \right) \right) = \$ 1.908,00$$

Se determina el tiempo que falta, a partir del 12 de agosto, para el vencimiento:

Agosto	19	días
Septiembre	<u>11</u>	días
Total	30	días

Se calcula el valor actual:

$$C = \frac{1.908,00}{1 + 0,18 \left( \frac{30}{360} \right)} = 1.879,80$$

Como puede observarse, para el cálculo del valor actual se toma el tiempo que falta desde la fecha dada hasta el vencimiento (30 días), y la tasa de interés del 18 % anual, así como el monto de \$ 1.908,00 de acuerdo con las condiciones del problema del ejemplo.

Para resolver un problema de cálculo de valor actual se sugiere aplicar los siguientes pasos:

1. Leer el problema hasta comprenderlo.
2. Calcular la fecha de vencimiento si esta no es dada.
3. Calcular el monto si este no es dado.

	A	B	C	D	E
1	Denominación del dato buscado	I	C	i	t
2	Datos del problema		200,00	1,00	0,50
3	Fórmulas	100	-	-	-
4		=C2*D2*E2			

Figura 2.6. Aplicación de fórmulas en Excel

Notas: en la celda C2 se puede escribir 0,10 (en forma decimal) o 10 % (en porcentaje); las dos alternativas son válidas. En la celda E2 se escribió la fórmula  $= \frac{1}{2}$  y la máquina automáticamente reescribió 0,5; que es la respuesta de esa operación. En la celda B3 está la respuesta del ejercicio, y la celda B4 muestra la fórmula empleada.

- b. Calculemos el capital, si se conoce que los intereses ganados fueron \$ 35,00, la tasa de interés 12 % anual y el plazo fue de 4 meses. Datos:  $C = ?$ ;  $I = 35,00$ ;  $i = 0,12$  anual;  $t = 4$  meses =  $4/12$  año (figura 2.7).

	A	B	C	D	E
1	Denominación del dato buscado	I	C	i	t
2	Datos del problema	35,00		12,00%	0,33333333
3	Fórmulas	-	875,00	-	-

Figura 2.7. Aplicación de fórmulas en Excel

Para los números se utiliza el formato estilo millares, con dos decimales, y en la celda D2 el formato de porcentaje.

- c. En el caso de la fórmula de monto  $M = C(1+i*t)$ , igual que en el caso anterior, la incógnita puede ser  $M$ ,  $C$ ,  $i$  o  $t$ . Las fórmulas para sus cálculos son las siguientes:

$$M = C(1 + i * t)$$

$$C = M / (1 + i * t)$$

$$i = (M/C - 1) / t$$

$$t = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

Información puesta en Excel (figura 2.8).



## 2. Interés simple

	A	B	C	D
1	M	C	i	t
2				
3	$=B2*(1+C2*D2) = A2/(1+C2*D2) = (A2/B2-1)/D2 = (A2/B2-1)/C2$			

Figura 2.8. Aplicación de fórmulas en Excel

- d. Calculemos el monto, si se conoce que el capital es de \$ 2.500,00, la tasa de 10 % anual y el tiempo es 4 meses.

Datos:  $M = ?$ ;  $C = 2.500,00$ ;  $i = 0,10$  anual;  $t = 4$  meses =  $4/12$  año (la tasa y el plazo deben tener las mismas unidades de tiempo) (figura 2.9).

	A	B	C	D
1	M	C	i	t
2		2.500,00	0,10	0,33
3	2.583,33	0	-3	-10

Figura 2.9. Aplicación de fórmulas en Excel

La única información válida es el monto \$ 2.583,33. Los otros valores no se deben tomar en cuenta, por cuanto puede salir cero, un número o el mensaje #¡DIV/!=!, esto se debe a la falta de datos.

- e. Cuando se tiene una fecha de depósito y una de retiro, el cálculo de tiempo se complica; hay que calcular el número de días entre una fecha y la otra, trabajo que también podrá realizar en Excel (figura 2.10).

	A	B	C	D
1	Fecha inicial		Fecha final	
2				
3	M	C	i	t
4				$=C2-A2$
5			$=(A4/B4-1)/D4$	
6			$=C5*360$	

Figura 2.10. Aplicación de fórmulas en Excel. Fecha inicial y fecha final

Observe que se han agregado dos filas más: en una celda se colocará la fecha de inicio y en la otra la fecha final; en ambos casos el formato de celda debe ser de categoría fecha y la celda D4 debe tener formato de categoría general o de número. El formato de la celda C5 debe ser de categoría general, ya que, en estos casos, la tasa que se va a obtener es diaria y, por tanto, su valor va a ser muy pequeño. No se recomienda usar los otros formatos que presenta Excel. La celda C6 corresponde a la tasa anual.

- f. Calculemos la tasa de interés de un capital de \$ 5.000,00 que se depositó en una cuenta de ahorros el 15 de enero de 2016 y el 6 de noviembre del

mismo año se retiró la suma de \$ 5.500,00 que corresponde a capital más intereses.

Datos:  $C = 5.000,00$ ;  $t$  = el computador calculará el número de días;  
 $M = 5.500,00$ ;  $i = ?$  Diaria (figura 2.11).

	A	B	C	D
1	Fecha inicial		Fecha final	
2	15/01/2016		06/11/2016	
3	M	C	i	t
4	5.500,00	5.000,00		296,00
5			0,00033784	
6			12,162162%	

Figura 2.11. Aplicación de fórmulas en Excel. Fecha inicial y fecha final

El 2016 es un año bisiesto y, entre las dos fechas, el número real de días es 296. La hoja electrónica sí toma en cuenta este detalle. La celda C5 representa la tasa diaria. Como se solicita la tasa anual, en la celda C6 se presenta lo requerido. Se aplicó la fórmula  $= C5*360$  y la respuesta es 12,16 % anual simple.

### 2.3.13 El interés sobre saldos deudores

En muchas instituciones financieras y casas comerciales que operan con crédito a clientes se acostumbra utilizar el mecanismo de calcular el interés sobre los saldos deudores; es decir, sobre los saldos que van quedando después de deducir cada cuota que se paga. Otros establecimientos comerciales utilizan el método de acumulación de intereses o método *lagarto*, denominado así por el excesivo interés que se cobra, ya que en este método se acumulan los intereses durante todo el periodo de la deuda; en otras palabras, se calcula un monto y luego se divide entre el número de pagos o cuotas. A continuación, se exponen los dos métodos para establecer comparaciones:

Calculemos las cuotas mensuales que debe pagar el cliente.

Una cooperativa de ahorro y crédito otorga un préstamo por \$ 6.000 a 12 meses de plazo, al 1 % mensual sobre saldos deudores.

#### a. Método lagarto

$$M = (6.000) \left[ 1 + 0,01 \left( \frac{360}{30} \right) \right] = 6.720$$

$$\text{Intereses} = 6.720 - 6.000 = \$ 720$$

#### b. Método de saldos deudores

## 2. Interés simple

Valor de la cuota sin intereses:

$$\frac{6.000}{12} = \$ 500$$

Interés pagadero en la primera cuota:

$$I = (6.000)(0,01)(1) = \$ 60$$

Valor de la primera cuota = cuota de capital + interés:

$$500 + 60 = \$ 560$$

(Coincide con la del método lagarto)

Segunda cuota: se reduce el capital en \$ 500 y queda un saldo de \$ 5.500; en consecuencia, el interés será:

$$I = (5.500)(0,01)(1) = \$ 55,00$$

Valor de la segunda cuota:

$$500 + 55 = \$ 555$$

Tercera cuota: se reduce la deuda en \$ 500 y queda un saldo de \$ 5.000; por tanto, el interés pagadero en la tercera cuota será:

$$I = (5.000)(0,01)(1) = \$ 50,00$$

Valor de la tercera cuota:

$$500 + 50 = \$ 550;$$

y así sucesivamente.

Como puede notarse, las cuotas disminuyen en progresión aritmética en \$-5.

Al calcular el valor de la última cuota (cuota 12) obtenemos:  
Saldo de la deuda: \$ 500

$$\text{Intereses: } I = (500)(0,01)(1) = \$ 5$$

Valor de la última cuota:  $500 + 5 = \$ 505$

Se puede elaborar la tabla financiera de las cuotas (tabla 2.2).

Periodo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	6.000	60	500	560
2	5.500	55	500	555

Periodo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
3	5.000	50	500	550
4	4.500	45	500	545
5	4.000	40	500	540
6	3.500	35	500	535
7	3.000	30	500	530
8	2.500	25	500	525
9	2.000	20	500	520
10	1.500	15	500	515
11	1.000	10	500	510
12	500	5	500	505
Total		390	6.000	6.390

Tabla 2.2. Cuotas o pagos mensuales

La cuota fija mensual puede calcularse dividiendo el total de cuotas entre el número de pagos o cuotas (fórmula 2.21).

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{\text{Valor total de pagos o cuotas}}{\text{Número de pagos o cuotas}}$$

Fórmula 2.21. Cuota fija saldos deudores

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{6.390}{12} = \$ 532,50$$

En total, por capital e intereses, se paga el monto de \$ 6.390. Si los intereses generados son de \$ 390 durante los 12 meses, se puede calcular la tasa de interés anual:

$$i = \frac{I}{(C)(t)} = \frac{6,390}{(6,000)(1)} = 0,065 = 6,5 \% \text{ anual}$$

$$i = 0,54 \% \text{ mensual}$$

Los intereses son: \$ 6.390 – \$ 6.000 = \$ 390 que, comparados con el primer método, presentan una diferencia notable: \$ 720 – 390 = \$ 330.

Es decir, la tasa de interés real que se paga en el segundo método es casi la mitad de la del primero.

Igualmente, si se compara la cuota fija mensual:

Por el primer método: \$ 560.

Por el segundo método: \$ 532,50.

El problema también puede resolverse utilizando una progresión aritmética:

560; 555; 550; ... cuya razón o diferencia común es: -5

$$u = a + (n - 1)(d) = 560 + (12 - 1)(-5) = 505$$

$$u = \$ 505$$

También

$$u = 500(1 + 0,01) = \$ 505$$

$$S = \frac{n}{2}(a + u)$$

$$S = \frac{12}{2}(560 + 505) = \$ 6.390$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{6.390}{12} = \$ 532,50$$

$$\text{Cuota mensual fija} = \$ 532,50$$

La cuota fija puede calcularse en forma simplificada (fórmula 2.22)

$$\text{Cuota fija} = \frac{\frac{n(a + u)}{2}}{n} = \frac{a + u}{2}$$

Fórmula 2.22. Cuota fija saldos deudores

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{560 + 505}{2} = \$ 532,50$$

Si existe mora en el pago deberá pagarse una tasa de interés mayor; en este ejemplo, puede ser del 4 % mensual sobre el valor de la cuota. De manera que, si se demora diez días en el pago, a la cuota de \$ 532,50 se le deberá adicionar:

$$I = (532,50)(0,04) \frac{10}{30} = \$ 7,10$$

#### Ejemplos de interés sobre saldos deudores

- a. Una empresa comercial vende automóviles cuyo precio de lista es de \$ 6.000, con una cuota inicial del 20 %, y el saldo a 30 meses de plazo. Tenemos que calcular la cuota fija mensual si se considera una tasa del 24 % de interés anual.

$$\text{Cuota inicial} = (6.000)(0,20) = \$ 1.200$$

$$\text{Saldo a pagar en 30 meses} = 6.000 - 1.200 = \$ 4.800$$



Al calcular la cuota fija mediante el método de acumulación de intereses o método *lagarto* se obtiene:

$$M = (4.800) \left[ 1 + 0,24 \left( \frac{900}{360} \right) \right] = \$ 7.680$$

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{7.680}{30} = \$ 256$$

Al calcularla por el método de saldos deudores; es decir, calculando sobre los saldos que quedan luego de haber realizado el respectivo pago:

$$\text{Cuota de capital} = \frac{4.800}{30} = \$ 160$$

Primera cuota: capital + interés

$$I = 160 + 96 = \$ 256$$

$$I = \text{Cit}; I = (4.800)(0,24) \frac{30}{360} = \$ 96$$

Segunda cuota:

$$160 + 92,80 = \$ 252,80$$

$$I = (4.640)(0,24) \left( \frac{30}{360} \right) = \$ 92,80$$

Tercera cuota:

$$160 + 86,90 = \$ 249,60$$

$$I = (4.480)(0,24) \left( \frac{30}{360} \right) = \$ 89,60$$

Última cuota:

$$160 + 3,20 = 163,20$$

$$I = (160)(0,24) \left( \frac{30}{360} \right) = \$ 3,20$$

Por tanto, puede calcularse la cuota fija:

$$\text{Cuota fija} = \frac{a + 2}{2}$$

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{256,00 + 153,20}{2} = 209,60$$

## 2. Interés simple

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	Periodo	Capital	Interés	Cuota	Capital reducido o deuda		Periodo	Capital	Interés	Cuota	Capital reducido o deuda
1											
2	1	160,00	96,00	256,00	4.640,00		17	160,00	44,80	204,80	2.080,00
3	2	160,00	92,80	252,80	4.480,00		18	160,00	41,60	201,60	1.920,00
4	3	160,00	89,60	249,60	4.320,00		19	160,00	38,40	198,40	1.760,00
5	4	160,00	86,40	246,40	4.160,00		20	160,00	35,20	195,20	1.600,00
6	5	160,00	83,20	243,20	4.000,00		21	160,00	32,00	192,00	1.440,00
7	6	160,00	80,00	240,00	3.840,00		22	160,00	28,80	188,80	1.280,00
8	7	160,00	76,80	236,80	3.680,00		23	160,00	25,60	185,60	1.120,00
9	8	160,00	73,60	233,60	3.520,00		24	160,00	22,40	182,40	960,00
10	9	160,00	70,40	230,40	3.360,00		25	160,00	19,20	179,20	800,00
11	10	160,00	67,20	227,20	3.200,00		26	160,00	16,00	176,00	640,00
12	11	160,00	64,00	224,00	3.040,00		27	160,00	12,80	172,80	480,00
13	12	160,00	60,80	220,80	2.880,00		28	160,00	9,60	169,60	320,00
14	13	160,00	57,60	217,60	2.720,00		29	160,00	6,40	166,40	160,00
15	14	160,00	54,40	214,40	2.560,00		30	160,00	3,20	163,20	0,00
16	15	160,00	51,20	211,20	2.400,00						
17	16	160,00	48,00	208,00	2.240,00		Total (\$)	4.800,00	1.488,00	6.288,00	

Figura 2.12. Reducción de la deuda

También puede calcularse la cuota mensual fija para todos los meses sin elaborar la tabla, puesto que se trata de una progresión aritmética:

256,00; 252,80; 249,60; ... cuya diferencia común es -3,20

$$u = 256,00 + (30 - 1)(-3,20)$$

$$u = 256,00 - 92,80 = \$ 163,20$$

$$S = \frac{30}{2}(256,00 + 163,20) = 15(419,20) = \$ 6.288,00$$

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{\text{Valor de todos los pagos}}{\text{Número de cuotas}}$$

$$\text{Cuota mensual} = \frac{6.288,00}{30} = \$ 209,60$$

$$\text{Interés: } I = 6.288,00 - 4.800 = \$ 1.488$$

$$\text{Tasa de interés real } i = \frac{1.488}{4.800,00 \left( \frac{900}{360} \right)} = \frac{1.488,00}{12.000,00}$$

- b. Una cooperativa otorga préstamos por \$ 12.000 a 36 meses de plazo con una tasa de interés del 1,7 % mensual. Calculemos la cuota mensual que debe cobrar a sus clientes.

Si se aplica el método *lagarto* o de acumulación de intereses:

$$M = 12.000,00(1 + 0,017(36)) = 19.344,00$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{19.344,00}{36} = \$ 537,33 \text{ por mes}$$

Ahora, aplicando el método de saldos deudores, entonces:

$$\text{Cuota de capital} = \frac{12.000}{36} = \$ 333,33$$

Primera cuota: capital + interés:

$$I = (12.000)(0,017) \frac{30}{30} = \$ 204$$

$$204 + 333,33 = \$ 537,33$$

Segunda cuota: capital + interés

$$I = (11.666,67)(0,017) \frac{30}{30} = \$ 198,33$$

$$198,33 + 333,33 = \$ 526$$

Tercera cuota: capital + interés

$$I = (11.333,33)(0,017) \left(\frac{30}{30}\right) = \$ 192,67$$

$$192,67 + 333,33 = \$ 526,00$$

Se trata de una progresión aritmética cuya diferencia común es -5,76:

$$u = 537,33 + (36 - 1)(-5,76) = \$ 163,20$$

$$S = \frac{36}{2}(537,33 + 163,20) = \$ 15.773,94$$

Al dividir entre el número de cuotas se obtiene la cuota fija mensual:

$$\text{Cuota fija mensual} = \frac{15.773,94}{36} = \$ 438,165$$

Comprobación:

$$\text{Cuota fija} = \frac{a + u}{2} = \frac{537,33 + 163,20}{2} = \$ 438,165$$

### Ejemplo de pagos parciales

Una empresa solicita un préstamo a un banco por \$ 10.000 a 12 meses de plazo con una tasa de interés del 8 % anual, pudiendo hacer pagos



trimestrales de capital e intereses. Si queremos conocer el valor de las cuotas o pagos al final de cada trimestre, no es necesario calcular la cuota o pago fijo; por tanto, se procede a calcular cada cuota en particular.

$$\text{Cuota de capital} = \frac{10.000}{4} = \$ 2.500$$

Primera cuota: capital + interés

$$I = (10.000)(0,08) \frac{90}{360} = \$ 200$$

$$2.500 + 200 = \$ 2.700$$

Segunda cuota: capital + interés

$$I = (7.500)(0,08) \frac{90}{360} = \$ 150$$

$$2.500 + 150 = \$ 2.650$$

Tercera cuota: capital + interés

$$I = (5.000)(0,08) \frac{90}{360} = \$ 100$$

$$2.500 + 100 = \$ 2.600$$

Cuarta cuota: capital + interés

$$I = (2.500)(0,08) \frac{90}{360} = \$ 50$$

$$2.500 + 50 = \$ 2.550$$

También se puede hacer otra forma de pago del préstamo: el primer pago de \$ 2.000,00 a los 45 días; el segundo abono de \$ 3.000,00 a los 180 días; el tercer abono de \$ 1.500,00 a los 270 días; y un cuarto abono de \$ 3.500,00 a los 360 días, con los respectivos intereses.

La solución o el cálculo del valor de las cuotas de capital e intereses es el siguiente:

Primer abono:

$$2.000,00 + 100,00 = 2.100,00$$

$$I = 10.000,00 (0,08) \left( \frac{45}{360} \right) = 100,00$$

Segundo abono:

$$3.000,00 + 240 = 3.240,00$$

$$\text{Saldo} = 10.000,00 - 2.000,00 = 8.000,00.$$

$$\text{Número de días} = 180 - 45 = 135 \text{ días}$$

$$I = 8.000,00(0,08)\left(\frac{135}{360}\right) = 240,00$$

Tercer abono:

$$1.500,00 + 100,00 = 1.600,00$$

$$\text{Saldo} = 8.000,00 - 3.000,00 = 5.000,00.$$

$$\text{Número de días} = 270 - 180 = 90 \text{ días}$$

$$I = 5.000,00(0,08)\left(\frac{90}{360}\right) = 100,00$$

Cuarto abono:

$$3.500,00 + 70,00 = 3.570,00$$

$$\text{Saldo} = 5.000,00 - 1.500,00 = 3.500,00.$$

$$\text{Número de días} = 360 - 270 = 90 \text{ días}$$

$$I = 3.500,00(0,08)\left(\frac{90}{360}\right) = 70,00$$

### Aplicación del método "lagarto" en Microsoft Excel

Diana compra una cocina eléctrica de inducción con horno, por \$ 3.000,00, con el siguiente plan de crédito: a 1,2 % mensual, a pagar a 8 meses de plazo con abonos mensuales fijos. Calculemos el valor del abono.

Datos:  $C = 3.000,00$ ;  $i = 0,012$  mensual;  $n = t = 8$  meses; Abono = ¿?

Para ver el desarrollo del ejercicio en el excel ver (figura 2.13 y 2.14)

	A	B	C	D	E
1	C	I	t	M	Abono=cuota fija
2				=A2*(1+B2*C2)	=D2/C2

Figura 2.13. Método "lagarto"

	A	B	C	D	E
1	C	i	t	M	Abono=cuota fija
2	3.000,00	1,20%	8	3.288,00	411,00

Figura 2.14. Método "lagarto"



Aquí se trabajó todo con formato de número, categoría general, con excepción de la tasa que fue en formato de porcentaje. El abono o cuota fija sería de \$ 411,00.

### Aplicación del método “saldo deudores” en Microsoft Excel

Se va a resolver el mismo problema anterior, pero con saldos deudores.

Datos:  $C = 3.000,00$ ;  $i = 0,012$  mensual;  $n = t = 8$  meses; Abono =  $i$ ?

En la (figura 2.15) se observa cómo se debe introducir la información y qué fórmulas se emplean.

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2			0		
3	C	i	t	Cuota de capital	
4	=A2-C2			=A4/C4	
5					
6					
7	Meses	Cuota de capital	Intereses	Abono	Saldo insoluto
8	0				=A4
9	1	=D4	=E8*\$B\$4*1	=B9+C9	=E8-B9
10	2	=B9	=E9*\$B\$4*1		
11	3	=B9			

Figura 2.15. Método “saldo deudores”

Una vez trasladados los datos del problema, marcamos un bloque para el periodo, meses para el caso presente, y arrastramos hasta el número total de cuotas. Las fórmulas de la celda B10, C9, D9 y E9 las copiamos arrastrando las celdas hasta el final de la tabla y luego se procede a calcular el abono o cuota fija igual. La tasa que se localiza en la celda C9 debe ir como celda absoluta (figura 2.16).

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2	3.000,00	0,02%	0,00		
3	C	i	t	Cuota de capital	
4	3.000,00	1,25%	0	375,00	
5					
6	Tabla de amortización				
7	Meses	Cuota de capital	Intereses	Abono	Saldo insoluto
8	0				3.000,00
9	1	375,00	36,00	411,00	2.625,00
10	2	375,00	31,50	406,50	2.250,00
11	3	375,00	27,00	402,00	1.875,00
12	4	375,00	22,50	397,50	1.500,00
13	5	375,00	18,00	393,00	1.125,00
14	6	375,00	13,50	388,50	750,00
15	7	375,00	9,00	384,00	375,00
16	8	375,00	4,50	379,50	0,00
17	Suma	3.000,00	162,00	3.162,00	
18	Suma	=SUMA(B3:B16)	=SUMA(C9:C16)	=SUMA(D9:D16)	
19					
20	Cuota fija =		395,25	=D17/C4	

Figura 2.16. Método “saldo deudores”

Para la cuota fija se deben sumar todos los pagos parciales y luego dividir por el número de cuotas, tal como se observa en la figura 2.16.

Este mismo problema, pero ahora con la fórmula de interés sobre saldos insolutos (figura 2.17).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)				
2							
3	C	I	t	Cuota de capital	I		
4	=A2-C2			=A4/C4	=C4*B4/2*(2*A4-D4*(C4-1))		
5							
6			Abono				
7			= (A4+E4)/C4				

Figura 2.17. Método "saldo deudores"

Reemplazando la información (figura 2.18).

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2	3.000,00	0,00%	0,00		
3	C	I	t	Cuota de capital	I
4	3.000,00	1,20%	8	375,00	162,00
5					
6			Abono		
7			395,25		

Figura 2.18. Método "saldo deudores"

### Aplicación "Buscar Objetivo" en Microsoft Excel

Juan, su esposa y su suegro van al almacén de electrodomésticos *El barato* y preguntan por el valor de una cocina de inducción. El empleado expresa que el costo de contado es de \$ 1.500,00, y si quieren crédito tendrían que dar una entrada o cuota inicial de 10 % del precio de contado, un abono mensual de \$ 122,25 durante 12 meses y que la tasa de interés que se cobrará es de 12 % anual sobre saldos deudores. El suegro, con su calculadora, realiza unos cálculos y asegura a Juan que si fuese interés global o *lagarto* las cuotas mensuales serían de \$ 126,00; la esposa de Juan realiza otros cálculos y le dice que si fuese saldos insolutos el abono debería ser de \$ 119,81. Juan agradece al empleado y le manifiesta que lo va a pensar y se retira. El futuro comprador, ya en su casa, prende su computador, hace unas operaciones y luego le dice a su esposa que su padre y ella tienen razón en sus afirmaciones, y que el almacén cobra, realmente, una tasa del 16 % y no 12 % como manifiestan. Él pagaría el abono mensual de \$ 122,25, siempre y cuando la entrada o cuota inicial fuera del 8 % y no del 10 % (la tasa, el plazo y el precio no se alteran). Su esposa le pregunta que cómo sabe que la tasa es del 16 %, y por qué el 8 % de entrada o cuota inicial.

Solución:

Juan primero verifica lo expresado por su suegro: que el abono con intereses globales es de \$ 126,00 (figura 2.19).

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2			=A2*B2		
3	C	i	t	M	Abono
4	=A2-C2			=A4*(1+B4*C4)	=D4/C4

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2	1.500,00	10,00%	150,00		
3	C	i	t	M	Abono
4	1.350,00	1,00%	12	1.512,00	126,00

Figura 2.19. Método "lagarto"

La aseveración del suegro de Juan es confirmada; el abono con interés global o lagarto es de \$ 126,00.

Cómo segundo paso verifica lo expresado por su esposa, para lo cual hay dos alternativas: se puede utilizar la fórmula de intereses sobre saldos insolutos o una tabla de amortización.

Fórmula de intereses por saldos insolutos (figura 2.20).

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)	Cuota de capital	
2	1.500,00	10,00%	150,00	112,50	
3	C	i	t	I	Abono = cuota fija
4	1.350,00	1,00%	12	87,75	119,81

Figura 2.20. Método "saldo deudores" o insolutos

Como se aprecia en la figura 2.20, el abono de saldos insolutos es de \$ 119,81, lo que confirma lo expresado por la señora.

Tabla de amortización en Excel

Otra forma de corroborar las palabras de la esposa de Juan es por medio de la tabla de amortización (figura 2.21).

	A	B	C	D	E
1	Precio	Entrada (%)	Entrada (\$)		
2	1.500,00	10,00%	150,00		
3	C	i (mensual)	i (anual)	t	Cuota de capital
4	1.350,00	1,00%	12,00%	12	112,50
5					
6	Tabla de amortización				
7	Meses	Cuota de capital	Intereses	Abono	Saldo insoluto
8	0				1.350,00
9	1	112,50	13,50	126,00	1.237,50
10	2	112,50	12,38	124,88	1.125,00
11	3	112,50	11,25	123,75	1.012,50
12	4	112,50	10,13	122,63	900,00
13	5	112,50	9,00	121,50	787,50
14	6	112,50	7,88	120,38	675,00
15	7	112,50	6,75	119,25	562,50
16	8	112,50	5,63	118,13	450,00
17	9	112,50	4,50	117,00	337,50
18	10	112,50	3,38	115,88	225,00
19	11	112,50	2,25	114,75	112,50
20	12	112,50	1,13	113,63	0,00
21	Suma	1.350,00	87,75	1.437,75	
22		Cuota fija =	119,81		

Figura 2.21. Método "saldo deudores" o insolutos

En la tabla de la figura 2.21 todo se trabajó con fórmulas. Los datos del problema están solamente en las celdas A2, B2, B4 y D4; en el resto de celdas se aplicaron fórmulas para su determinación. Esta tabla también sirve para confirmar lo expresado por la señora, y, a su vez, permite verificar lo que ha expuesto Juan.

El siguiente paso es calcular el interés para el abono de \$ 122,25. Para esto, en la misma tabla de amortización anterior nos vamos a Menú-Datos-Análisis de Hipótesis-Buscar objetivo, y los argumentos solicitados son: en *Definir la celda* activamos y damos un clic en la celda D21, que es el valor de la cuota fija o abono que debe pagar, el argumento *Con el valor*, es el valor del abono, o sea, escribimos 122,25, y para que cumpla esto, se debe cambiar el valor de la tasa mensual, o sea, en *Cambiando la celda*, damos un clic en B4. Al aceptar la ventana se tiene que la tasa mensual es 1,33333333 % y la tasa anual sería el 16 %.

A continuación, confirmamos que, si la entrada o cuota inicial es del 8 % del precio de contado, la cuota mensual sería de \$ 122,25, durante 12 meses. En la tabla de amortización anterior verificamos que la información original esté escrita y en la entrada o cuota inicial (%), colocamos 0 % en vez del 10 %; por tanto, la deuda de la cocina es \$ 1.500,00, y el abono es de \$ 133,13, a una tasa de interés de 12 % anual.

Posteriormente, vamos a la función *Buscar objetivo* y cuando aparece la ventana correspondiente, se localiza la siguiente información: *Definir la celda:* D21; *Con el valor:* 122,25 y en *Cambiando la celda:* B2.

Ahora, la celda que varía es la entrada o cuota inicial (%), y al aceptar saldrá la respuesta de 8 %. Por tanto: si el precio de contado de la cocina es de \$ 1.500, la entrada o cuota inicial es del 8 % y la tasa de 12 %, los abonos mensuales iguales durante 12 meses serían de \$ 122,25, tal como había afirmado Juan.

### Ejercicios

1. Calcule el interés que gana un capital de \$ 7.500,00 a una tasa de interés del 12 % anual durante 180 días.
2. Calcule el interés que gana un capital de \$ 10.000,00 a una tasa del 4,5 % anual desde el 15 de marzo hasta el 15 de diciembre del mismo año, según las siguientes opciones, y luego comente los diferentes resultados: a) con el tiempo aproximado y el año comercial, b) con el tiempo exacto y el año comercial, c) con el tiempo aproximado y el año calendario, d) con el tiempo exacto y el año calendario.
3. Calcule el interés que gana un capital de \$ 20.500,00, a una tasa de interés del 15 % anual, desde el 1° de marzo al 1° de septiembre del mismo año, siguiendo los cuatro métodos.
4. Calcule el interés simple y el monto con tiempo exacto y año comercial, en cada uno de los siguientes casos: a) \$ 1.500,00 al 18 % anual a 180 días plazo, b) \$ 280,00 al 1,7 % mensual a 120 días plazo, c) \$ 50,00 al 9 % anual del 15 de marzo al 31 de agosto del mismo año, d) \$ 85,00 al 14,4 % anual del 10 de agosto al 15 de diciembre del mismo año, e) \$ 4.500,00 al 1,7 % mensual del 10 de abril al 22 de octubre del mismo año, f) \$ 2.500,00 al 1,5 % mensual, del 12 de mayo al 15 de septiembre del mismo año, y g) \$ 3.000,00 al 0,15 % diario del 15 de marzo al 14 de abril del mismo año.
5. ¿En qué tiempo se incrementará en \$ 2.050,00 un capital de \$ 50.000,00 colocado al 10  $\frac{1}{4}$  % anual?
6. ¿En qué tiempo se convertirá en \$ 54.500,00 un capital de \$ 50.000,00, colocado a una tasa de interés del 1,5 % mensual?
7. ¿A qué tasa de interés anual se colocó un capital de \$ 4.000,00 para que se convierta en 4.315,00 en 210 días?
8. ¿A qué tasa de interés mensual un capital de \$ 1.850,00 se incrementará una cuarta parte más en 300 días?
9. ¿Cuál fue el capital que, colocado a una tasa de interés del 9 % anual, durante 180 días, produjo un interés de \$ 1.125,00?
10. Calcule el valor actual de un pagaré de \$ 540,00, con vencimiento en 270 días y con una tasa de interés del 12 % anual: a) el día de hoy, b) dentro



- de 30 días, c) dentro de 90 días, d) dentro de 180 días, y e) antes de 60 días del vencimiento.
11. Un documento de \$ 900,00 suscrito el 19 de abril, con vencimiento en 180 días, a una tasa de interés del 1 % mensual desde su suscripción es negociado el 15 de julio del mismo año a una tasa de interés del 18 % anual; se desea conocer: a) la fecha de vencimiento, b) el monto o valor al vencimiento, c) el número de días comprendidos entre la fecha de negociación y la de vencimiento, d) el valor actual al 15 de julio.
  12. María otorga a Pedro un préstamo por \$ 1.500,00, con vencimiento en 300 días, a una tasa de interés del 18 % anual desde su suscripción. Si Pedro paga su deuda 90 días antes de la fecha de vencimiento, a la misma tasa de interés, calcule cuál sería el valor del pago.
  13. Se necesita conocer cuál fue la suma de dinero que, colocada a una tasa de interés del 7 % semestral, produjo \$ 95 en 11 meses.
  14. Una empresa pagó \$ 780,00 en intereses por un pagaré de \$ 6.500,00 a una tasa de interés del 1,8 % anual. Calcule el tiempo transcurrido y el monto.
  15. Una persona invierte \$ 1.500,00 durante 9 meses, por lo que obtiene un interés de \$ 135. Calcule la tasa de interés que se le reconoció.
  16. El 15 de junio una persona recibe una letra de cambio por \$ 220,00, a 240 días de plazo y a una tasa de interés del 1,7 % mensual desde la suscripción. Calcule cuál será su valor actual al 30 de septiembre del mismo año, si se reconoce una tasa de interés del 1,8 % mensual.
  17. Calcule el valor actual de un documento de \$ 95.000,00, treinta días antes de su vencimiento, si se considera una tasa de interés del 12 % anual.
  18. Una empresa comercial ofrece en venta refrigeradoras cuyo precio de lista es de \$ 600,00, con el 10 % de cuota inicial y el saldo a 30 meses plazo, con una tasa de interés del 2 % mensual. Calcule la cuota mensual fija que debe pagar el cliente: a) por el método de acumulación de intereses o método *lagarto*, b) por el método de saldos deudores. Analice los resultados y saque conclusiones.
  19. Una cooperativa de ahorro y crédito otorga préstamos de \$ 3.600 a 36 meses de plazo, con una tasa de interés del 18 % anual. Calcule la cuota fija que debe pagar el socio o cliente de la cooperativa: a) por el método de acumulación de intereses o método *lagarto*, b) por el método de saldos deudores, c) la tasa de interés que realmente paga el cliente.
  20. Una persona pide un préstamo de \$ 14.500,00 a 90 días de plazo, a una tasa de interés del 1,8 % mensual. Calcule cuánto deberá pagar por el préstamo si se demora en pagar 60 días más y le cobran el 2 % mensual por mora.
  21. Una persona adquiere un vehículo cuyo precio es de \$ 24.000,00, paga el 50 % de contado y el saldo a 30 meses de plazo, con una tasa de interés

## 2. Interés simple

- del 1,5 % mensual sobre saldos deudores. Calcule la cuota mensual fija que debe pagar.
22. ¿Cuál es la fórmula para calcular el interés simple?
  23. Calcule el interés simple que genera un capital de \$ 3.000 colocado a una tasa de interés del 30 % anual durante 90 días.
  24. ¿De cuántas maneras puede calcularse el interés simple cuando la tasa de interés es anual y se da el tiempo exacto y aproximado entre dos fechas?
  25. ¿Cuál es la fórmula para calcular el monto a interés simple?
  26. Calcule el interés simple que producirá un capital de \$ 20.000 colocado a una tasa de interés del 9 % anual durante el tiempo comprendido entre el 5 de mayo y el 5 de noviembre del mismo año, mediante las cuatro formas de cálculo.
  27. Calcule el monto en los ejercicios 2 y 5.
  28. Determine la fórmula para calcular: a) la tasa de interés, b) el tiempo y c) el capital inicial.
  29. ¿Cuál es la fórmula para calcular el valor actual en cualquier tiempo comprendido entre la fecha de negociación y la de vencimiento?
  30. Un pagaré de \$ 5.000, suscrito el 14 de marzo a 180 días de plazo con una tasa de interés del 21 % anual desde la suscripción, es vendido el 13 de mayo del mismo año a una tasa de interés del 18 % anual. Calcule: a) la fecha de vencimiento, b) gráfico de tiempos y valores, c) el valor al vencimiento o monto, d) el número de días comprendidos entre la fecha de negociación y la fecha de vencimiento y e) el valor actual o precio del pagaré a la fecha de negociación.
  31. Una empresa vende automóviles a un precio de lista de \$ 60.000, con el 25 % de cuota inicial y el saldo a 36 meses de plazo, con una tasa de interés del 3 % mensual. Calcule la cuota fija mensual que debe pagar el cliente: a) por el método de acumulación de intereses *lagarto* y b) por el método de saldos deudores.

### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. Calcule el interés simple que genera un capital de \$ 3.000 colocado a una tasa de interés de 25,5 % anual durante 100 días.
- ii. Calcule el número de días que ha estado depositado un capital de \$ 5.000, que ha generado intereses por \$ 416,67, a una tasa de 30 % anual.
- iii. Calcule la tasa anual de un capital de \$ 1.000 que está depositado durante 205 días y ha generado \$ 85,42 de interés simple.
- iv. Un capital de \$ 3.500 se deposita, el 1° de febrero de 2014, a una tasa de interés simple de 8 % anual, calcule el monto al 15 de septiembre de 2014.

- v. Un capital de \$ 4.500 se deposita el 30 de enero de 2012. El 6 de diciembre del mismo año, el monto acumulado es de \$ 5.199,75. Calcule a qué tasa diaria y anual está depositado.
- vi. Un capital de \$ 100 se deposita a una tasa simple de 24 % anual. Elabore una tabla; en la primera columna escriba el tiempo desde cero hasta 6 meses, y en la segunda columna calcule el monto respectivo. A continuación, grafique en el plano cartesiano la información obtenida (en el eje horizontal el tiempo y en el vertical el monto).
- vii. Pablo deposita \$ 100 en una cuenta que reconoce una tasa simple de 24 % anual, durante 10 meses. Pedro deposita \$ 98 en otra cuenta que reconoce una tasa simple de 29,39 % anual, también durante 10 meses. Por medio de un gráfico de monto averigüe cuándo, ambas partes, tienen el mismo monto acumulado.

#### Autoevaluación

1. ¿Cuál es la diferencia entre tasa de interés e interés?
2. ¿Cuál es la diferencia entre tiempo exacto y tiempo aproximado?
3. Cuando se calcula el interés simple de un determinado capital con una tasa de interés semestral y el tiempo en días, ¿entre cuánto debe dividirse el tiempo en la fórmula del interés simple?
4. Dibuje un gráfico de tiempos y valores.
5. En el cálculo del valor actual, cuando el documento genera intereses desde la suscripción, ¿es necesario calcular previamente el monto? ¿Por qué?
6. En las compras o ventas a plazo, ¿cuál procedimiento o método da como resultado una cuota fija más elevada?
7. ¿Cómo se calcula la última cuota en el procedimiento o método de saldos deudores?
8. Para calcular la cuota fija en el método de saldos deudores ¿se aplican la fórmula del último término y la suma de los términos de una progresión aritmética? ¿Por qué?
9. En la venta de un refrigerador a plazos, ¿cuál de los dos métodos de cálculo preferiría el cliente de una empresa vendedora, saldos deudores o método *lagarto*? ¿Por qué? ¿Y si fuera el dueño de la empresa?

### 3. DESCUENTOS

#### Presentación

El sistema financiero utiliza con frecuencia el descuento simple en operaciones de corto plazo, tanto en las instituciones financieras públicas como privadas. Cuando una persona natural o jurídica desea obtener liquidez o dinero efectivo, respaldado por un documento cuyo vencimiento ocurrirá en un futuro cercano, realiza una operación de descuento. Existe también el descuento bancario o bursátil, y el valor efectivo, los cuales se explican por su aplicación en el precio de los documentos financieros que se negocian en las bolsas de valores.

El descuento puede darse en cualquier fecha antes del vencimiento de un documento financiero, y puede ser negociado a una determinada tasa de interés, la cual se acuerda entre las partes. Estas operaciones se pueden realizar en la hoja electrónica Excel, de ahí su estudio en el presente texto.

#### Objetivo general

Conocer el concepto de descuento y la manera como se practican las operaciones de descuento de documentos financieros.

#### Objetivos específicos

- Comprender el concepto de descuento simple.
- Conocer el descuento racional y sus fórmulas de cálculo.
- Conocer el descuento bancario o bursátil y sus fórmulas de cálculo.
- Diferenciar las tasas de interés, de las tasas de descuento.
- Conocer el redescuento y sus operaciones.
- Desarrollar ejercicios prácticos sobre descuentos.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de descuento.

#### 3.1 Descuento

El descuento “es la operación de adquirir, antes del vencimiento, valores generalmente endosables”<sup>14</sup>.

“Operación por la que un banco entrega al tenedor de un efecto de comercio, antes de su vencimiento, el importe del mismo con ciertas deducciones”<sup>15</sup>.

Es la operación que consiste en adquirir letras, pagarés o documentos financieros por un importe efectivo menor al valor en la fecha de

<sup>14</sup> Gran Diccionario Enciclopédico Universal, Valencia: Ortells, 1980.

<sup>15</sup> Bernard, Y., Colli, J. C. y Lewandowski, D., *Diccionario económico y financiero*. Madrid: Asociación para el Progreso de la Dirección, 1981, p. 398.

vencimiento. Es decir, es la diferencia entre el valor del documento antes de la fecha en que vence y su valor al vencimiento.

Es la acción de recibir o pagar un dinero hoy, a cambio de una suma mayor comprometida para fecha futura, según las condiciones convenidas en el pagaré.

### 3.2 Redescuento

El redescuento es la operación mediante la cual el Banco Central, o un banco privado, le descuenta a otros bancos comerciales documentos, letras de cambio o pagarés, descontados por ellos con anterioridad a una determinada tasa de interés, mayor o menor, dependiendo de la política de restricción o el aumento de operaciones crediticias y el dinero circulante.

### 3.3 Documentos de crédito

Entre los documentos de crédito únicamente se mencionarán la letra de cambio y el pagaré por ser los más conocidos y utilizados. Se usan para respaldar obligaciones en dinero con vencimiento futuro. Estos detallan a la persona acreedora y a la deudora, el valor de la deuda, la fecha de suscripción, el plazo y el interés.

En algunos casos pueden ser endosables a terceras personas, negociables, descontados o redescontados en bancos antes de la fecha de vencimiento.

#### 3.3.1 Letra de cambio

La letra de cambio es un “documento de crédito consistente en una orden escrita por la que una persona, denominada ‘girador’, encarga a otra, llamada ‘girado’ o ‘aceptante’, que pague a una tercera persona ‘tenedor’, una determinada cantidad de dinero a cierta fecha”<sup>16</sup>.

Es común que solo haya dos personas involucradas pues el girador puede coincidir con el tenedor.

El tenedor o beneficiario es la persona a cuyo favor se emite la letra de cambio. La letra es susceptible de transferirse, mediante el endoso correspondiente.

La letra de cambio en la que no se especifica un plazo para el pago se considera como cancelable a la vista.

<sup>16</sup> Nelson Dávalos Arcentales, *Enciclopedia básica de administración, contabilidad y auditoría*. Quito: Editorial Corporación de Estudios y Publicaciones, 1981, p. 113.



#### 3.3.2 Pagaré

El pagaré es un título que da al tenedor del documento el derecho incondicional de recibir una cantidad de dinero en determinada fecha. Se emite y negocia con descuento, según el tipo de interés y la fecha de su vencimiento.

Los siguientes datos son fundamentales para el manejo de estos documentos y para comprender los ejemplos y ejercicios de este capítulo:

- Valor nominal: valor del documento, sin intereses, a la fecha de suscripción.
- Valor al vencimiento o monto: valor del documento, con intereses, a la fecha de vencimiento; si no se consideran intereses, coincide con el valor nominal.
- Fecha de suscripción: fecha en la cual se suscribe el documento.
- Fecha de vencimiento: fecha en la que vence el plazo del documento.
- Fecha de negociación o descuento: fecha en la que se descuenta, compra o vende el documento.
- Plazo: duración, en días, del documento.
- Valor de negociación: valor actual a la fecha del descuento, compra o venta del documento.
- Interés: suma de dinero que se obtiene o se paga sobre el capital.

#### 3.4 Otros documentos financieros

Existen otros documentos financieros de corto plazo, generalmente de renta fija, es decir, que tienen establecidos la fecha de suscripción, de vencimiento, la tasa de interés que ganan, la tasa de negociación, su valor nominal y, algunas veces, su valor al vencimiento o monto. En ellos es relativamente fácil calcular su valor actual o precio de negociación o de descuento.

Los más conocidos, además de la letra de cambio y el pagaré, son las pólizas de acumulación, los certificados de inversión, los certificados de ahorro, los certificados financieros, los bonos de estabilización monetaria y las notas de crédito. Además, existen los documentos de renta variable, que son las acciones emitidas por las empresas.

#### 3.5 Descuento racional

El descuento racional o descuento simple, a una tasa de interés, es la diferencia entre el monto o valor a la fecha de vencimiento de un documento o deuda y el valor presente. Se representa con la sigla Dr. Se interpreta también como el interés simple del valor actual.

Para calcular el descuento racional se debe conocer primero el valor actual y luego restarlo del monto, así:

$$Dr = \text{Monto} - \text{Valor actual}$$

$$Dr = M - C$$

$$C = \frac{M}{1 + it}$$

$$Dr = M - \frac{M}{1 + it}$$

**Fórmula 3.1.** Fórmula de Descuento racional

En el descuento racional, al igual que para el cálculo del valor actual, pueden darse dos tipos de problemas: cuando el documento no gana intereses desde la emisión, esto es, cuando el valor nominal coincide con el monto; y cuando es necesario calcular el monto, pues el documento genera intereses desde la emisión. A continuación, se presentan dos ejemplos que sirven para analizar estos casos.

#### **Ejemplo de descuento racional**

Para calcular el descuento racional de un documento de \$ 250 suscrito el 30 de junio a 180 días de plazo, si se descontó el 30 de noviembre del mismo año con una tasa de interés del 24 % anual, realizamos el siguiente procedimiento. En este caso, el valor nominal es igual al monto, puesto que no gana intereses (figura 3.1).

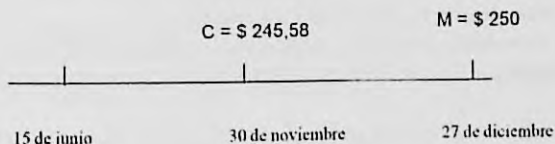
$$M = \$ 250$$

Fecha de vencimiento: 27 de diciembre

Fecha de descuento: 30 de noviembre

Días que faltan para el vencimiento: del 30 de noviembre al 27 de diciembre = 27 días

$$C = \frac{250}{1 + 0,24 \frac{27}{360}} = \$ 245,58$$



**Figura 3.1.** Gráfico de descuento racional

$$Dr = 250 - 245,58 = \$ 4,42$$

### Ejemplo de valor actual y descuento racional

Ahora calculemos el valor actual y el descuento racional de una letra de cambio de \$ 100,00 a 180 días de plazo, suscrita el 31 de marzo de 2003, al 18 % anual desde su suscripción, si se descuenta el 29 de julio del mismo año al 21 % anual.

$$M = 100 \left[ 1 + (0,18) \frac{180}{360} \right] = \$ 109,00$$

Fecha de vencimiento: 27 de septiembre.

Fecha de descuento: 29 de julio.

Días que faltan para el vencimiento de la letra de cambio: 60 días.

$$C = \frac{109}{1 + (0,21) \frac{60}{360}} = \$ 105,314$$

Aplicando la fórmula 3.1:

$$Dr = 109,00 - 105,314 = 3.686 \text{ (descuento racional).}$$

La solución del problema se puede expresar gráficamente (figura 3.2).

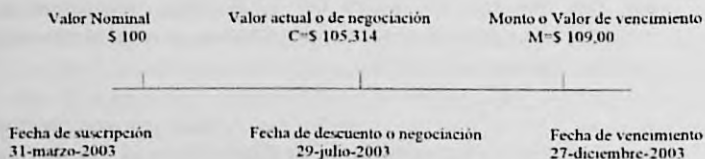


Figura 3.2. Gráfico de descuento racional y valor actual

Esto puede comprobarse calculando el interés simple del valor actual:

$$I = (105,314)(0,21) \frac{60}{360} = \$ 3,686 = Dr$$

### 3.6 Descuento bancario, comercial o bursátil

El descuento bancario, comercial o bursátil se utiliza en las operaciones comerciales y consiste en cobrar los intereses por anticipado.

Su cálculo se realiza sobre el monto o valor al vencimiento. Se emplea una tasa de descuento para diferenciarla de la tasa de interés que se aplica al cálculo del valor actual; se expresa como  $Db$  y se conoce como tasa de

descuento al interés porcentual que se aplica al valor nominal del documento a la fecha de su vencimiento. Se expresa como un porcentaje.

Al descontar una letra se recibe una suma inferior al valor nominal, si esta no genera intereses desde la fecha de suscripción. Si se establece lo contrario, es decir, si gana intereses desde la fecha de suscripción, se debe proceder a calcular los montos al vencimiento del descuento.

Para descontar una letra en un banco esta debe contener una promesa de pago en una fecha posterior a la cual se va a descontar el documento.

La fórmula del descuento bancario o bursátil es común en las operaciones, transacciones y préstamos bancarios y bursátiles (aquellas que se realizan en las bolsas de valores).

Como es un interés sobre el valor del documento o deuda a la fecha de vencimiento o monto, se expresa en forma similar a la fórmula de interés simple.

$$Db = Mdt$$

Fórmula 3.2. Descuento bancario

Donde:

$Db$  = descuento bancario o descuento bursátil

$M$  = valor del documento a la fecha de vencimiento

$d$  = tasa de descuento

$t$  = tiempo en días, comprendido entre la fecha del descuento y la fecha de vencimiento

#### Ejemplo descuento bancario

Para calcular el descuento bancario que un banco aplica a un cliente que descuenta un pagaré de \$ 800,00 en el día de hoy, a 120 días de plazo, considerando una tasa de descuento del 12 % anual, tenemos:

**Monto:** \$ 800,00

Para calcular el descuento bancario se aplica la fórmula 3.2.

$$Db = Mdt$$

$$Db = 800(0,12) \left[ \frac{120}{360} \right] = \$ 32,00$$

El descuento que aplica el banco es de \$ 32,00

Queremos conocer ahora el descuento bancario de un documento de \$ 350,00, suscrito el 15 de marzo a 180 días de plazo, si este se descuenta el 15 de junio del mismo año a una tasa del 18 % anual.

Primero se representa el problema gráficamente (figura 3.3).

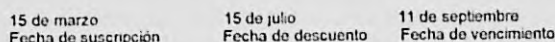


Figura 3.3. Gráfico de descuento bancario

*Cálculo del tiempo:* el número de días entre la fecha de descuento (15 de junio) y la fecha de vencimiento (11 de septiembre) (tabla 3.1).

Plazo		Tiempo de descuento	
Marzo	16	Junio	15
Abril	30	Julio	31
Mayo	31	Agosto	31
Junio	30	Septiembre	11
Julio	31	Total	88
Agosto	31		
Septiembre	11		
Total	180		

Tabla 3.1. Cálculo de tiempos

Aplicando la fórmula 3.2, se tiene:

$$Db = 350(0,18) \left[ \frac{88}{360} \right] = 15,40$$

#### Ejemplo de descuento racional

Una póliza de \$ 4.000,00 suscrita el 15 de mayo, a 180 días de plazo, con una tasa de interés del 6 % anual desde su suscripción, es descontada el 03 de septiembre del mismo año a una tasa del 9 % anual.

Calculemos: a) el gráfico, b) la fecha de vencimiento, c) el monto, d) el número de días comprendidos entre la fecha de negociación o descuento y la fecha.



Solución:

a. Figura 3.4

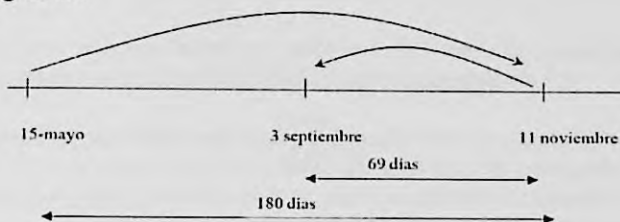


Figura 3.4. Gráfico de descuento racional

- b. Fecha de vencimiento: 11 de noviembre (180 días a partir del 15 de mayo).
- c. Monto:  $M = C(1 + it)$
- $$M = 4.000 \left( 1 + 0,06 \times \left( \frac{180}{360} \right) \right) = 4.120,00$$
- d. Número de días exactos entre el 03 de septiembre y el 11 de noviembre = 69 días.
- e. Valor actual

$$C = \frac{M}{1 + it} \quad C = \frac{4.120,00}{1 + 0,09 \left( \frac{69}{360} \right)} = \frac{4.120,00}{1,01725} = 4.050,1352$$

### 3.6.1 Valor actual con descuento bancario, valor efectivo o bursátil

Valor efectivo que se recibe en el momento del descuento bancario de un documento, antes de la fecha de vencimiento, a una determinada tasa de descuento.

El valor actual o presente con descuento bancario se identifica como la diferencia entre el valor al vencimiento del documento y el descuento bancario. Se expresa como  $Cb$ .

$$Cb = M - Db$$

Fórmula 3.3. Valor actual con descuento bancario

Reemplazando el valor de  $Db$ , según la fórmula 3.2:

$$Cb = M - Mdt; \text{ Factorizando: } Cb = M(1 - dt)$$

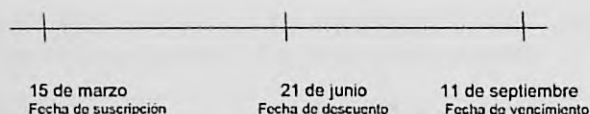
También se le conoce como fórmula del precio de un documento con descuento o precio bursátil. De donde puede deducirse:

$$M = \frac{Cb}{1 - dt}$$

**Fórmula 3.4.** Monto en función del valor actual con descuento bancario

Calculemos el valor efectivo o precio que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de \$ 120, suscrita el 15 de marzo, sin intereses, a 180 días de plazo, si se descontó el 21 de junio del mismo año a una tasa de descuento del 18 % anual (figura 3.5).

M = \$ 120



**Figura 3.5** Gráfico de valor efectivo

### Ejemplos adicionales

Se calculan la fecha de vencimiento y los días comprendidos entre la fecha de descuento y la de vencimiento (tabla 3.2).

Plazo	
Marzo	16
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	11
Total	180

Tiempo de descuento	
Junio	9
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	11
Total	82

**Tabla 3.2.** Plazo y tiempos de descuento

$$Cb = m(1 - dt)$$

$$Cb = 120 \left[ 1 - 0,18 \frac{82}{360} \right] = \$ 115,08$$

$$Cb = 11,15$$

Si un cliente de un banco solicita un préstamo de \$ 10.000 a 180 días de plazo, ¿qué valor efectivo recibe si le aplica una tasa de descuento del 18 % anual? ¿Cuál será el descuento bancario?

En este caso, el banco calcula por anticipado el interés. En consecuencia, se trata de un descuento bancario y puede aplicarse la fórmula 3.3.

$$Cb = 10.000 \left( 1 - 0,18 \left( \frac{180}{360} \right) \right)$$

$$Cb = \$ 9.100,00$$

Valor efectivo = monto - descuento bancario; expresado en la fórmula:

$$Cb = M - Db$$

De lo cual se deduce:

$$Db = M - Cb; Db = 10.000,00 - 9.100,00 = \$ 900,00$$

¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere \$ 15.000 pagaderos en 150 días con una tasa de descuento del 12 % anual?

$$M = \frac{Cb}{1 - dt}$$

$$Cb = 15.000$$

$$d = 0,12$$

$$t = 150$$

$$M = \frac{15.000}{1 - (0,12) \left( \frac{150}{360} \right)} = \frac{15.000}{0,95} = \$ 15.789,47$$

#### **Ejemplo de descuento racional y descuento bancario**

Un documento financiero de \$ 10.000,00, suscrito el 07 de junio a 180 días de plazo, con una tasa del 6 % anual desde su suscripción, es descontado el 20 de septiembre del mismo año a una tasa del 12 % anual.

Calculemos: a) el gráfico, b) la fecha de vencimiento, c) el monto, d) el número de días comprendidos entre la fecha de negociación o descuento y la fecha de vencimiento, e) el valor actual a la fecha del descuento, f) el descuento racional, g) el descuento bancario o bursátil, h) el valor efectivo.

Solución:

a. Gráfica (figura 3.6)



Figura 3.6. Gráfico de descuento racional y descuento bancario

b. Fecha de vencimiento: 04 de diciembre (180 días a partir del 07 de junio)

c. Monto:  $M = C(1 + it)$ 

$$M = 10.000,00 \left( 1 + 0,06 \left( \frac{180}{360} \right) \right) = 10.300,00$$

d. Número de días exactos entre el 20 de septiembre y el 04 de diciembre = 75 días

e. Valor actual

$$C = \frac{M}{1 + it} \quad C = \frac{10.300,00}{1 + 0,12 \left( \frac{75}{360} \right)} = \frac{10.300,00}{1,025} = 10.048,78$$

f. Descuento racional:

$$M - C = 10.300,00 - 10.048,78$$

g. Descuento bancario o bursátil:  $Db = Mdt$ 

$$Db = 10.300,00(0,12) \left( \frac{75}{360} \right) = 257,50$$

h. Valor efectivo:

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$10.300,00(1 - 0,12 \left( \frac{75}{360} \right)) = 10.042,50$$

### 3.6.2 Análisis de la relación descuento racional/descuento bancario y comparación entre tasa de interés y tasa de descuento

La tasa de interés se utiliza para calcular el descuento racional o matemático y se aplica sobre el valor actual de un documento. Se representa por la letra  $i$ .

La tasa de descuento se utiliza para calcular el descuento bancario, comercial o bursátil. Se aplica sobre el valor al vencimiento del documento o monto y se representa por la letra  $d$ .

Calculemos el descuento racional y bancario de una letra de cambio de \$ 240 a 210 días de plazo, si se descuenta 60 días antes de su vencimiento, a una tasa del 1,8 % mensual.

Gráficamente:

a. Descuento racional (figura 3.7).

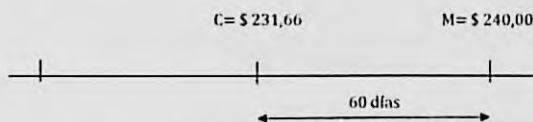


Figura 3.7. Gráfico de descuento racional

$$C = \frac{240}{1 + 0,18 \left( \frac{60}{30} \right)} = \frac{240}{1,036} = \$ 231,66$$

$$Dr = M - C; Dr = 240 - 231,66 = \$ 8,34$$

Se comprueba que corresponde al interés simple del valor actual:

$$I = Dr = Cit = 231,66(0,18) \left( \frac{60}{30} \right) = \$ 8,34$$

b. Descuento bancario:

$$Db = Mdt; Db = 240(0,018) \left( \frac{60}{30} \right) = \$ 8,64$$

En el descuento bancario o bursátil el interés se calcula sobre el monto o valor al vencimiento.



Como se observa, el descuento bancario es siempre mayor que el descuento racional aplicado antes de la fecha de vencimiento de un documento financiero.

Para hallar la relación entre la tasa de interés y la tasa de descuento se toma la relación entre las dos tasas:

$$i = \frac{d}{1 - dt} \quad (1)$$

$$d = \frac{i}{1 + it}$$

Al reemplazar en (1) la tasa de descuento del ejemplo anterior tenemos:

$$i = \frac{0,018}{1 - 0,018 \left(\frac{60}{30}\right)} = \frac{0,018}{1 - 0,036} = \frac{0,018}{0,964} = 0,018672$$

En el ejemplo se comprueba que:

$$C = \frac{240}{1 + 0,018672 \left(\frac{60}{30}\right)} = \$ 231,360$$

$$Db = 240 - 231,36 = \$ 8,64$$

Al reemplazar en (2) la tasa de interés  $i$ :

$$d = \frac{0,018}{1 + 0,018 \frac{60}{30}} = 0,017375$$

En el ejemplo se comprueba que:

$$Dr = (240)(0,017375) \frac{60}{30} = \$ 8,34$$

Esta relación puede demostrarse así puesto que:

$$C = M(1 - dt)$$

$$M = \frac{C}{1 - dt} = C + I$$

Al reemplazar por sus respectivos valores:

$$\begin{aligned} \frac{C}{1 - dt} &= C + Cit \\ \frac{C}{1 - dt} - C &= Cit \end{aligned}$$

$$Cit = \frac{C - C(1 - dt)}{1 - dt}$$

$$Cit = C \left[ \frac{1 - (1 - dt)}{1 - dt} \right]$$

$$it = \frac{dt}{1 - dt}$$

Por tanto,

$$i = \frac{d}{1 - dt}$$

**Fórmula 3.5.** Calcular la tasa de interés en función de la tasa de descuento

Puesto que:

$$M = I + C$$

$$\frac{C}{1 - dt} = Cit + C$$

$$\frac{C}{1 - dt} = C(it + 1)$$

Simplificando  $C$  y despejando  $1 - dt$ :

$$1 - dt = \frac{1}{1 + it}$$

$$-dt = -1 + \frac{1}{1 + it}$$

$$dt = 1 - \frac{1}{1 + it}$$

$$dt = \frac{1 + it - 1}{1 + it}$$

$$dt = \frac{1}{1 + it}$$

$$d = \frac{i}{1 + it}$$

**Fórmula 3.6.** Calcular la tasa de descuento en función de la tasa de interés

Aplicando lo anterior calculemos qué tasa de interés equivale a una tasa de descuento del 21 % anual durante 90 días.

$$i = \frac{d}{1 - dt}$$

$$i = \frac{0,21}{1 - (0,21)\left(\frac{90}{360}\right)} = 0,221636$$

$$i = 22,16 \% \text{ anual}$$

Ahora calculemos qué tasa de descuento equivale a una tasa de interés del 22,1636 % anual durante 90 días.

$$d = \frac{i}{1 + it}$$

$$d = \frac{0,221636}{1 + (0,221636)\left(\frac{90}{360}\right)} = 0,21$$

$$d = 21 \% \text{ anual}$$

#### **Ejemplo de descuento bancario**

Una persona realiza un descuento bancario de una letra de cambio suscrita a 210 días de plazo por un valor de \$ 100, 60 días antes de la fecha de vencimiento, con una tasa de descuento del 12 % anual. El mismo día el banco redescuenta el documento en el Banco Central a una tasa del 9 %.

¿Cuánto recibe el deudor y cuánto el banco que redescuenta?

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$Cb = 100\left(1 - (0,12)\left(\frac{60}{360}\right)\right) = \$ 98$$

El deudor recibe \$ 98

$$Cb = 100\left(1 - (0,09)\left(\frac{60}{360}\right)\right) = \$ 98,50$$

El banco que redescuenta recibe \$ 98,50

**Ejemplo de monto**

Una persona solicita un préstamo de \$ 3.000 a 180 días de plazo en una institución financiera que cobra una tasa de interés del 24 % anual, ¿qué valor debe pagar al vencimiento?

Se calcula el monto al vencimiento:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 3.000(1 + (0,24)\left(\frac{180}{360}\right)) = \$ 3.360$$

Al vencimiento debe pagar: \$ 3.360.

Es decir, por intereses paga \$ 360 y por capital \$ 3.000.

Puede aplicarse otra modalidad: que el cliente desee pagar \$ 3.000 al vencimiento, por tanto, habrá que calcular el valor que la institución financiera daría como préstamo de capital al cliente:

$$C = \frac{M}{1 + it}$$

$$C = \frac{3.000}{1 + (0,24)\left(\frac{180}{360}\right)} = \$ 2.678,57$$

El cliente recibe \$ 2.678,57.

Y de intereses paga un descuento racional:

$$Dr = 3.000 - 2.678,57$$

En caso de que cobraran intereses por adelantado, el problema se resolvería de la siguiente manera:

$$Db = Mdt$$

$$Db = 3.000(0,24)\left(\frac{180}{360}\right) = \$ 360$$

Es decir que el cliente pagaría de intereses un descuento bancario de \$ 360 y recibiría un valor efectivo de:

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$Cb = 3.000\left(1 - 0,24\left(\frac{180}{360}\right)\right) = \$ 2.641$$

Como se observa, las dos formas de cálculo presentan una diferencia entre

$$360 - 321,43 = \$ 38,57 \text{ a favor del banco.}$$

### Aplicación de valor presente y descuento en Microsoft Excel

Calculamos el valor presente y el descuento racional de una letra de cambio de \$ 500,00 a 270 días, suscrita el 6 de enero de 2016 al 15 % anual desde su firma, si se descuenta el 8 de agosto del mismo año al 18 % anual.

Para resolver el problema utilizaremos otras herramientas de Excel. Para tener un mayor control sobre las operaciones utilizadas se empleará la función *Definir nombre*.

En primer lugar, se procede a llenar las celdas A1, B1, C1, A4, B4, C4, A6, A8, B8, C8, D8, E8, F8 y A13, con los nombres correspondientes (figura 3.8).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Fecha de inicio	Número de días	Fecha de vencimiento	Fórmula en C2			
2	31/03/2003	180	27/09/2003	=Fecha_de_inicio+Número_de_días			
3							
4	Capital	Tasa anual	Tasa diaria	Fórmula en C5			
5	100,00	18%	0,0005	=Tasa_anual/360			
6	Monto		Fórmula en A7				
7	109,00	=Capital*(1+Tasa_diaria*Número_de_días)					
	Fecha de	Días que faltan	Fórmula en B9	Tasa de descuento racional anual	Tasa de descuento racional diario	Valor	
8	pago	para el					
		vencimiento				Presente	
9	29/07/2003	60	=Fecha_de_vencimiento- Fecha de pago	21%	0,0583333%	105,31	
10		Fórmula en F9					
11		=Monto/(1+Tasa_de_descuento_racional_diario*Días_que_faltan_para_el_vencimiento)					
12							
13	Descuento racional		Fórmula en A14				
14	3,69		=Monto-Valor_presente				

Figura 3.8. Excel: Definir nombre

Posteriormente se localiza en la celda que está inmediatamente debajo de cada una de las indicadas; por ejemplo, en A2 presionamos el botón derecho del ratón y aparecerá una nueva ventana, de ella se escoge *Definir nombre*, al dar clic en esta opción aparecerá otra nueva ventana (figura 3.9).



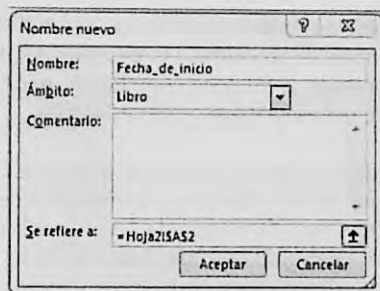


Figura 3.9. Excel: Ventana Nombre nuevo

El mismo *software* propone que la celda A2 se llame *Fecha\_de\_inicio*; se acepta la propuesta o se le cambia el nombre. Para el caso presente se aceptaron todas las sugerencias del programa. En la tabla 3.3 se muestran los nombres de las celdas:

Celda	Nombre
A2	Fecha de inicio
B2	Número de días
C2	Fecha vencimiento
A5	Capital
B5	Tasa anual
C5	Tasa diaria
A7	Monto
A9	Fecha de pago
B9	Días que faltan para el vencimiento
D9	Tasa descuento racional anual
E9	Tasa descuento racional diario
F9	Valor presente
A14	Descuento racional

Tabla 3.3. Nombre de las celdas

En la figura 3.8 se observan las operaciones realizadas y, en algunos casos, se ha puesto junto a la celda la fórmula empleada. La ventaja de esta alternativa es que se pueden controlar los argumentos de las fórmulas utilizadas.

Por ejemplo, si se quiere verificar la fórmula de *Valor presente* =  $M/(1 + i * t)$ , se observa que en la celda A14, que representa el Valor presente, está escrito:

*Monto*

---

$1 + \text{Tasa descuento racional diario} * \text{días que faltan para el vencimiento}$

En los problemas planteados en los capítulos anteriores solo se tenían nombres propios de las celdas, por ejemplo, A7, E9, B9; la verificación de la fórmula empleada es un poco complicada, por cuanto hay que retroceder y verificar qué representan las celdas utilizadas.

### Aplicación de descuento y cálculo de tiempos en Microsoft Excel

Un documento de \$ 15.000,00 fue suscrito el 4 de abril de 2016 a 200 días de plazo, con una tasa de interés de 10 % anual, tasa que es válida hasta su vencimiento. Se negocia con descuento el 30 de junio del mismo año a una tasa de 15 %. Calculemos: a) la fecha de vencimiento, b) el monto, c) el número de días entre la fecha de descuento y la fecha de vencimiento, d) el descuento racional, e) el valor presente, f) el descuento bancario, g) el valor efectivo.

Para resolver el presente ejercicio, en primer lugar se arma una tabla como la que se aprecia en la figura 3.9. A las celdas donde van a estar los datos los ponemos sus respectivos nombres, y en las celdas en las que se necesita calcular, las fórmulas correspondientes. Luego, se llenan las celdas de datos y el Excel entrega las respuestas solicitadas (figura 3.10).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Fecha inicio	Plazo días	Fecha de vencimiento	Fecha de descuento	Capital	Tasa anual	Tasa diaria	
2			=Fecha_inicio +Plazo_dias				=Tasa_anual/360	
3	Monto	Plazo descuento en días	Tasa de descuento anual	Tasa de descuento diario	Valor presente	Descuento racional	Descuento bancario	Valor efectivo
4	=Capital*(1+Tasa diaria*Plazo días)	=Fecha_de_venci- miento- Fecha_de_descue- nto		=Tasa_de_descuento anual/360	=Monto/(1+Tasa de_descuento_dia- rio*Plazo_descue- nto_en_dias)	=Monto- Valor prese- nte	=Monto*Tasa_de_descuento_dia- rio*Plazo_descue- nto_en_dias	=Monto- Descuento_ bancario
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Fecha inicio	Plazo días	Fecha de vencimiento	Fecha de descuento	Capital	Tasa anual	Tasa diaria	
2	04/04/2016	200	21/10/2016	30/06/2016	15.000,00	10%	0,00027778	
3	Monto	Plazo descuento en días	Tasa de descuento anual	Tasa de descuento diario	Valor presente	Descuento racional	Descuento bancario	Valor efectivo
4	15.833,33	113	15%	0,00041667	15.121,37	711,96	745,49	15.087,85

Figura 3.10. Descuento y cálculo de tiempos en excel

### Aplicación de la tasa de interés y de la tasa de descuento en Microsoft Excel

	A	B	C	D	E
1	Tasa de interés	Tasa de descuento	Tiempo		
2					
3					
4	Tasa de Interés en función de la tasa de descuento				
5	0	=Tasa_de_descuento/(1-Tasa_de_descuento*Tiempo)			
6					
7	Tasa de descuento en función de la tasa de interés				
8	0	=Tasa_de_interés/(1+Tasa_de_interés*Tiempo)			

Figura 3.11. Tasa de interés y descuento

En la (figura 3.11) las celdas se llaman: A2, Tasa\_de\_interés; B2, Tasa\_de\_descuento; C2, Tiempo.

En A5 se calcula la tasa de interés en función de la tasa de descuento y del tiempo; en A8 se calcula la tasa de descuento en función de la tasa de interés y del tiempo.

#### Ejemplos adicionales

Calcular la tasa de interés equivalente a una tasa de descuento de 12 % anual durante 100 días (figura 3.12).

	A	B	C	D	E
1	Tasa de Interés	Tasa de descuento	Tiempo		
2		12%	0,2777778		
3					
4	Tasa de Interés en función de la tasa de descuento				
5	12,41%	=Tasa_de_descuento/(1-Tasa_de_descuento*Tiempo)			
6					
7	Tasa de descuento en función de la tasa de interés				
8	0,00%	=Tasa_de_interés/(1+Tasa_de_interés*Tiempo)			

Figura 3.12. Tasa de interés y descuento

En B2 ponemos el valor de la tasa de descuento, y en Tiempo se pone = 100/360, ya que la tasa y el plazo deben estar en las mismas unidades de tiempo.

Calcular la tasa de descuento equivalente a una tasa de interés de 12.41 % anual durante 100 días (figura 3.13).

### 3. Descuentos

	A	B	C	D	E
1	Tasa de interés	Tasa de descuento	Tiempo		
2	12,41%		0,2777778		
3					
4	Tasa de interés en función de la tasa de descuento				
5	0,00%	=Tasa_de_descuento/(1-Tasa_de_descuento*Tiempo)			
6					
7	Tasa de descuento en función de la tasa de interés				
8	12,00%	=Tasa_de_interés/(1+Tasa_de_interés*Tiempo)			

Figura 3.13. Tasa de interés y descuento

#### Ejercicios

1. Calcule el valor actual de una letra de cambio suscrita por \$ 2.500,00 a 180 días de plazo, si se descontó 60 días antes de su vencimiento, a una tasa de interés del 18 % anual.
2. Calcule el descuento racional en el problema anterior.
3. Calcule el descuento racional de una letra de cambio, suscrita por \$ 1.800,00 el 2 de mayo, a 180 días de plazo, si se descontó el 2 de agosto del mismo año a una tasa de interés del 2 % mensual.
4. Calcule el descuento racional de una letra de cambio de \$ 7.500,00, suscrita al día de hoy, a 210 días de plazo, con una tasa de interés del 1,8 % mensual desde su suscripción, si es descontada 60 días antes de su vencimiento, a una tasa del 1,9 % mensual.
5. ¿Cuál es el descuento racional de una letra de cambio de \$ 2.000,00 suscrita el 20 de mayo, a 240 días de plazo, con una tasa del 1,2 % mensual desde su suscripción, si se descontó el 02 de agosto del mismo año a una tasa del 20,4 % anual?
6. Calcule el descuento bancario de un pagaré de \$ 850,00, suscrita a 180 días de plazo, si fue descontado 30 días antes de su vencimiento, con una tasa de descuento del 12 % anual.
7. ¿Cuál es el descuento bancario o bursátil de una letra de cambio de \$ 250,00, suscrita el 21 de marzo, a 120 días de plazo, si fue descontada el 03 de junio del mismo año?
8. Calcule el valor efectivo de un pagaré de \$ 800,00, suscrito a 120 días de plazo, si se descuenta el día de hoy (tiempo cero), a una tasa de descuento del 18 % anual.
9. Un pagaré de \$ 2.700,00, suscrito el 18 de abril, a 150 días de plazo, con una tasa de interés del 4,5 % anual desde su suscripción, es descontado el 05 de junio del mismo año a una tasa de descuento del 12 % anual; calcule el descuento bancario y el valor efectivo, a la fecha del descuento.
10. Una empresa solicita un préstamo de \$ 10.000 en un banco a 180 días de plazo. Calcule el valor efectivo que recibe y el descuento bancario que le hacen, si el banco aplica una tasa de descuento del 16 % anual.

11. En el problema anterior, considere que el préstamo se realiza con descuento racional y calcule el valor que recibiría el cliente, así como el descuento.
12. Una letra de cambio de \$ 6.000, suscrita el 1° de junio a 180 días de plazo, al 1 % de interés mensual desde su suscripción, se descuenta en un banco al 1,5 % mensual, 90 días antes de su vencimiento; calcule el descuento bancario y el valor efectivo.
13. Calcule el valor actual de una letra de cambio de \$ 180, con descuento racional y con descuento bancario a 210 días de plazo, con una tasa de interés del 1 % mensual desde su suscripción, si se descontó 90 días antes de su vencimiento al 18 % anual.
14. Demuestre que una tasa de descuento del 2 % mensual equivale a una tasa de interés del 2,2727 % mensual durante 180 días.
15. Una persona descuenta en un banco una letra de cambio de \$ 900, suscrita a 240 días de plazo, 90 días antes de su vencimiento, a una tasa de descuento del 18 % anual. Después de un mes, el banco la redescuenta al 15 % en el Banco Central. Calcule el valor que reciben el deudor y el banco que redescuenta.
16. Un documento financiero cuyo valor nominal es de \$ 18.000,00, con vencimiento en 210 días al 6 % de interés anual desde su suscripción, se descuenta 60 días antes de la fecha de vencimiento a la tasa de descuento del 1,5 % mensual; calcule el descuento bancario y el valor efectivo.
17. El cliente de un banco solicita un préstamo de \$ 3.000,00 a 180 días de plazo, con una tasa de descuento del 18 % anual. ¿Cuál es el valor efectivo que el banco acredita en la cuenta del cliente?
18. Una letra de cambio de \$ 2.400,00, suscrita sin intereses el 10 de enero, con vencimiento en 270 días, se descuenta el 8 de abril a una tasa del 1,5 % mensual. Calcule: a) la fecha de vencimiento, b) el valor actual, c) el descuento racional, d) el descuento bancario y e) el valor efectivo.
19. ¿Cuánto dinero debe solicitar el cliente de un banco, a una tasa de descuento del 12 % anual, si requiere \$ 1.500,00, pagaderos en 210 días de plazo?
20. ¿Cuánto dinero debe solicitar el cliente de un banco, a una tasa de interés del 18 % anual, si hoy requiere \$ 5.737,50 pagaderos en 120 días de plazo?
21. Un pagaré de \$ 1.000,00, suscrito el 4 de marzo a 90 días de plazo, se descuenta el 3 de abril del mismo año a una tasa de interés del 24 % anual; calcule el descuento racional.
22. En el ejercicio anterior, calcule el descuento bancario si se considera una tasa de descuento del 24 % anual.
23. Un documento financiero de \$ 3.000, suscrito el 22 de marzo a 90 días de plazo, se descuenta el 21 de abril del mismo año a una tasa de interés del 24 % anual; calcule el descuento racional.



24. En el ejercicio anterior, calcule el descuento bancario si se considerara una tasa de descuento del 24 % anual.
25. En el mismo ejercicio, calcule el precio o valor efectivo del documento.
26. Un documento financiero de \$ 5.000, suscrito el 17 de mayo a 150 días de plazo, a una tasa de interés del 21 % anual desde la suscripción, se descuenta el 16 de julio del mismo año a una tasa de interés del 20 % anual; calcule el descuento racional.
27. En el ejercicio anterior, calcule el descuento bancario, suponiendo una tasa de descuento del 20 % anual.
28. En el mismo ejercicio, calcule el precio o valor efectivo del documento.
29. Un documento financiero de \$ 10.000, suscrito el 15 de agosto a 90 días de plazo, se descuenta en la bolsa de valores el 14 de septiembre del mismo año a una tasa de descuento del 36 % anual. Calcule el precio o valor efectivo del documento.
30. En el ejercicio anterior, calcule el precio racional si se aplica una tasa de interés del 36 % anual.

#### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. Una póliza de \$ 4.000 suscrita el 15 de mayo de 2015 a 180 días de plazo, con una tasa de interés de 6 % anual desde su suscripción, es descontada el 3 de septiembre del mismo año, a una tasa de del 9 % anual. Realice el gráfico de tiempo y calcule: a) fecha de vencimiento, b) monto, c) número de días comprendidos entre la fecha de negociación o descuento y la fecha de vencimiento, d) valor actual a la fecha de descuento, e) el descuento racional.
- ii. Una póliza de \$ 5.500, suscrita el 3 de enero de 2016 a 330 días de plazo, con una tasa de interés de 6,5 % anual desde su suscripción, es descontada 120 días antes de su vencimiento, a una tasa del 8,5 % anual. Calcule: a) fecha de vencimiento, b) fecha de negociación o de descuento, c) monto, d) valor actual a la fecha de descuento, e) descuento racional.
- iii. Un documento financiero de \$ 10.000, suscrito el 7 de junio de 2014 a 180 días de plazo, con una tasa de 6 % desde su suscripción, es descontado el 20 de septiembre del mismo año a una tasa de 12 % anual. Calcule: a) fecha de vencimiento, b) monto, c) número de días entre la fecha de negociación y la fecha de vencimiento, d) valor actual a la fecha de negociación, e) descuento racional, f) descuento bancario, g) valor efectivo.

#### Autoevaluación

- a. ¿Qué es un descuento?
- b. ¿Qué es un descuento racional?
- c. ¿Qué es un descuento bancario, comercial o bursátil?

- d. ¿Qué es valor efectivo o precio de un documento financiero?
- e. ¿Cuál es la fórmula del descuento racional?
- f. ¿Cuál es la fórmula del descuento bancario o bursátil?
- g. ¿Cuál es la fórmula para calcular el valor efectivo o precio?
- h. ¿Para calcular el descuento racional se necesita calcular primero el valor actual? ¿Por qué?
- i. Cuando un documento financiero gana intereses desde la suscripción, ¿es necesario calcular el monto antes de calcular el descuento? ¿Por qué?
- j. ¿Qué es el redescuento?
- k. ¿Cómo se calcula el precio de un documento con una tasa de descuento?
- l. ¿Cómo se calcula el precio racional de un documento con una tasa de interés?
- m. ¿En qué se diferencia una tasa de interés de una tasa de descuento?

## 4. ECUACIONES DE VALOR Y CUENTAS DE AHORRO

### **Presentación**

En los problemas de matemáticas financieras, muchas veces es necesario canjear, cambiar o negociar un conjunto de obligaciones de corto plazo, por uno o más pagos, con tasa de interés y tiempo acordado entre acreedor y deudor. En este caso, se utilizan las ecuaciones de valor, que facilitan el planteo y la solución de estos problemas en forma gráfica y matemática. Cuando una persona, natural o jurídica, tiene varias obligaciones o deudas, puede plantear a su acreedor formas de pago que, sin dejar de reconocer sus obligaciones, le permitan realizar la cancelación de sus deudas por un solo pago, utilizando para el cálculo las ecuaciones de valor.

Estas ecuaciones también se utilizan para conocer el monto acumulado de varios depósitos sucesivos, o el valor actual o presente de varios pagos sucesivos, todo esto a corto plazo, utilizando el interés simple.

De la misma manera, para comprender el interés compuesto, es necesario tener conocimiento de lo que son las cuentas de ahorro y los mecanismos de cálculo y liquidación.

Las operaciones para el cálculo de ecuaciones de valor se pueden realizar con una calculadora u optimizar el tratamiento de la información en la hoja electrónica Excel.

### **Objetivo general**

Conocer la utilidad de las ecuaciones de valor como un mecanismo de cálculo lógico, ágil y fácil para reemplazar un conjunto de obligaciones por uno o más pagos; calcular el monto de una serie de depósitos, el valor actual o presente de una serie de pagos, y el manejo de los procedimientos de cálculo de liquidación de intereses de las cuentas de ahorro.

### **Objetivos específicos**

- Plantear y resolver una ecuación de valor y establecer la fecha focal.
- Consolidar deudas.
- Aplicar ecuaciones de valor en problemas prácticos.
- Resolver una comparación de ofertas para comprar o para vender.
- Realizar los cálculos de intereses en una cuenta de ahorros.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de ecuaciones de valor y cálculo de intereses en cuentas de ahorros.

#### 4.1 Ecuaciones de valor

Las ecuaciones de valor son aquellas que se utilizan para la resolución de problemas de matemáticas financieras, en las cuales se reemplaza un conjunto de obligaciones, con diferentes fechas de vencimiento, por uno o varios valores con otra(s) fecha(s) de referencia, previo acuerdo entre el acreedor y el deudor.

Se emplean para consolidar o reemplazar dos o más deudas por una sola y, también, para el cálculo del monto de una serie de depósitos y para calcular el valor actual de una serie de pagos.

Para la resolución de los problemas, las ecuaciones de valor relacionan las diferentes fechas de vencimiento con una denominada fecha focal.

En las operaciones comerciales, frecuentemente es necesario cambiar un paquete de obligaciones por otro conjunto de diferentes capitales disponibles en distintos tiempos. Para hacer esto es necesario trasladar todas las obligaciones a una fecha común, llamada fecha o momento de referencia; obtendremos entonces una ecuación de valor.<sup>17</sup>

Todo problema de matemáticas financieras puede ser resuelto mediante una ecuación de valor. Es simplemente una igualdad entre entradas y salidas (prestaciones y contraprestaciones) de capitales financieros, una vez que sus vencimientos han sido homogeneizados por un tiempo común (es decir, una vez que los capitales han sido trasladados a un instante temporal común).<sup>18</sup>

Recordemos que en los gráficos de tiempos y valores que contienen diferentes valores y fechas podemos aplicar la solución de problemas de matemática financiera y definir una fecha focal, para trasladar todos los valores a esa fecha y, una vez relacionados con ella, plantear el problema.

##### 4.1.1 Aplicaciones de las ecuaciones de valor

Las aplicaciones de las ecuaciones de valor se organizan en cuatro tipos:

- Reemplazo de un conjunto de obligaciones o deudas por un solo pago (consolidación de deudas).
- Comparación de ofertas para comprar o vender.
- Cálculo del monto de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo.
- Cálculo del valor actual o presente de una serie de pagos sucesivos a corto plazo.
- Reemplazo de un conjunto de obligaciones o deudas por un solo pago.

<sup>17</sup> Robert Cissell y Helen Cissell, *Matemática financiera*. México: Compañía Editorial Continental, 1978. p. 1.

<sup>18</sup> Idem.

Tomemos el caso de una empresa que tiene las siguientes obligaciones o deudas:

$$M_1 = \$ 5.000 \text{ a } 60 \text{ días de plazo}$$

$$M_2 = \$ 7.000 \text{ a } 120 \text{ días de plazo.}$$

$$M_3 = \$ 10.000 \text{ a } 240 \text{ días de plazo}$$

$$M_4 = \$ 12.000 \text{ a } 300 \text{ días de plazo}$$

La empresa desea reemplazar sus obligaciones por un solo pago a 180 días de plazo, considerando una tasa de interés del 18 % anual.

Calculemos el valor del pago único.

El problema puede expresarse en forma gráfica (figura 4.1).

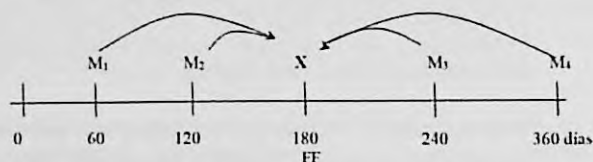


Figura 4.1. Gráfico de consolidación de deudas

Como se aprecia en la figura 4.1, se han tomado como fecha focal los 180 días, que es la fecha de pago consolidado de todas las deudas. Las dos primeras deudas, a los 60 y 120 días, ya han vencido, por tanto, deben calcularse como monto; mientras que las otras dos deudas, a los 240 y 300 días, se pagan por anticipado, por lo que deben calcularse como valor actual o como valor presente. Primero se calculan los tiempos en días:

$$t_1 = 180 - 60 = 120$$

$$t_2 = 180 - 120 = 60$$

$$t_3 = 180 - 240 = |-60|$$

$$t_4 = 180 - 300 = |-120|$$

Luego se plantea la ecuación de valor:

$$X = M_1(1 + it_1) + M_2(1 + it_2) + \frac{M_3}{1 + it_3} + \frac{M_4}{1 + it_4}$$



También puede resolverse con una tasa de descuento y con valores efectivos:

$$X = 5.300 + 7.211 + 10.000 \left[ 1 - 0,18 \left( \frac{60}{360} \right) \right] + 12.000 \left[ 1 - 0,18 \left( \frac{120}{360} \right) \right]$$

$$X = 5.300 + 7.210 + 9.700 + 11.280$$

$$X = \$33.490$$

### Ejemplo de ecuación de valor

Aplicando una tasa de interés del 18 % anual calculemos el valor del nuevo pagaré para una empresa que debe tres y desea quedarse con uno solo, con vencimiento en 210 días de plazo. El valor de cada uno de los pagarés es: \$ 8.000 a 90 días de plazo; \$ 10.000 a 120 días de plazo y \$ 15.000 a 180 días de plazo (figura 4.2).

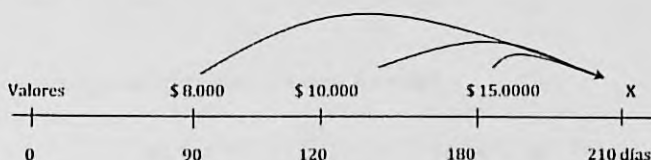


Figura 4.2. Gráfico de ecuación de valor. Pagarés

Sea  $x$  el valor del nuevo pagaré, y 210 días la fecha focal, por ser la nueva fecha de pago convenida. En consecuencia, como todos los valores tienen fecha de vencimiento posterior a la fecha focal, deberán pagar interés hasta los 210 días:

$M1 = \text{primera deuda}; M2 = \text{segunda deuda}; M3 = \text{tercera deuda}$

$$t1 = 210 - 90 = 120 \text{ días}$$

$$t2 = 210 - 120 = 90 \text{ días}$$

$$t3 = 210 - 180 = 30 \text{ días}$$

Entonces se tiene:

$$X = 8.000 \left[ 1 + 0,18 \left( \frac{120}{360} \right) \right] + 10.000 \left[ 1 + 0,18 \left( \frac{90}{360} \right) \right] + 15.000 \left[ 1 + 0,18 \left( \frac{30}{360} \right) \right]$$

$$X = 8.480 + 10.450 + 15.225 = \$ 34.155$$

**Ejemplo de valor único**

Ahora calculemos el valor único que debe pagar una empresa que desea quedarse con una sola deuda, con vencimiento a 180 días y una tasa de interés del 1,5 % mensual. La empresa debe: \$ 500 con vencimiento a 90 días, al 1 % mensual desde su suscripción; \$ 700 con vencimiento a 120 días, sin interés, y \$ 900 con vencimiento a 210 días, al 15 % anual, desde su suscripción (figura 4.3).

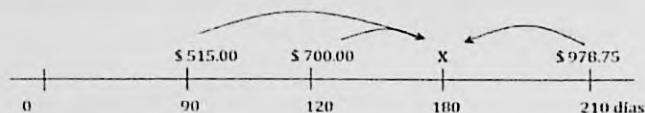


Figura 4.3. Gráfico de valor único. Deuda única

$$M = 500 \left[ 1 + 0,01 \left( \frac{90}{30} \right) \right] = \$ 515,00$$

Segunda deuda:

$$M = \$ 700$$

Tercera deuda:

$$M = 900 \left[ 1 + 0,15 \left( \frac{210}{360} \right) \right] = \$ 978,75$$

La fecha focal es 180 días, por ser la nueva fecha de pago convenida; en consecuencia, las dos primeras deudas se calculan como montos y la tercera deuda como valor actual.

$$x = 515 \left[ 1 + 0,015 \left( \frac{90}{30} \right) \right] + 700 \left[ 1 + 0,015 \left( \frac{60}{30} \right) \right] + \frac{978,75}{1 + 0,015 \left( \frac{30}{30} \right)}$$

$$x = 515(1,0145) + 700(1,03) + \frac{978,75}{1,015}$$

$$x = 538,175 + 721,00 + 964,285$$

$$x = \$ 2.223,46$$

Las ecuaciones de valor se utilizan, como se señaló, en la solución de problemas en los que se consolidan varias deudas, que pueden ser anteriores o posteriores a las fechas de pago inicialmente convenidas. Si son anteriores a la fecha focal, deben calcularse como monto; si su vencimiento es posterior, deben calcularse como valor actual, sea este con tasa de interés o tasa de descuento.

Calculemos el valor de la deuda al día de hoy de una empresa que tiene las siguientes deudas: \$ 8.000 a 90 días de plazo; \$ 15.000 a 150 días de plazo; \$ 30.000 a 210 días de plazo y \$ 50.000 a 270 días de plazo; la empresa desea reemplazar sus deudas por una sola de vencimiento al día de hoy, con una tasa de descuento del 12 % anual.

Para encontrar la solución se elabora un gráfico de tiempos y valores (figura 4.4).

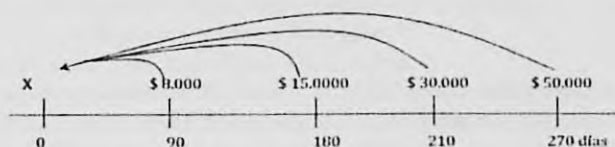


Figura 4.4. Gráfico de valor único. Deuda a día de hoy

Como se observa, la fecha focal está al día de hoy; a ella se traen los diferentes valores, como valores presentes a una tasa de descuento según las condiciones del problema:

$$\begin{aligned} x &= 8.000 \left[ 1 - 0,12 \left( \frac{90}{360} \right) \right] + 15.000 \left[ 1 - 0,12 \left( \frac{150}{360} \right) \right] \\ &\quad + 30.000 \left[ 1 - 0,12 \left( \frac{210}{360} \right) \right] \\ &\quad + 50.000 \left[ 1 - 0,12 \left( \frac{270}{360} \right) \right] \end{aligned}$$

$$x = 8.000(0,97) + 15.000(0,95) + 30.000(0,93) + 50.000(0,91)$$

$$x = 7.760,00 + 14.250,00 + 27.900,00 + 45.500,00$$

$$x = 95.410 \text{ (valor del nuevo documento)}$$

## 4.2 Comparación de ofertas para comprar o vender

Para seleccionar la mejor oferta, ya sea para comprar o para vender, se toma como fecha focal el tiempo cero o valor actual de todas las ofertas.

**Ejemplo de comparación de ofertas**

El propietario de un terreno en venta recibe tres ofertas: la primera es de \$ 100.000 al contado y \$ 100.000 a un año de plazo; la segunda de \$ 80.000 al contado y dos letras de \$ 60.000 a cinco y seis meses de plazo, respectivamente; la tercera, \$ 20.000 al contado, una letra de \$ 80.000 a tres meses de plazo y otra letra de \$ 100.000 a nueve meses de plazo. ¿Cuál de las tres ofertas le conviene aceptar, si se considera una tasa de interés del 2 % mensual?

Cálculo de la primera oferta (figura 4.5).

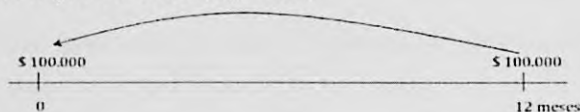


Figura 4.5. Gráfico de primera oferta

Como se observa en la figura, la fecha focal debe ser el día de hoy para poder relacionar cada oferta, puesto que se calcularán como valores actuales.

$$x = 100.000 + \frac{100.000}{1 + 0,02(12)}$$

$$x = 100.000 + 80,645,16 = \$ 120.645,16$$

Cálculo de la segunda oferta (figura 4.6).

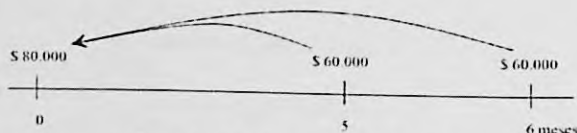


Figura 4.6. Gráfico de segunda oferta

$$x = 80.000 + \frac{60.000}{1 + 0,02(5)} + \frac{60.000}{1 + 0,02(6)}$$

$$x = 80.000 + 54.545,54 + 53,571,43 = \$ 188.116,88$$

Cálculo de la tercera oferta (figura 4.7).

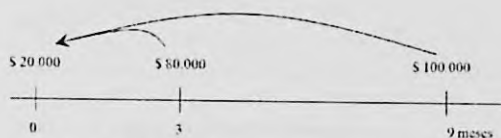


Figura 4.7. Gráfico de tercera oferta

$$x = 20.000 + \frac{80.000}{1 + 0,02(3)} + \frac{100.000}{1 + 0,02(9)}$$

$$x = 20.000 + 75.471,70 + 84.645,76 = \$ 188.217,46$$

Conviene aceptar la segunda oferta, por ser la de mayor valor.

#### 4.3 Cálculo del monto de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo

Cuando se da el caso de una serie de depósitos sucesivos de igual valor a corto plazo se utiliza la fecha focal al término de los depósitos.

##### Ejemplo de cálculo de monto (depósitos vencidos)

Entonces, si una empresa realiza depósitos de \$ 500 mensuales durante tres meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 2 % mensual, calculemos el monto que acumulará al final de los tres meses, de la siguiente manera (figura 4.8).

$$M = 500 \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{60}{30} \right) \right] + 500 \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{30}{30} \right) \right] + 500$$

$$M = 520 + 510 + 500 = \$ 1.530,00$$

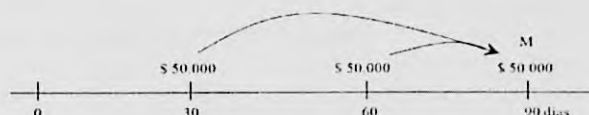


Figura 4.8. Gráfico de ahorro con intereses

##### Ejemplo de cálculo de monto (depósitos anticipados)

Calculemos ahora el monto que acumulará al final de los tres meses una empresa que realiza depósitos de \$ 500 mensuales durante tres meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 2 % mensual,



liquidado en forma anticipada. Teniendo en cuenta que los intereses se liquidan por anticipado, el proceso del cálculo cambia (figura 4.9).

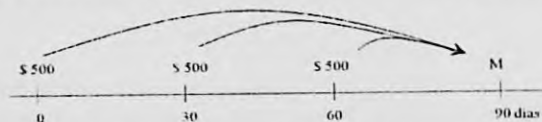


Figura 4.9. Gráfico de ahorro con intereses

$$M = 500 \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{90}{30} \right) \right] + 500 \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{60}{30} \right) \right] + 500 \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{30}{30} \right) \right]$$

$$M = 530 + 520 + 510 = \$ 1.560,00$$

Como se observa, los intereses son mayores en este ejemplo.

#### 4.4 Cálculo del valor presente de una serie de depósitos sucesivos a corto plazo

Para calcular el valor actual o presente de una serie de pagos a corto plazo, generalmente iguales, se toma como fecha focal el tiempo cero o fecha de origen de la deuda, como veremos a continuación.

##### Ejemplos de valor presente

- a. Realizar el cálculo del valor original de la deuda de una empresa que realiza una serie de tres pagos mensuales de \$ 500 para cancelarla, con una tasa de interés del 3 % mensual (figura 4.10).

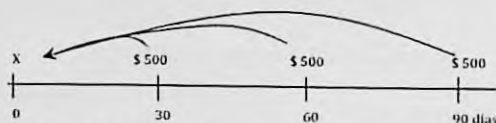


Figura 4.10. Gráfico de valor presente

$$x = \frac{500}{1 + 0,03 \left( \frac{30}{30} \right)} + \frac{500}{1 + 0,03 \left( \frac{60}{30} \right)} + \frac{500}{1 + 0,03 \left( \frac{90}{30} \right)}$$

$$x = 485,44 + 471,70 + 458,72 = \$ 1.415,86$$

- b. Analicemos otro problema:

Una empresa realiza pagos mensuales en forma adelantada durante tres meses para cubrir una deuda. Calculemos el valor pagado de la deuda si

se aplica una tasa de interés del 3 % mensual por adelantado (figura 4.11).

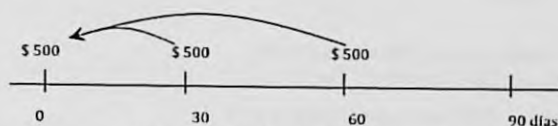


Figura 4.11. Gráfico de valor presente

$$x = 500 + \frac{500}{1 + 0,03 \left( \frac{30}{30} \right)} + \frac{500}{1 + 0,03 \left( \frac{60}{30} \right)}$$

$$x = 500 + 485,44 + 471,70 = \$ 1.457,14$$

#### Aplicación en Microsoft Excel

Pedro tiene las siguientes deudas con Juan, su acreedor: \$ 4.000,00 que vence dentro tres meses, \$ 4.500,00 que debe cancelar dentro de cinco meses y \$ 2.000,00 que debe pagar dentro de siete meses. Pedro quiere reestructurar sus obligaciones mediante dos pagos, uno al día de hoy por el valor de \$ 6.000,00 y un segundo pago dentro de cinco meses. Ambas partes consideran que la tasa de interés justa es de 2 % mensual simple. Pedro propone como fecha focal dos meses; en tanto, Juan quiere que la fecha focal sea dentro siete meses. Como ambas partes no llegan a un acuerdo sobre la fecha focal, le solicitan a usted, como amigo de Pedro y de Juan, que busque la mejor opción para la fecha focal y que ninguna de las partes se considere perjudicada. ¿En qué tiempo usted fijaría la fecha focal, si esta puede también ubicarse en medio mes, y debe estar entre el momento actual y la fecha de vencimiento? ¿Cuánto sería el valor del segundo pago?

#### Solución:

Primero habría que realizar los cálculos pertinentes para averiguar el valor de la segunda cuota (X), variando la posición de la fecha focal (ff), desde 0 hasta 7, con incremento de  $\frac{1}{2}$  mes; o sea, 15 posibilidades. Como este es un trabajo largo y tedioso, se opta por utilizar la hoja electrónica Excel.

Al analizar el problema se establece que hay tres escenarios para el cálculo de X. Se llamará *f* a la localización de la fecha focal, la cual varía desde cero hasta siete, con incremento de  $\frac{1}{2}$  mes, como establece el enunciado. En el primer escenario de estudio se utilizará una fórmula de monto y cuatro de valor presente debido a la ubicación de *f*, como se observa en la figura 4.12; en el segundo escenario se emplearán dos de ecuaciones de monto y tres de

valor presente; y en el último escenario cuatro de monto y una de valor presente.

Datos para el primer escenario:

Ecuación para  $0 \leq f \leq 3$  meses

$i = 0,02$  mensual (figura 4.12)

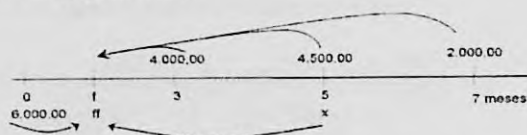


Figura 4.12. Gráfico de monto y valor presente. Escenario 1

Ecuación de valor

$$\frac{4.000}{1 + 0,02(3 - f)} + \frac{4.500}{1 + 0,02(5 - f)} + \frac{2.000}{1 + 0,02(7 - f)} = \frac{6.000(1 + 0,02f) + \frac{X}{1 + 0,02(5 - f)}}{1 + 0,02(5 - f)}$$

Datos para el segundo escenario:

Ecuación para  $3 < f < 5$  meses (figura 4.13).

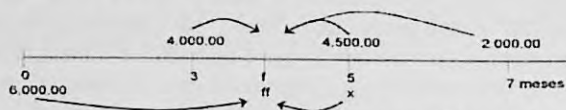


Figura 4.13. Gráfico de monto y valor presente. Escenario 2

Ecuación de valor:

$$\frac{4.000(1 + 0,02(f - 3))}{1 + 0,02(5 - f)} + \frac{4.500}{1 + 0,02(5 - f)} + \frac{2.000}{1 + 0,02(7 - f)} = \frac{6.000(1 + 0,02f) + \frac{X}{1 + 0,02(5 - f)}}{1 + 0,02(5 - f)}$$

Datos para el tercer escenario:

Fórmula para  $5 < f < 7$  meses (figura 4.14).

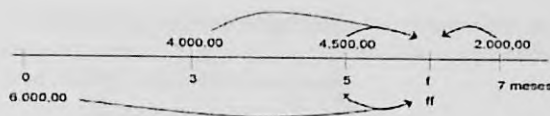


Figura 4.14. Gráfico de monto y valor presente. Escenario 3

Ecuación de valor:

$$4.000(1 + 0,02(f - 3)) + 4.500(1 + 0,02(f - 5)) + \frac{2.000}{1 + 0,02(7 - f)} = 6.000(1 + 0,02f) + X(1 + 0,02(f - 5))$$

Resumen del proceso

Se elabora una tabla, en la columna A se ubica  $f$ , y en la columna B la fórmula para el cálculo de  $X$ , que depende de  $f$ .

En la celda B2 se localiza la siguiente fórmula:

$$= (4000/(1 + 0,02 * (3 - A2)) + 4500/(1 + 0,02 * (5 - A2)) + 2000/(1 + 0,02 * (7 - A2)) - 6000 * (1 + 0,02 * A2)) / (1 + 0,02 * (5 - A2))$$

y se procede a copiar hasta la celda B8, que corresponde el primer escenario.

En la celda B9 se ubica la siguiente fórmula:

$$= (4000 * (1 + 0,02 * (A9 - 3)) + 4500/(1 + 0,02 * (5 - A9)) + 2000/(1 + 0,02 * (7 - A9)) - 6000 * (1 + 0,02 * A9)) / (1 + 0,02 * (5 - A9))$$

que pertenece al segundo escenario y se copia hasta la celda B11.

Y, en la celda B12 se ubica la siguiente fórmula del tercer escenario:

$$= (4000 * (1 + 0,02 * (A12 - 3)) + 4500 * (1 + 0,02 * (A12 - 5)) + 2000/(1 + 0,02 * (7 - A12)) - 6000 * (1 + 0,02 * A12)) / (1 + 0,02 * (A12 - 5))$$

y se copia hasta la celda B16 (figura 4.15).

#### 4. Ecuaciones de valor y cuentas de ahorro

	A	B	C
1	<i>f</i>	<i>x</i>	$ x - x_{pt} $
2	0	3.980,77	4,10
3	0,5	3.976,18	8,68
4	1	3.972,82	12,05
5	1,5	3.970,67	14,20
6	2	3.969,74	15,13
7	2,5	3.970,02	14,85
8	3	3.971,53	13,34
9	3,5	3.973,83	11,03
10	4	3.976,53	8,34
11	4,5	3.979,61	5,26
12	5	3.983,08	1,79
13	5,5	3.986,88	2,01
14	6	3.990,97	6,10
15	6,5	3.995,34	10,47
16	7	4.000,00	15,13
	Pago		
17	mínimo	3.969,74	=MIN(B2:B16)
	Pago		
18	máximo	4.000,00	=MAX(B2:B16)
	Promedio		
19	$x_{p1}$	3.984,87	=(B17+B18)/2

Figura 4.15. Tabla en Excel

A continuación se utilizan las funciones de Estadística para obtener el mayor y el menor valor de  $X$ . Esta información nos permite contestar por qué el acreedor quiere la fecha focal en el mes 7 (que es el más alto) y el deudor en el mes 2 (que es el más bajo).

Para buscar la solución más óptima se calcula el promedio de las  $X$  entre el mayor y el menor valor,  $X_{p1} = 3.984,87$ . La respuesta óptima debería ser  $X_{p1}$ , pero en la lista de  $X$  no hay dicho valor. Para buscar en qué fecha está ubicada la respuesta más cercana a la óptima, se procede a calcular, en la columna C, la diferencia de  $X$  con el promedio de los valores máximos y mínimos, pero con valores absolutos (fórmula en C2, =ABS(B2-\$B\$19)). Se escoge la que tiene el menor valor, por ser la más cercana a la recomendable. Por tanto, se debe fijar la fecha focal en el mes 5, y la segunda cuota sería de \$ 3.983,08.

#### 4.5 Cuentas de ahorro

Las cuentas de ahorro son un servicio bancario mediante el cual una institución recibe dinero a título de ahorro y paga un interés comercial anual que es regido por disposiciones gubernamentales.

Es necesario tener en cuenta algunos conceptos asociados a este tema para su mejor comprensión.

**Ahorro:** es la parte de la renta disponible no consumida; es el acto de previsión económica que consiste en reservar un dinero separándolo del gasto ordinario para utilizarlo en una fecha futura.

**Depósitos de ahorro:** dinero colocado, con propósitos de ahorro, en instituciones financieras. Los depósitos constituyen obligaciones bancarias exigibles en los términos especiales convenidos entre el depositante y el depositario, de acuerdo con las disposiciones que regulan el ahorro bancario, y cuya condición especial radica en que gana interés y este pasa a sumarse al capital depositado, lo que constituye un nuevo capital que gana interés por otros periodos.

**Depositario:** institución financiera que recibe el depósito.

**Interés:** dinero que el depositante gana en el transcurso del tiempo durante el cual el capital permanece en la institución bancaria.

**Tasa de interés:** tanto por ciento (%) legal establecido que se calcula sobre el capital depositado.

**Periodo de liquidación de intereses:** momento del año o del mes en el que los intereses ganados se acumulan al capital ahorrado.

**Monto:** capital depositado más el interés ganado. Las cuentas de ahorros ganan un interés legal, establecido por las autoridades correspondientes, sobre el capital depositado. Este interés puede ser liquidado o capitalizado en diferentes periodos.

#### 4.5.1 Sistema de cálculo de los intereses

Para el cálculo de los intereses en las cuentas de ahorro se utiliza la fórmula del interés simple en cada periodo de capitalización; es decir, cuando el interés se suma al capital.

Las instituciones bancarias que tienen el servicio de cuentas de ahorro utilizan tablas de interés simplificadas día por día. Por ejemplo:

Si el día 1° de julio se depositan \$ 100, a una tasa del 12 % anual liquidable cada semestre, sería:

$$I = Cit$$

$$I = 100 \left[ 0,12 \left( \frac{184}{365} \right) \right] = (100)(0,060493)$$

$$I = \$ 6,049315$$

$$\text{Monto acumulado} = 100 + 6,05 = \$ 106,05$$



Regularmente, para el cálculo se emplea el número de días exactos y el año comercial de 360 días –o el de 365 días o 366 días si fuere bisiesto–, si la liquidación es anual; o el número de días de cada semestre: 181, para el primer semestre, y 184, para el segundo. Algunas veces, también se contabiliza desde el día en el que se deposita o retira el dinero.

#### 4.5.2 Liquidación de intereses en cuentas de ahorro

Para la liquidación de los intereses se utiliza la fórmula del interés simple con dos modalidades de cálculo: la primera toma en cuenta el valor de la transacción, sea depósito o retiro; y la segunda, los saldos. A continuación, se mostrarán ejemplos de cómo se realizan las liquidaciones semestrales de cuentas de ahorro.

##### Ejemplos de liquidación de intereses en cuentas de ahorro

- a. Una persona propietaria de una cuenta de ahorro realiza una serie de depósitos y retiros con los valores y las fechas que se detallan a continuación: el 15 de enero depositó \$ 1.000 para abrir la cuenta; el 10 de febrero depositó \$ 500; el 2 de marzo retiró \$ 600; el 3 de abril retiró \$ 200; el 30 de abril depositó \$ 1.100; el 1° de junio retiró \$ 300. Si la cuenta de ahorros gana una tasa de interés del 14 % anual, ¿cuál será el saldo de la cuenta al 30 de junio?

Se elabora un cuadro demostrativo de las fechas, los depósitos, los retiros, los saldos y los intereses a favor y en contra (tablas 4.1 y 4.2)

Fecha día-mes	Depósitos	Retiros	Saldo	Intereses	
				+	-
15-ene	1.000,00		1.000,00	63,67	
10-feb	500,00		1.500,00	26,85	
02-mar		600,00	900,00		27,62
03-abr		200,00	700,00		6,75
30-abr	1.100,00		1.800,00	25,74	
01-jun		300,00	1.500,00		3,34
Intereses a favor y en contra				116,26	37,71
Intereses			78,55		
Saldo al 30 de junio			1.578,55		

Tabla 4.1. Movimiento de ahorros

Enero	16					
Febrero	28	18				
Marzo	31	31	29			
Abril	30	30	30	27		
Mayo	31	31	31	31	31	
Junio	30	30	30	30	30	29
Total días	166	140	120	88	61	29

Tabla 4.2. Número de días

Saldo de la cuenta al 30 de junio = \$ 1.578,55.

Para este caso se tomó únicamente una de las dos fechas externas:

Primer depósito:

$$I = 1.000(0,14) \left( \frac{166}{365} \right) = 63,76$$

Segundo depósito:

$$I = 500(0,14) \left( \frac{149}{365} \right) = 26,85$$

Primer retiro:

$$I = 600(0,14) \left( \frac{120}{365} \right) = -27,62$$

Segundo retiro:

$$I = 200(0,14) \left( \frac{88}{365} \right) = -6,75$$

Tercer depósito:

$$I = 1.100(0,14) \left( \frac{61}{365} \right) = 25,74$$

Tercer retiro:

$$I = 300(0,14) \left( \frac{29}{365} \right) = -3,34$$

Total intereses: \$ 78,55

Se puede hacer el mismo cálculo por factores o multiplicadores fijos:

- $1.000(0,063671) = 63,67$
- $500(0,053698) = 26,85$
- $600(0,046027) = -27,62$
- $200(0,033753) = -6,75$

#### 4. Ecuaciones de valor y cuentas de ahorro

e.  $1.100(0,023397) = 25,74$

f.  $300(0,011123) = 3,34$

Total intereses: \$ 78,55

También se puede hacer el cálculo tomando los saldos de la cuenta, para lo cual se debe calcular el número de días comprendidos entre cada transacción (tabla 4.3).

Primera: Enero 16	Cuarta: Abril 27
Febrero 10	Suman 27
Suman 26	
Segunda: 18	Quinta: Mayo 31
Marzo 2	Junio 1
Suman 20	Suman 32
Tercera: Marzo 29	Sexta: Junio 29
Abril 3	Suman 29
Suman 32	Total 166

Tabla 4.3. Número de días

a.  $I = 1.000(0,14) \left( \frac{26}{365} \right) = 9,97$

b.  $I = 1.500(0,14) \left( \frac{20}{365} \right) = 11,51$

c.  $I = 900(0,14) \left( \frac{32}{365} \right) = 11,05$

d.  $I = 700(0,14) \left( \frac{27}{365} \right) = 7,25$

e.  $I = 1.800(0,14) \left( \frac{32}{365} \right) = 22,09$

f.  $I = 1.500(0,14) \left( \frac{29}{365} \right) = 16,68$

Total intereses: \$ 78,55

- b. El señor NN, poseedor de una cuenta de ahorros en una institución bancaria, tiene un saldo en su cuenta de \$ 4.000 al 30 de junio. En el segundo semestre del mismo año realizó los siguientes movimientos: un retiro de \$ 250 el 25 de agosto; un depósito de \$ 300 el 18 de septiembre

y un retiro de \$ 600 el 4 de noviembre. Si la tasa de interés fue del 7 % anual, ¿cuánto interés ganará la cuenta al 31 de diciembre?

Forma de cálculo (tabla 4.4)

Tiempo:				
Julio	31			
Agosto	31	6		
Septiembre	30	30	12	
Octubre	31	31	31	
Noviembre	30	30	30	26
Diciembre	31	31	31	31
Total	184	128	104	57

Tabla 4.4. Número de días

Interés del saldo:

$$I = 4.000(0,07) \left( \frac{184}{365} \right) = 141,15$$

Primer retiro:

$$I = 250(0,07) \left( \frac{128}{365} \right) = -6,14$$

Primer depósito:

$$I = 300(0,07) \left( \frac{104}{365} \right) = 5,98$$

Segundo retiro:

$$I = 600(0,07) \left( \frac{57}{365} \right) = -6,56$$

Total intereses: \$ 134,43

Se puede hacer el mismo cálculo por factores o multiplicadores fijos:

$$I = 4.000(0,035287) = 141,15$$

$$I = 250(0,024547) = -6,14$$

$$I = 300(0,019945) = 5,98$$

$$I = 600(0,010931) = -6,56$$

Total intereses: \$ 134,43

Se puede hacer el cálculo tomando los saldos de la cuenta:

$$I = 4.000(0,07) \left( \frac{56}{365} \right) = 42,96$$

$$I = 3.700(0,07) \left( \frac{24}{365} \right) = 17,26$$

$$I = 4.050(0,07) \left( \frac{47}{365} \right) = 36,50$$

$$I = 3.450(0,07) \left( \frac{57}{365} \right) = 37,71$$

Total intereses: \$ 134,43

Ahora se elabora el formato de la cuenta de ahorros (tabla 4.5).

Fecha día-mes	Depósitos	Retiros	Saldo	Intereses	
				+	-
30-jun			4.000,00	141,15	
25-ago		250,00	3.750,00		6,14
18-sep	300,00		4.050,00	5,98	
04-nov		600,00	3.450,00		6,56
Intereses a favor y en contra				147,13	12,70
Intereses			134,43		
Saldo final + intereses			3.584,43		

Tabla 4.5. Movimiento de la cuenta de ahorros

- c. El 1° de enero se abre una cuenta de ahorros con un valor de \$ 1.000. El 15 de febrero se depositan \$ 500; el 1° de abril se retiran \$ 200; el 15 de mayo se depositan \$ 800 y el 1° de junio se retiran \$ 500. Durante el segundo semestre, el 10 de julio se depositan \$ 1.500; el 8 de agosto se retiran \$ 2.000; el 15 de septiembre se depositan \$ 2.500; el 2 de octubre se retiran \$ 1.000; el 2 de noviembre se retiran \$ 200; el 28 de noviembre se depositan \$ 1.800 y el 15 de diciembre se retiran \$ 500. ¿Cuál será el saldo de la cuenta, con intereses incluidos, al 31 de diciembre, si se considera una tasa de interés del 12 % anual hasta el 30 de junio, y del 13 % anual a partir del 1° de julio? La cuenta es liquidable semestralmente, el 30 de junio y el 31 de diciembre. Para este ejercicio se tomará el año comercial (tabla 4.6).

Primer semestre: $i = 12\%$					
Enero	30				
Febrero	28	13			
Marzo	31	31			
Abril	30	30	29		
Mayo	31	31	31	16	
Junio	30	30	30	30	29
Total días	180	135	90	46	29

Tabla 4.6. Número de días

Primer depósito:

$$I = 1.000(0,12) \left( \frac{180}{360} \right) = 60,00$$

Segundo depósito:

$$I = 500(0,12) \left( \frac{135}{360} \right) = 22,50$$

Primer retiro:

$$I = -200(0,12) \left( \frac{90}{360} \right) = -6,00$$

Tercer depósito:

$$I = 800(0,12) \left( \frac{46}{360} \right) = 12,27$$

Segundo retiro:

$$I = 500(0,12) \left( \frac{29}{360} \right) = -4,83$$

Total intereses: \$ 83,94 (Tablas 4.7 y 4.8)

Fecha día-mes	Depósitos	Retiros	Saldo	Intereses	
				+	-
01-ene	1.000,00		1.000,00	60,00	
15-feb	500,00		1.500,00	22,50	
01-abr		200,00	1.300,00		6,00
15-may	800,00		2.100,00	12,27	
01-jun		500,00	1.600,00		4,83
Intereses a favor y en contra				94,77	10,83
Intereses			83,94		
Saldo final + intereses			1.683,94		

Tabla 4.7. Movimiento de la cuenta de ahorros del primer semestre



Segundo semestre: $i = 13\%$								
Julio	31	21						
Agosto	31	31	23					
Septiembre	30	30	30	15				
Octubre	31	31	31	31	29			
Noviembre	30	30	30	30	30	28	2	
Diciembre	31	31	31	31	31	31	31	16
Total días	184	174	145	107	90	59	33	16

Tabla 4.8. Movimiento de la cuenta de ahorros del primer semestre

Interés del saldo anterior:

$$I = 1.683,94(0,13) \left( \frac{184}{360} \right) = 111,89$$

Primer depósito:

$$I = 1.500(0,13) \left( \frac{174}{360} \right) = 94,25$$

Primer retiro:

$$I = 2.000(0,13) \left( \frac{107}{360} \right) = -104,72$$

Segundo depósito:

$$I = 2.500(0,13) \left( \frac{107}{360} \right) = 96,60$$

Segundo retiro:

$$I = 1.000(0,13) \left( \frac{90}{360} \right) = -32,50$$

Tercer retiro:

$$I = 200(0,13) \left( \frac{59}{360} \right) = -4,26$$

Tercer depósito:

$$I = 1.800(0,13) \left( \frac{33}{360} \right) = 21,45$$

Cuarto retiro:

$$I = 600(0,07) \left( \frac{16}{360} \right) = -2,89$$

Total intereses: \$ 179,82 (Tabla 4.9)

Fecha día-mes	Depósitos	Retiros	Saldo	Intereses	
				+	-
30-jun			1.683,94	111,89	
10-jul	1.500,00		3.183,94	94,25	
08-ago		2.000,00	1.183,94		104,72
15-sep	2.500,00		3.683,94	96,60	
02-oct		1.000,00	2.683,94		32,50
02-nov		200,00	2.483,94		4,26
28-nov	1.800,00		4.283,94	21,45	
15-dic		500,00	3.783,94		2,89
Intereses a favor y en contra				324,19	144,37
Intereses			179,82		
Saldo al 31 de diciembre			3.963,76		

Tabla 4.9 Movimiento de la cuenta de ahorros del segundo semestre

#### 4.6 Variación de la tasa de interés

Como se observa en el ejemplo anterior, la tasa de interés puede variar dentro de un periodo de liquidación de intereses; cuando esto sucede, el cálculo deberá hacerse tomando como base el número de días que estuvo vigente la respectiva tasa de interés, así: un capital de \$ 10.000 estuvo depositado desde el 1° de enero hasta el 31 de marzo, a una tasa del 18 % anual y desde el 1° de abril hasta el 30 de junio, a una tasa del 21 %.

El cálculo deberá hacerse por el número de días que estuvo vigente cada una de las tasas de interés y luego sumar los intereses en el periodo.

$$I = 10.000(0,18) \left( \frac{90}{360} \right) = 450$$

$$I = 10.000(0,21) \left( \frac{91}{360} \right) = 530,83$$

Total intereses: \$ 980,83

#### Aplicaciones de liquidación de intereses en Microsoft Excel

El problema planteado en el tema de liquidación de intereses en cuentas de ahorro (punto 4.5.2, ejemplo a) se resuelve aplicando Excel.

Los datos del problema están en las celdas: B1, tasa anual; de la A3 a la A9, las fechas de los depósitos y de los retiros; en B4, B5 y B8, los depósitos, y, en C6, C7 y C9, los retiros. En el resto de celdas se aplican fórmulas que se indican en la misma tabla. En la columna de fechas hemos asumido que es el año 2017 (figura 4.16).

#### 4. Ecuaciones de valor y cuentas de ahorro

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	Tasa	14%	anual	0,000384	diario				
2	Fecha	Deposito	Retiro	Saldo		Tiempo de permanencia		Intereses	
3	01/01/2017			0,00	=B3-C3				
4	15/01/2017	1.000		1.000,00	=C3+B4-C4	26	=A5-A4	9,9726027	=D4*SD\$1*F4
5	10/02/2017	500,00		1.500,00	=D4+B5-C5	20	=A6-A5	11,506849	=D5*SD\$1*F5
6	02/03/2017		600,00	900,00	=D5+B6-C6	32	=A7-A6	11,046575	=D6*SD\$1*F6
7	03/04/2017		200,00	700,00	=D6+B7-C7	27	=A8-A7	7,2493151	=D7*SD\$1*F7
8	30/04/2017	1.100,00		1.500,00	=D7+B8-C8	32	32,00	22,093151	=D8*SD\$1*F8
9	01/06/2017		300,00	1.500,00	=D8+B9-C9	29	=A10-A9	16,684932	=D9*SD\$1*F9
10	30/06/2017			1.500,00	=D9+B10-C10				
11								Intereses	78,553425
								SUMA(H4:H10)	

Figura 4.16. Movimiento de la cuenta de ahorros

Cuando se calcula el tiempo de permanencia se tiene como regla que el primer día no se cuenta; el balance se comienza desde el día siguiente. Por ejemplo, los \$ 1.000 han permanecido 26 días, 16 días de enero, sin contar el día 15, y 10 días de febrero. Los intereses ganados en este periodo son de \$ 78,55.

Otra alternativa para resolver es armar una tabla que contenga una columna de fechas que va desde el 1 de enero al 30 de junio, una columna de depósitos y una de retiros; en ellas se ubican las transacciones en las fechas respectivas, además se incluye una columna con el saldo y una columna de intereses diarios ( $\text{saldo} \times \text{tasa diaria} \times 1 \text{ día}$ ); y, por último, se suma esta última columna y se obtienen los intereses ganados en el periodo establecido. (figura 4.17).

	A	B	C	D	E
14	Tasa	14%	anual	0,0003836	diario
15	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Intereses
16	01/01/2017			0,00	0,0000000
17	02/01/2017			0,00	0,0000000
18	03/01/2017			0,00	0,0000000
29	14/01/2017			0,00	0,0000000
30	15/01/2017	1.000,00		1.000,00	0,3835616
31	16/01/2017			1.000,00	0,3835616
134	29/04/2017			700,00	0,2684932
135	30/04/2017	1.100,00		1.800,00	0,6904110
136	01/05/2017			1.800,00	0,6904110
194	28/06/2017			1.500,00	0,5753425
195	29/06/2017			1.500,00	0,5753425
196	30/06/2017			1.500,00	0,5753425
197		Suma saldos diarios		206.300,00	
198		Suma de intereses			79,1287671
199		Suma saldos diarios		180	
200		Saldo promedio diario		1.146,11	
201		Cálculo de intereses con el saldo promedio diario		79,128767	
202					

Figura 4.17. Movimiento de la cuenta de ahorros

En algunos textos se considera que la forma de calcular los intereses ganados en un periodo determinado es la presentada en la figura 4.17. Para calcular el saldo se utilizan las siguientes fórmulas:

en D16 se escribe  $= B16 - C16$  (ingresos menos retiros)

en D17 se escribe  $= D16 + B17 - C17$  (saldo anterior + ingresos - retiros), esta fórmula se copia (arrastrando) hasta D196.

En el cálculo de intereses se utiliza la fórmula:

$= D16 * \$ D\$ 14$ , en la celda E16, y, de igual forma que en el caso anterior, se copia hasta la celda E196; así, los intereses ganados en el periodo son \$ 79,13.

En la parte inferior de la tabla se observa el cálculo de los intereses por otro medio, que consiste en: primero se calcula la suma de todos los saldos diarios (celda D197); a continuación se calcula el número de días del periodo (celda D199, y la fórmula aplicada es  $= A196 - A16$ ); luego se obtiene el saldo promedio diario (SPD), que es igual a la sumatoria de los saldo diarios dividida por el número de días del periodo ( $= \frac{D197}{D199}$ ); y, por último, se calculan los intereses con la fórmula vista anteriormente,  $I = SPD * i * t$ , y para este caso específico  $I = SPD * i * t$ , y la fórmula utilizada es  $= D200 * D1 * D199$ .

Sin embargo, las dos últimas respuestas presentadas no son iguales a las realizadas con las otras alternativas. Esto se debe, principalmente, a que cuando se hace un depósito o un retiro, el saldo de esa fecha se considera que es igual al nuevo saldo, y cuando se tiene un nuevo periodo, se cuenta desde el siguiente día, razón por la cual, para ser justos, planteamos la siguiente modificación para el cálculo del saldo (figura 4.18).

	A	B	C	D	E	H	J
13						Saldo para	Intereses
14	Tasa	14%	anual	0,00038356	diario	calcular	calculados con
15	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo		Intereses	el nuevo saldo
16	01/01/2017			0,00		0,00	0,00000
17	02/01/2017			0,00		0,00	0,00000
18	03/01/2017			0,00		0,00	0,00000

Figura 4.18 Movimiento de la cuenta de ahorros

Se mantienen las columnas de Fecha, Depósito, Retiro y Saldo, y agregamos dos nuevas columnas, la una, Saldo para calcular intereses y la otra Intereses, calculados con el nuevo saldo. En H16 escribimos la fórmula  $= D16$ , en

H17, la decisión lógica =  $SI(Y(B17 = 0; C17 = 0); D17; D16)$ ; esta decisión pregunta si la celda de depósito (B17) y de retiro (C17) son iguales a cero. Si la respuesta es afirmativa, entonces, en esa celda, H17, localice el valor de la celda de la izquierda D17; y si, esto no ocurre, o sea, cuando hay un depósito o un retiro o ambas transacciones, el saldo es igual al saldo del día anterior; por tanto, localice el saldo de D16.

El resto de la tabla quedará de la siguiente forma (figura 4.19).

	A	B	C	D	E	H	J
13						Saldo para	Intereses
14	Tasa	14%	anual	0,00038356	diario	calcular	calculados con
15	Fecha	Deposito	Retiro	Saldo		intereses	el nuevo saldo
16	01/01/2017			0,00		0,00	0,00000
17	02/01/2017			0,00		0,00	0,00000
18	03/01/2017			0,00		0,00	0,00000
29	14/01/2017			0,00		0,00	0,00000
30	15/01/2017	1.000,00		1.000,00		0,00	0,00000
31	16/01/2017			1.000,00		1.000,00	0,38356
107	02/04/2017			900,00		900,00	0,34521
108	03/04/2017		200,00	700,00		900,00	0,34521
109	04/04/2017			700,00		700,00	0,26849
194	28/06/2017			1.500,00		1.500,00	0,57534
195	29/06/2017			1.500,00		1.500,00	0,57534
196	30/06/2017			1.500,00		1.500,00	0,57534
197		Suma saldos diarios		206.300,00	0,00	204.800,00	
198		Suma de intereses					78,55342
199		Suma saldos diarios		180		180	
200		Saldo promedio diario		1.146,11		1.137,78	
201		Cálculo de intereses con					
202		el saldo promedio diario		79,1287671		78,5534247	

Figura 4.19. Movimiento de la cuenta de ahorros

Como se observa en el caso anterior, en los días que hay depósito o retiro el sistema actualiza al nuevo saldo, pero con la decisión lógica se mantiene el saldo del día anterior. Con esta modificación se calculan los intereses, de igual forma que el caso anterior, pero empleando la nueva columna de saldo. También se calculan los intereses con el SPD y las respuestas ahora coinciden con las presentadas anteriormente.

### Ejercicios

- Una empresa tiene 4 deudas u obligaciones: la primera es de \$ 7.000,00 con vencimiento a 90 días, a una tasa de interés del 1 % mensual desde su suscripción; la segunda de \$ 12.000,00 con vencimiento a 150 días, sin intereses; la tercera de \$ 15.000,00 con vencimiento a 210 días de plazo y con una tasa de interés del 2 % mensual desde su suscripción; y

- la cuarta de \$ 20.000,00 a 300 días, sin intereses. La empresa desea reemplazar las 4 deudas por una sola con vencimiento a 180 días, con una tasa de interés del 18 % anual. Calcule el valor del nuevo documento que consolidaría las 4 deudas.
- En el problema anterior considere la tasa de descuento del 1,75 % mensual para el cálculo del nuevo documento.
  - Una persona ha firmado tres documentos: el primero, de \$ 5.000, a tres meses de plazo con una tasa de interés del 1 % mensual; el segundo, de \$ 9.000, a 120 días de plazo, a una tasa del 1,5 % mensual, y, el tercero, de \$ 12.000, a 180 días de plazo, a una tasa del 18 % anual. La persona desea reemplazar los tres documentos por uno solo, pagadero al final del año. ¿Cuál será el valor de ese documento, si se considera una tasa de interés del 2 % mensual?
  - Si en el problema anterior se considera el pago al día de hoy y se descuentan los tres documentos en un banco, ¿cuál será el valor de reemplazo? Emplee la tasa de descuento del 2 % mensual.
  - El propietario de un edificio en venta recibe 3 ofertas: a) \$ 500.000,00 de contado y \$ 1.000.000,00 a un plazo de un año; b) \$ 400.000,00 al contado y dos letras de \$ 600.000,00 y \$ 500.000,00, con vencimiento en 6 y 9 meses, respectivamente; c) \$ 300.000,00 de contado, una letra de \$ 700.000,00 a 3 meses y otra letra de \$ 500.000,00 a 9 meses. Calcule cuál oferta le conviene al propietario y cuál al comprador. Considere una tasa de interés del 18 % anual.
  - Juan tiene las siguientes deudas: \$ 5.000,00 con vencimiento a 90 días; \$ 10.000,00 con vencimiento a 150 días; \$ 15.000,00 con vencimiento a 9 meses, y \$ 20.000,00 a 11 meses, sin intereses. Desea saldar sus deudas con dos pagos iguales a los 7 y a los 12 meses, respectivamente, con una tasa de interés del 9 % anual. Realice el gráfico y calcule el valor de los dos pagos iguales; considere la fecha focal a los 12 y a los 7 meses.
  - Leonor tiene un terreno en venta y le ofrecen tres alternativas: a) \$ 5.000 al contado y \$ 6.000 después de 11 meses; b) \$ 2.000 al contado y \$ 9.000 a 7 meses y c) \$ 1.000 al contado, \$ 3.000 en 3 meses, \$ 3.200 en 6 meses y \$ 3.800 en 9 meses. Si se considera una tasa de descuento del 18 % anual y el día de hoy como fecha focal, ¿cuál de las tres ofertas le conviene más? Calcule cada una de ellas y realice los cálculos con descuentos bancarios.
  - El señor Merchán es poseedor de una cuenta de ahorros que tiene un saldo de \$ 123 al 31 de diciembre y ha registrado durante el primer semestre del siguiente año las siguientes operaciones: el 3 de enero depositó \$ 155, el 15 de febrero retiró \$ 30, el 7 de abril depositó \$ 120 y el 30 de mayo retiró \$ 55. Si la tasa de interés es del 24 % anual; ¿cuál será el saldo de la cuenta al 30 de junio? Tome una de las dos fechas extremas y el año comercial para el cálculo de los intereses.



9. El señor Rueda es poseedor de una cuenta de ahorros cuyo saldo al 30 de junio fue de \$ 300. Durante el segundo semestre del mismo año realizó los siguientes movimientos: un depósito de \$ 50 el 30 de septiembre y otro de \$ 100 el 4 de diciembre; ¿cuál será el saldo de la cuenta, con una tasa del 36 % anual, al 31 de diciembre? Considere una sola fecha extrema.
10. Una persona tiene una cuenta de ahorros cuyo saldo al 31 de diciembre fue de \$ 49.000. En el semestre enero/junio ha realizado las siguientes operaciones: retiró \$ 3.600 el 21 de febrero; depositó \$ 2.800 el 9 de abril; depositó \$ 4.700 el 2 de mayo; depositó \$ 1.100 el 24 de junio; ¿cuál será el saldo de la cuenta a 30 de junio, si se consideran una tasa de interés del 24 % anual y las dos fechas extremas?
11. Reemplace tres deudas de \$ 5.000, \$ 10.000 y \$ 20.000, a 3, 6 y 12 meses, respectivamente, por un solo pago en 12 meses, considerando una tasa de interés del 16 % anual.
12. En el ejemplo anterior reemplace las tres deudas por una sola al día de hoy, con la misma tasa. Calcule: a) con valor actual y b) con valor efectivo. Analice los resultados.
13. Pedro deposita \$ 6.000 cada mes durante 4 meses consecutivos en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 2 % mensual. Calcule el monto que acumulará al final de los 4 meses.
14. En el problema anterior considere que los depósitos se realizan por adelantado y la tasa de interés es del 2 % mensual.
15. María deposita \$ 4.000 cada mes, durante 3 meses consecutivos, en una institución financiera. Calcule el monto que acumulará al final de los 3 meses, si se considera una tasa de interés del 3,6 % anual.
16. En el problema anterior calcule el valor del monto si los depósitos se realizan por adelantado.
17. José paga \$ 700 cada mes, durante 3 meses, para cubrir una deuda, con una tasa de interés del 0,5 % mensual. Calcule el valor original de la deuda.
18. En el problema anterior considere que los pagos se realizan por adelantado.
19. En el problema 17 realice los cálculos con descuento bancario.
20. En el problema 18 realice los cálculos con descuento bancario.
21. Una empresa tiene las siguientes obligaciones a corto plazo: \$ 3.000 a 60 días; \$ 6.000 a 120 días; \$ 9.000 a 180 días. La empresa acuerda con su acreedor reemplazar sus deudas por un solo pago a los 90 días, con una tasa de interés del % anual. Calcule el valor de ese pago único.
  - a. Considere la fecha del pago único a los 180 días.
  - b. Considere la fecha de pago en el tiempo cero o al día de hoy.
  - c. Haga los cálculos con una tasa de descuento del 21 % anual.

22. A fin de comprar ropa de trabajo para su personal una empresa tiene un presupuesto de \$ 10.000. La empresa pide cotizaciones y recibe las siguientes propuestas: a) pagar \$ 5.000 al contado y \$ 5.000 en 90 días; b) pagar \$ 3.000 al contado, \$ 3.000 en 30 días y \$ 4.000 en 90 días; c) pagar \$ 2.000 al contado, \$ 4.000 en 30 días y \$ 4.000 en 84 días. Si la tasa de interés es del 24 % anual, ¿cuál oferta le conviene aceptar?
23. Sofía pone en venta un terreno avaluado en \$ 60.000 y recibe las siguientes propuestas: a) \$ 30.000 al contado y \$ 30.000 en 123 días; b) \$ 20.000 al contado, \$ 20.000 en 60 días y \$ 20.000 en 120 días; c) \$ 15.000 al contado, \$ 35.000 en 30 días y \$ 10.000 en 150 días. ¿Cuál oferta le conviene aceptar si la tasa de interés es del 48 % anual?
24. En el problema anterior considere una tasa de interés del 4 % anual.
25. Una empresa cuenta con un presupuesto de \$ 120.000 para comprar maquinaria. Al consultar con varios proveedores recibe las siguientes propuestas: a) pagar \$ 60.000 al contado y \$ 60.000 a 150 días; b) pagar \$ 30.000 al contado y 90.000 a 120 días; c) pagar \$ 10.000 al contado y \$ 110.000 a 90 días. ¿Cuál oferta le conviene, si se considera una tasa de interés del 18 % anual?
26. Gabriela abre una cuenta de ahorro el 30 de junio de 2003 con \$ 100 y realiza las siguientes operaciones: el 14 de julio deposita \$ 20, el 15 de septiembre retira \$ 30, el 15 de octubre deposita \$ 150. Liquide la cuenta de ahorros al 31 de diciembre de 2003, si la tasa de interés fue del 18 % anual. Considere el año comercial, el tiempo exacto (una de las dos fechas extremas) y la forma de cálculo relacionada con cada depósito o retiro.
27. En el problema anterior considere la forma de cálculo relacionada con los saldos y el número de días comprendidos entre cada operación.

#### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. El señor Ojeda solicitó un préstamo por \$ 19.000 a 9 meses de plazo y una tasa de interés simple de 12 %. Si piensa realizar un pago de \$ 10.000 a los 5 meses, le pide a usted que calcule cuánto deberá pagar al final de los 9 meses, y su cálculo será presentado al acreedor; la fecha focal debe estar comprendida entre la fecha actual y la de vencimiento.
- ii. Calcule el valor único que debe cancelar una empresa que desea cambiar las deudas originales por una sola deuda con vencimiento a 180 días y a una tasa de interés simple de 1 % mensual. La empresa debe \$ 1.000 con vencimiento a 90 días, al 0,8 % mensual desde su suscripción; \$ 1.000 con vencimiento dentro de 150 días sin intereses, y \$ 2.000 con vencimiento a 180 días, también sin intereses.
- iii. Paty posee una cuenta de ahorros con tarjeta débito, cuya fecha de corte es el día 25 de cada mes. En la siguiente tabla se muestran las

operaciones realizadas entre el 26 de julio y el 25 de agosto de 2016. El saldo al 26 de julio es de \$ 4.000 (tabla 4.10).

Fecha	Depósito	Retiro
30/07/2016	4.050,00	
10/08/2016		8.000,00
16/08/2016	350,00	
21/08/2016		200,00

Tabla 4.10. Tabla de datos

La tasa de interés vigente en ese periodo fue del 5,5 % anual. Obtenga el saldo promedio diario y los intereses devengados en el ciclo mencionado anteriormente.

- iv. Paty posee una cuenta de ahorros con tarjeta débito, cuya fecha de corte es el día 25 de cada mes. En la tabla 4.11 se muestran las operaciones realizadas entre el 26 de julio y el 25 de agosto de 2016. El saldo al 26 de julio del año en cuestión es de \$ 4.000 (tabla 4.11).

Fecha	Depósito	Retiro
30/07/2016	4.050,00	
10/08/2016		8.000,00
16/08/2016	350,00	
21/08/2016		200,00

Tabla 4.11. Tabla de datos

La tasa de interés vigente en ese periodo fue del 0,02 % diario. Obtenga el saldo promedio diario, los intereses devengados en el periodo mencionado y la tasa anual.

- v. Janeth tiene una cuenta de ahorros con un saldo de \$ 800 al 31 de octubre de 2015, y los primeros trece días del siguiente mes no tuvo ningún movimiento en la cuenta. El día 14 deposita \$ 500, y el día 25 del mismo mes realiza un retiro de \$ 1.250, ¿cuánto debe depositar el día 28 para tener un saldo promedio diario de \$ 861,44 que le exige el banco? También calcule cuánto ha ganado por concepto de intereses, si el banco paga un 5 % anual.
- vi. El señor N.N. poseedor de una cuenta de ahorros con un saldo de \$ 4.000 al 30 de junio de 2015. En el segundo semestre del mismo año realizó los siguientes movimientos: un retiro de \$ 250 el 25 de agosto, un depósito de \$ 300 el 18 de septiembre y un retiro de \$ 600 el 4 de noviembre. Si la tasa de interés fue del 7 %, ¿cuánto interés ganará la cuenta al 31 de diciembre de 2015? (este problema es el mismo del punto 4.5.2 segundo ejemplo, con la diferencia que aquí se da el año)

- vii. Resuelva el problema anterior, pero con una tasa de interés del 5 %.

**Autoevaluación**

1. ¿Qué es una ecuación de valor?
2. ¿Qué utilidad tienen las ecuaciones de valor?
3. En la comparación de ofertas para comprar o para vender, ¿qué fecha focal se debe utilizar? ¿Por qué?
4. ¿Cómo se calcula el tiempo para plantear una ecuación de valor?
5. En una comparación de ofertas en las que hay cinco propuestas diferentes, ¿se debe hacer una ecuación por cada oferta o una sola para todas? ¿Por qué?
6. En una serie de depósitos mensuales durante 5 meses, ¿cuál debe ser la fecha focal para calcular el monto?
7. En una serie de depósitos efectuados durante 5 meses para cancelar una deuda, ¿cuál debe ser la fecha focal?
8. ¿Qué es una cuenta de ahorros?
9. ¿Cómo se pueden liquidar los intereses en una cuenta de ahorros?
10. ¿Se pueden liquidar los intereses en las cuentas de ahorros tomando los saldos? ¿Por qué?
11. En una cuenta de ahorros los intereses se acumulan al capital y se forma un monto. Explique.

## 5. INTERÉS COMPUESTO

### Presentación

El conocimiento y el manejo del interés compuesto son necesarios en las operaciones financieras a largo plazo, en operaciones de inversiones de capital, en los cálculos del monto, del interés y del tiempo. Este tipo de interés se va capitalizando de acuerdo con el tiempo, medido en periodos de capitalización o de conversión. Igualmente, el concepto y la aplicación del valor actual son básicos en el interés compuesto para manejar documentos e inversiones financieras en el largo plazo.

En este capítulo se incluyen los temas de la capitalización continua, en plazos menores de un año, las fórmulas de las tasas equivalentes, el monto y el valor actual, con capitalización continua. Con un conocimiento básico de la hoja electrónica Excel, el estudiante podrá optimizar el tiempo en la resolución de los problemas de este capítulo.

### Objetivo general

Conocer el concepto de interés compuesto y sus aplicaciones en la liquidación de documentos financieros, endeudamiento e inversiones a cualquier plazo.

### Objetivos específicos

- Conocer y manejar los conceptos de periodo de capitalización y tasa de interés por periodo de capitalización.
- Manejar la fórmula del monto en interés compuesto.
- Conocer y aplicar el concepto de valor actual a largo plazo.
- Aplicar en inversiones las tasas de interés nominal y efectiva, anticipada y vencida.
- Resolver problemas de interés compuesto aplicando ecuaciones de valor.
- Conocer y manejar la capitalización continua.
- Manejar la fórmula del monto y la del valor actual en interés compuesto con diferentes periodos de capitalización.
- Conocer y aplicar la capitalización continua, en el monto y en el valor actual.
- Conocer y aplicar las tasas de interés equivalentes, incluyendo la capitalización continua.
- Conocer y aplicar la capitalización continua en plazos menores a un año y compararla con el interés simple.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de interés compuesto.

### 5.1 Definición de interés compuesto

Es el interés de un capital al que se van acumulando los réditos para que produzcan otros.<sup>19</sup>

Cuando se calcula interés compuesto, el capital aumenta por la adición de los intereses vencidos al final de cada uno de los periodos a que se refiere la tasa. Siempre que no se pague efectivamente el interés al final de un periodo, sino que se adicione al capital, se dice que los intereses se capitalizan.<sup>20</sup>

El interés compuesto se caracteriza porque el interés generado, en una unidad de tiempo, se suma al capital y este valor nuevamente gana intereses y se acumula al nuevo capital, y así sucesivamente, tantas veces como periodos de capitalización se hayan establecido.

### 5.2 Comparación entre interés simple e interés compuesto

El interés compuesto se diferencia del interés simple en que este calcula los intereses por una sola vez, mientras que en aquel el interés se va acumulando al capital periódicamente; es decir, los intereses se capitalizan. Generalmente, el interés simple se utiliza a corto plazo, hasta un año, y el interés compuesto a largo plazo, más de un año.

Calculemos el monto, el interés simple y el interés compuesto de un capital de \$ 4.000,000 a una tasa de interés del 10 % durante 6 periodos.

Cálculo a interés simple:

$$I = Cit$$

$$I = 4.000,000(0,25)(6) = \$ 6.000,000$$

$$M = C(1 + it) = 4.000,000[1 + 0,25(6)] = \$ 10.000,000$$

Cálculo a interés compuesto:

Para el primer periodo

$$M = 4.000,000[1 + 0,25(1)] = \$ 5.000,000$$

Para el segundo periodo

$$M = 5.000,000[1 + 0,25(1)] = \$ 6.250,000$$

Para el tercer periodo

$$M = 6.250,000[1 + 0,25(1)] = \$ 7.812,000$$

<sup>19</sup> Gran Diccionario Enciclopédico Universal. Valencia: Ortells, 1980.

<sup>20</sup> Justin H. Moore, *Manual de matemáticas financieras*. México: Uteha, 1973, p. 68.



## 5. Interés compuesto

Para el cuarto periodo

$$M = 7.812,000[1 + 0,25(1)] = \$ 9.765,625$$

Para el quinto periodo

$$M = 9.765,625[1 + 0,25(1)] = \$ 12.207,031$$

Para el sexto periodo

$$M = 12.207,031[1 + 0,25(1)] = \$ 15.258,789$$

Se observa la diferencia, en el mismo tiempo y con la misma tasa de interés, del monto total que producen.

$$\text{Monto con interés simple: } \$ 10.000,000$$

$$\text{Monto con interés compuesto: } \$ 15.258,789$$

$$\text{Interés simple} = 10.000,00 - 4.000,00 = 6.000,00$$

$$\text{Interés compuesto} = 15.258,789 - 4.000,00 = 11.258,789$$

En la (tabla 5.1) se demuestran el comportamiento del interés simple y el interés compuesto y sus respectivos montos.

Periodo	Monto interés simple	Interés	Monto interés compuesto	Interés	Diferencia
0	4.000,000	0,000	4.000,000	0,000	0,000
1	5.000,000	1.000,000	5.000,000	1.000,000	0,000
2	6.000,000	2.000,000	6.250,000	2.250,000	250,000
3	7.000,000	3.000,000	7.812,500	3.812,500	812,500
4	8.000,000	4.000,000	9.765,625	5.765,625	1.765,625
5	9.000,000	5.000,000	12.207,031	8.207,031	3.207,031
6	10.000,000	6.000,000	15.258,789	11.258,789	5.258,789

Tabla 5.1. Comparativo interés simple, interés compuesto (en \$)

Como se observa, la diferencia entre el monto a interés simple y el monto a interés compuesto radica en que este último se va acrecentando en función del tiempo, debido a la acumulación de los intereses al capital por periodo de capitalización.

El interés compuesto crece en función del nuevo capital por periodo, mientras que el interés simple es constante durante todos los periodos. Mientras más periodos se capitalicen, mayor será la diferencia entre el interés simple y el interés compuesto (figuras 5.1 y 5.2).

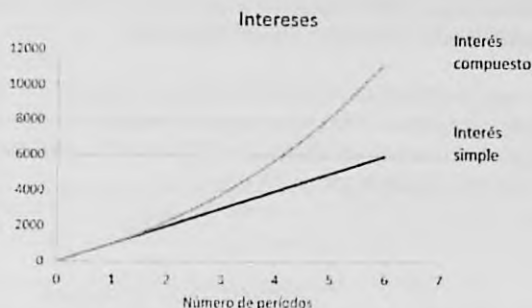


Figura 5.1. Comparación gráfica interés simple/interés compuesto

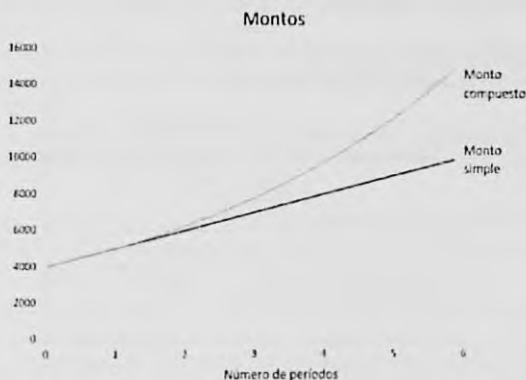


Figura 5.2. Comparación gráfica monto interés simple/interés compuesto

### 5.3 Variables del interés compuesto

En el cálculo del interés compuesto se debe tomar en cuenta previamente el cálculo de las variables  $i$  y  $n$ , correspondientes a la tasa de interés por periodo de capitalización ( $i$ ) y el número de periodos de capitalización ( $n$ ).

**Periodo de capitalización, de conversión o compuesto ( $n$ ):** espacio de tiempo en el que el interés se adiciona o acumula al capital. Este periodo puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, etc. Se identifica con la letra  $n$ .

**Tasa de interés ( $i$ ):** la tasa de interés por periodo de capitalización significa la tasa diaria, mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual, etc., según sea la capitalización por día, por mes, por bimestre, por trimestre, por semestre o por año. Se identifica con la letra  $i$ .

*Número de capitalizaciones en el año (m):* se obtiene al dividir 360 por el número de días del periodo de capitalización.

Para calcular el número de periodos de capitalización y la tasa de interés por periodo de capitalización de un capital colocado a interés compuesto durante 7 años, con una tasa de interés del 15 % anual capitalizable semestralmente, se realiza el siguiente procedimiento:

$$t = 7 \text{ años. Entonces, } n = \frac{7(12)}{6} = 14$$

$$n = \frac{\text{Número total de meses}}{\text{Número de meses del período de capitalización}}$$

Es decir, que se capitaliza 14 veces o que existen 14 semestres en 7 años.

$$i = \frac{0,15}{2} = 0,075$$

$$i = \frac{\text{tasa anual}}{\text{Número de meses del período de capitalización}} = \frac{\text{tasa anual}}{m}$$

$$m = \frac{360}{\text{\#días del período}} = \frac{360}{180} = 2$$

Ahora calculemos el número de periodos de capitalización ( $n$ ) y la tasa de interés por periodo de capitalización ( $i$ ) de un capital colocado a interés compuesto durante 9 años, con una tasa de interés del 6 %, capitalizable semestralmente.

$$t = 9 \text{ años; tasa nominal anual } i = 6 \%$$

$$n = \frac{(9)(12)}{6} = 18$$

$$m = \frac{360}{180} = 2$$

$$i = \frac{0,06}{2} = 0,03$$

$$i = 3\% \text{ mensual}$$

Por último, calculemos el número de periodos de capitalización ( $n$ ) y la tasa de interés por periodo de capitalización ( $i$ ) de un capital colocado a interés compuesto durante 5 años, a una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable trimestralmente.

$$t = 5 \text{ años}$$

$$i = 9\%$$

$$n = \frac{(5)(12)}{3} = 20; \text{ se divide entre el número de meses}$$

$$m = \frac{360}{90} = 4; \text{ se capitaliza 4 veces al año}$$

$$i = \frac{0,09}{4} = 0,0225 = 2,25\% \text{ trimestral}$$

#### 5.4 Fórmula del monto a interés compuesto

“El monto de un capital a interés compuesto, o monto compuesto, es el valor del capital final o capital acumulado después de sucesivas adiciones de los intereses<sup>21</sup>”.

“A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto<sup>22</sup>”.

Para deducir la fórmula del monto de interés compuesto, se parte de un ejemplo en el que se conocen el capital, la tasa de interés y el número de periodos de capitalización.

De esta manera, para realizar el cálculo del monto a interés compuesto de un capital de \$ 100.000 a cuatro años de plazo, a una tasa de interés del 12 % anual, se elabora un cuadro en el que se expresan los periodos, los intereses y el monto (tabla 5.2).

Periodo	Capital de inicio del periodo	Interés	Monto al final del periodo
1	100.000,00	12.000,00	112.000,00
2	112.000,00	13.440,00	125.440,00
3	125.440,00	15.052,80	140.492,80
4	140.492,80	16.859,14	157.351,94

Tabla 5.2. Forma del cálculo de interés y monto compuesto

Fórmula del cálculo:  $I = Cit$

<sup>21</sup> Lincoyán Portus Govinden, *Matemática financiera*. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, p. 70.

<sup>22</sup> Frank Jr. Ayres, *Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos*. México: McGraw-Hill, 1971, p. 63.

Primer año

$$I = 100.000(0,12)1 = \$ 12.000$$

$$M = 100.000 + 12.000 = \$ 112.000$$

Segundo año

$$I = 112.000(0,12)1 = \$ 13.440$$

$$M = 112.000 + 13.440 = \$ 125.440$$

Tercer año

$$I = 125.440(0,12)1 = \$ 15.052,80$$

$$M = 125.440 + 15.052,80 = \$ 140.492,80$$

Cuarto año

$$I = 140.492,80(0,12)1 = \$ 16.859,14$$

$$M = 140.492,80 + 16.859,14 = \$ 157.351,94$$

En este ejemplo,  $C$  es el capital;  $i$  la tasa de interés por periodo de capitalización; y  $n$ , el número de periodos de capitalización (figura 5.3).

Periodo	Capital al inicio del periodo	Interés	Monto
1	$C$	$Ci$	$C + Ci = C(1 + i)$
2	$C(1 + i)$	$C(1 + i)i$	$C(1 + i) + C(1 + i)i$ $= C(1 + i)^2$
3	$C(1 + i)^2$	$C(1 + i)^2i$	$C(1 + i)^2 + C(1 + i)^2i = C(1 + i)^3$
<i>Podemos continuar hasta la enésima potencia</i>			
$n$	$C(1 + i)^{n-1}$	$C(1 + i)^{n-1}i$	$C(1 + i)^{n-1} + C(1 + i)^{n-1}i$ $= C(1 + i)^n$

Figura 5.3. Deducción de la fórmula del monto en interés compuesto

Para cualquier periodo de capitalización y tasa de interés por periodo, se obtiene la fórmula del monto en interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

Fórmula 5.1. Monto en interés compuesto

Entonces,

$$I = M - C$$

Fórmula 5.2. Interés compuesto

El factor  $(1 + i)^n$  puede hallarse mediante calculadoras electrónicas, variando  $i$  y  $n$ ; o buscarse en tablas matemáticas en función de las referidas variables. La fórmula del monto también puede expresarse tomando en cuenta los periodos de capitalización menores de un año: semestral, trimestral, bimestral, mensual, diaria o continua.

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{m \cdot t}$$

Donde:

M = monto

C = capital inicial

$j$  = tasa de interés nominal capitalizable varias veces

$m$  = número de capitalizaciones en el año

$t$  = número de años

#### 5.4.1 Variaciones de la fórmula del monto en función de la tasa de interés y las capitalizaciones: $M = C (1 + j/m)^{mt}$

Tomemos a  $i$  = tasa efectiva anual;  $j$  = tasa nominal capitalizable varias veces en el año;  $m = 360/\text{número de días del periodo de capitalización}$ ;  $t$  = número de años;  $n$  = número de capitalizaciones en el año.

- a. Si la tasa de interés es efectiva (se capitaliza una sola vez al año).

$$M = C(1 + i)^{nt}$$

- b. Si la tasa de interés se capitaliza semestralmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{2} \right)^{2t}$$

- c. Si la tasa de interés se capitaliza quimestralmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{2,4} \right)^{2,4(t)}$$

- d. Si la tasa de interés se capitaliza cuatrimestralmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{3} \right)^{3t}$$



- e. Si la tasa de interés se capitaliza trimestralmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{4} \right)^{4t}$$

- f. Si la tasa de interés se capitaliza bimestralmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{6} \right)^{6t}$$

- g. Si la tasa de interés se capitaliza mensualmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{12} \right)^{12t}$$

- h. Si la tasa de interés se capitaliza quincenalmente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{12} \right)^{24t}$$

- i. Si la tasa de interés se capitaliza diariamente:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{360} \right)^{360t} \quad M = C \left( 1 + \frac{j}{365} \right)^{365t}$$

- j. Si la tasa de interés se capitaliza en forma continua:

$$M = Ce^{jt}$$

Fórmula 5.3. Capitalización continua

En la cual el número  $e$  tiene la siguiente expresión:

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x 2,718281829$$

$j$  = tasa nominal

$t$  = número de años

#### Ejemplo de cálculo del monto

Calculemos el monto de un capital de \$ 20.000,00 a interés compuesto durante 25 años y 9 meses, si la tasa de interés es del 9 % anual capitalizable de la siguiente forma:

- a. Tasa del 9 % efectiva:

$$M = 20.000(1 + 0,09)^{25,75} = 183.976,4852$$

- b. Tasa del 9 % anual capitalizable semestral:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{2} \right)^{51,50} = 192.982,95569$$

- c. Tasa del 9 % anual capitalizable quimestral:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{2,4} \right)^{61,80} = 194.578,5257$$

- d. Tasa del 9 % anual capitalizable cuatrimestral:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{3} \right)^{77,25} = 196.202,9822$$

- e. Tasa del 9 % capitalización trimestral:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{4} \right)^{103} = 197.857,0883$$

- f. Tasa del 9 % capitalización bimestral:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{6} \right)^{154,50} = 199.541,6335$$

- g. Tasa del 9 % capitalización mensual:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{12} \right)^{309} = 201.257,4348$$

- h. Tasa del 9 % capitalización diaria:

$$M = 20.000 \left( 1 + \frac{0,09}{360} \right)^{9,27} = 202.946,5481$$

- i. Tasa del 9 % capitalización continua:

$$M = 20.000 e^{(0,09)(25,75)} = 203.005,337856$$

Como se observa, cuando la capitalización aumenta se incrementa el monto.

#### Ejemplo de cálculo de monto e interés

Si una empresa obtiene un préstamo de \$ 3.000 a 6 años de plazo, con una tasa de interés del 15 % anual capitalizable semestralmente, ¿qué monto debe pagar a la fecha de vencimiento y qué interés?

Se calculan  $i$  y  $n$ :

$$n = \frac{(6)(12)}{6} = 12 \text{ períodos}$$

$$m = \frac{360}{180} = 2$$

$$i = \frac{0,15}{2} = 0,075 = 7,5\% \text{ semestral}$$

$$C = 3.000$$

$$M = 3.000(1 + 0,075)^{12} = 3.000(1,075)^{12}$$

Interés compuesto que debe pagar:

$$I = M - C$$

$$I = 7.145,34 - 3.000 = \$4.145,34$$

### 5.5 Monto compuesto con periodos de capitalización fraccionarios

Cuando el tiempo de pago no coincide con el periodo de capitalización, se presenta el caso de los periodos de capitalización fraccionarios. Entonces, si el tiempo de pago de una deuda es 4 años y 9 meses, y la tasa de interés del 14 % capitalizable semestralmente, se tiene que:

$$n = \frac{4(12) + 9}{6} = \frac{57}{6} = 9,5 \text{ semestres}$$

Es decir, 9 semestres y una fracción de semestre.

Para el cálculo del monto compuesto con periodos de capitalización fraccionario pueden aplicarse dos métodos<sup>23</sup>.

- El matemático, que toma el valor exacto de  $n$  en la fórmula del monto compuesto.
- El comercial (véase el siguiente ejemplo parte b).

Para el cálculo del monto de una deuda de \$ 4.000 a interés compuesto durante 6 años y 3 meses de plazo, con una tasa de interés del 7 % anual capitalizable semestralmente, se tiene:

- Cálculo matemático

$$n = \frac{6(12) + 3}{6} = \frac{75}{6} = 12,5 \text{ semestres}$$

$$i = \frac{0,07}{2} = 0,035$$

$$M = 4.000(1 + 0,035)^{12,5} = 4.000(1,537285)$$

---

<sup>23</sup> Portus Govinden, *ob. cit.*, p. 75.

$$M = \$ 6.149,14$$

- b. El cálculo comercial aplica la parte entera de  $n$  en la fórmula del monto compuesto (interés compuesto), y la parte fraccionaria, la fórmula del monto de interés simple.

En otras palabras, el método comercial aplica interés compuesto a la parte entera e interés simple a la parte fraccionaria.

En el ejemplo anterior, con el método comercial se tiene:

$$M = 4.000(1 + 0,035)^{12} \left[ 1 + 0,035 \left( \frac{3}{6} \right) \right]^{24}$$

$$M = 4.000(1,51107)(1,0175)$$

Como puede apreciarse, el método comercial da un resultado mayor que el método matemático.

#### **Ejemplo del método matemático y del comercial**

Calculemos por los dos métodos, el matemático y el comercial, el monto compuesto de \$ 2.000 a 7 años y 8 meses de plazo, al 9 % anual capitalizable trimestralmente.

- a. Método matemático

Se calcula el valor de  $n$  e  $i$ .

Se aplica la fórmula del monto:

$$n = \frac{7(12) + 8}{3} = 30,6667$$

$$i = \frac{0,09}{4} = 0,0225$$

Se aplica la fórmula del monto

$$M = 2.00(1 + 0,0225)^{30,6667} = \$ 3.957,05$$

- b. Método comercial

$$n = \frac{7(12) + 8}{3} = 30,6667$$

<sup>24</sup> En este procedimiento es necesario destacar que, en la parte del cálculo con interés simple, debe relacionarse la tasa de interés por periodo con los meses o días que tiene el correspondiente periodo.

$$i = \frac{0,09}{4} = 0,0225$$

Se aplica la fórmula del monto

$$M = 2.00(1 + 0,0225)^{30,6667} = \$ 3.957,05$$

Diferencia entre los resultados obtenidos por los dos métodos:

$$\$ 3.957,28 - 3.957,05 = \$ 0,23$$

Esto se debe a la diferente aplicación del interés en el tiempo fraccionario (dentro de los dos últimos meses se acumula el interés).

### 5.6 Aplicación de la capitalización continua en plazos menores de un año

En algunas operaciones de documentos financieros, como contratos a término o *forwards*, contratos futuros, opciones de compra (*put*), opciones de venta (*call*), se utiliza la tasa de interés anual con capitalización continua, tomando el año calendario o el año comercial, y como base el número  $e = 2,71828182846$ , en plazos menores a un año. El resultado es siempre mayor que la aplicación con el interés simple normal.

#### Ejemplo de capitalización continua

Calcule el interés y el monto que generará un documento financiero de 3.000.000,00 durante 92 días, si se considera una tasa de interés del 4 % anual con capitalización continua.

Solución:

$$M = Ce^{it} \quad i = 0,04$$

$$a. \quad t_1 = \frac{92}{360} = 0,255555555556$$

$$b. \quad t_2 = \frac{92}{365} = 0,252054794521$$

a. Con el año comercial:

$$\begin{aligned} M &= (3.000.000,00)e^{(0,04)(0,255555555556)} \\ &= (3.000.000,00)e^{0,0102222222222} \\ &= 3.030.823,94284 \end{aligned}$$

$$\text{Interés} = 3.030.823,94285 - 3.000.000,00 = 30.823,94285$$

- b. Con el año calendario:

$$\begin{aligned} M &= (3.000.000,00)e^{(0,04)(0,252054794521)} \\ &= (3.000.000,00)e^{0,010018219178} \\ &= 3.030.399,56495 \end{aligned}$$

$$\text{Interés} = 3.030.399,56495 - 3.000.000,00 = 30.399,56495$$

Esta forma de cálculo da un resultado mayor que si se realizara con la fórmula del interés simple:  $I = Cit$ , y la del monto  $= C + I$

- a. Con el año comercial y tasa de interés anual:

$$\begin{aligned} I &= 3.000.000,00(0,04)\left(\frac{92}{360}\right) = 30.666,66666667 \\ M &= 3.000.000,00 + 30.666,66666667 \\ &= 3.030.666,66666667 \end{aligned}$$

- b. Con el año calendario y tasa de interés anual:

$$\begin{aligned} I &= 3.000.000,00(0,04)\left(\frac{92}{365}\right) = 30.246,5753425 \\ M &= 3.000.000,00 + 30.246,5753425 = 3.030.246,5753425 \end{aligned}$$

## 5.7 Tasas equivalentes

*Tasa nominal* es aquella que puede ser capitalizable varias veces en un año y se denomina (*j*).

*Tasa efectiva de interés* es la que realmente actúa sobre el capital una vez en el año y se denomina (*i*).

Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión (capitalización) son equivalentes si producen el mismo interés compuesto al final de un año.<sup>25</sup>

Las tasas nominal y efectiva son equivalentes cuando producen la misma cantidad de dinero al final del año.<sup>26</sup>

Así, un capital de \$ 1, al 18 % anual capitalizable mensualmente será:

$$M = 1 \left( 1 + \frac{0,18}{12} \right)^{12} = 1(1,05)^{12} = 1(1,1956182)$$

A una tasa de interés efectiva del 19,56182 %:

<sup>25</sup> Ayres, *ob. cit.*, p. 65.

<sup>26</sup> Moore, *ob. cit.*, p. 92.



$$M = 1(1 + 0,1956182) = 1(1,1956182)$$

$$M = \$ 1,1956182$$

En este ejemplo se puede apreciar que la tasa nominal, 18 % anual capitalizable mensualmente, es equivalente a la tasa efectiva del 19,56182 %, puesto que las dos producen el mismo resultado.

### 5.7.1 Fórmula de equivalencia tasa nominal/tasa efectiva

El monto de \$ 1, a la tasa  $i$  en un año es:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 1(1 + i)^1$$

$$M = (1 + i)$$

El monto de \$ 1, a la tasa  $j$  con  $m$  capitalizaciones en el año y considerando que los dos montos son iguales, se puede plantear la identidad:

$$M = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Fórmula 5.4. Ecuación de equivalencia

Que es la ecuación de equivalencia, que relaciona una tasa efectiva con una tasa nominal capitalizable varias veces en el año y viceversa, con tasas de interés vencidas.

Tasas equivalentes son aquellas que, con diferentes periodos de capitalización, producen el mismo interés compuesto.

Así, para conocer a qué tasa efectiva de interés equivale una tasa nominal del 18 % anual capitalizable trimestralmente se realiza el siguiente cálculo:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

En este caso:

$$i = ? \quad j = 18 \% \quad m = 4$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,18}{4}\right)^4$$

$$(1 + i) = (1,045)^4$$

$$i + 1 = 1,1925186$$

$$i = 1,1925186 - 1 = 0,1925186$$

$$i = 19,25186 \%$$

También se puede plantear el problema inverso: ¿a qué tasa nominal capitalizable trimestralmente es equivalente una tasa efectiva del 19,25186 %?

Para la solución de este problema utilizamos la ecuación de equivalencia:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

y reemplazamos:

$$(1 + 0,1925186) = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$(1,1925186) = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

Para encontrar la respuesta pueden emplearse dos métodos: exponentes o radicales y logaritmos.

a. Por exponentes o radicales

Elevamos ambos miembros a la misma potencia y la igualdad no se altera:

$$(1,1925186)^{1/4} = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^{4/4}$$

$$1,045 = 1 + \frac{j}{4}$$

$$0,045 = \frac{j}{4}$$

$$j = 0,18 \text{ } j = 18 \% \text{ anual, capitalizable trimestralmente}$$

b. Por logaritmos

$$\log(1,1925186) = \log\left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$0,076465 = 4 \log\left(1 + \frac{j}{4}\right)$$

$$\frac{0,076465}{4} = \log\left(1 + \frac{j}{4}\right)$$

$$0,019116 = \log \left( 1 + \frac{j}{4} \right)$$

$$\text{antilog}(0,019116) = 1 + \frac{j}{4}$$

$$1,045 = 1 + \frac{j}{4}$$

$$0,045 = \frac{j}{4}$$

$$j = 0,18 \quad j = 18 \% \text{ anual, capitalizable trimestralmente}$$

Se obtiene la misma respuesta:  $j = 18 \% \text{ anual, capitalizable trimestralmente}$ .

#### Ejemplo de tasa equivalente

Para conocer a qué tasa nominal, capitalizable semestral, es equivalente la tasa efectiva del 8 %, se realiza el siguiente procedimiento:

$$(1 + i) = \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^m$$

- a. Por exponentes o radicales

$$(1 + 0,08) = \left( 1 + \frac{j}{2} \right)^2$$

En razón de que la capitalización es semestral:

$$(1,08)^{1/2} = \left[ \left( 1 + \frac{j}{2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

(se elevan ambos miembros a la potencia  $1/2$ ).

$$1,03923 = 1 + \frac{j}{2}$$

$$0,03923 = \frac{j}{2}$$

$$0,07846 = j$$

$$j = 7,846 \% \text{ anual, capitalizable semestralmente}$$

b. Por logaritmos

$$\log(1,08) = \log\left(1 + \frac{j}{2}\right)^2$$

$$0,03342376 = 2 \log\left(1 + \frac{j}{2}\right)$$

$$\frac{0,03342376}{2} = \log\left(1 + \frac{j}{2}\right)$$

$$0,01671188 = \log\left(1 + \frac{j}{2}\right)$$

$$\text{antilog}(0,01671188) = 1 + \frac{j}{2}$$

$$1,03923 = 1 + \frac{j}{2}$$

$$0,03923 = \frac{j}{2}$$

$$j = 0,07846$$

$$j = 7,846 \% \text{ anual, capitalizable semestralmente}$$

Como se observa, al comparar la misma tasa de interés, la tasa efectiva es mayor cuando se capitaliza más de una vez en el año.

$$8 \% > 7,846 \%$$

También puede plantearse el problema inverso: ¿a qué tasa efectiva es equivalente la tasa nominal del 7,846 % capitalizable semestralmente?

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,07846}{2}\right)^2$$

$$(1 + i) = (1 + 0,03923)^2$$

$$(1 + i) = 1,08$$

$$i = 1,08 - 1$$

$$i = 0,08$$

$$i = 8 \%$$

Esta relación también puede demostrarse en forma práctica.

### Ejemplo práctico

Calculemos el monto y el interés compuesto que producirá un capital de \$ 200.000 durante 5 años y 9 meses si es colocado a: a) una tasa del 16 % efectiva y b) una tasa del 15,4065923 % anual con capitalización semestral.

a)

$$M = 200.000 (1 + 0,16)^{5,75} = \$ 469.530,09$$

$$I = 469.530,09 - 200.000 = \$ 269.530,09$$

b)

$$M = 200.000 \left( 1 + \frac{0,154065923}{2} \right)^{11,5} = \$ 469.530,09$$

$$I = 469.530,09 - 200.000 = \$ 269.530,09$$

### 5.7.2 Fórmulas para tasas equivalentes con capitalización continua

Se toma como referencia la fórmula del monto con la tasa de interés con capitalización continua:

$$M = Ce^{jt} \text{ en donde } C = 1 \text{ y } t = 1 \text{ año se tiene: } M = e^j$$

también  $M = C$

$$(1 + i)^n \text{ en donde } C = 1 \text{ y } t = 1 \text{ año se tiene: } M = 1 + i$$

Para el monto:

$$1 + i_c = e^i$$

$$i_c = e^i - 1$$

### Ejemplos de tasa efectiva

Cálculo de la tasa efectiva, si se conoce la tasa con capitalización continua y viceversa

a. ¿A qué tasa efectiva es equivalente una tasa del 6 % anual con capitalización continua, en una serie de depósitos?

$$i_c = e^{0,06} - 1 = 0,061836546545$$

$$i_c = 6,1836546545 \%$$

¿A qué tasa anual con capitalización continua es equivalente una tasa efectiva del 6,1836546545 %?

$$1 + 0,061836546545 = e^i$$

$$\ln 1,061836546545 = i$$

$$i = 0,06$$

$$i = 6\%$$

- b. ¿A qué tasa anual con capitalización mensual es equivalente una tasa del 9 % anual con capitalización continua?

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = e^{0,09}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = 1,0947428$$

Se saca la raíz 12 a los dos miembros de la ecuación:

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right) = 1,0752810$$

$$j = (1,0752810 - 1)(12)$$

$$j = 0,09033845 = 9,033845\% \text{ anual capitalizable mensualmente}$$

- c. ¿A qué tasa anual con capitalización mensual es equivalente una tasa del 6 % anual con capitalización continua, en una serie de pagos?

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = e^{0,06}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = 1,061836547$$

$$j = 0,06015025$$

$$j = 6,015025\% \text{ anual capitalizable mensualmente}$$

¿A qué tasa anual con capitalización continua, en una serie de pagos, es equivalente una tasa del 6,015025 % anual capitalizable mensualmente?

$$\left(1 + \frac{0,005012519}{12}\right)^{12} = e^i$$

$$(1,005012519)^{12} = e^i$$

$$\ln 1,061836546545 = i$$

$$0,06 = i$$

$$i = 6\%$$



- d. En una serie de pagos, ¿a qué tasa de interés anual capitalizable mensualmente es equivalente una tasa de interés del 9 % anual con capitalización continua?

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = e^{0.09}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = 1.094174284$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right) = 1.007528195$$

$$j = (1.007528195 - 1)12$$

$$j = 0.090338345$$

$$j = 9.0338345 \% \text{ anual capitalizable mensualmente}$$

### 5.8 Alternativas de inversión comparando tasas de interés

Cuando se requiere invertir determinado capital en el mercado financiero es frecuente encontrar tasas de interés con diferentes tipos de capitalización, por lo que necesitamos analizar en forma matemática cuál es la mejor alternativa, utilizando la ecuación de equivalencia (fórmula 5.4).

#### Ejemplos de determinación de la mejor opción

- a. Una empresa desea invertir \$ 6.000 durante dos años y tiene las siguientes opciones: a) una tasa del interés del 4,14 % efectiva; b) una tasa de interés del 4,1 % anual, capitalizable semestralmente; c) una tasa de interés del 4 % anual, capitalizable trimestralmente; d) una tasa de interés del 3,9 % anual, capitalizable mensualmente. ¿Cuál opción le conviene y cuál le produce mayor interés?

Este problema se puede solucionar de dos formas: analíticamente, utilizando la ecuación de equivalencia, o prácticamente, utilizando la fórmula del monto con interés compuesto.

#### Solución analítica

Se compara la tasa efectiva del 4,14 % con las demás.

Con tasa de interés del 4,1 % anual, capitalizable semestralmente:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,041}{2}\right)^2$$

$$i = 1,04142025 - 1$$

$$i = 0,04142$$

$$i = 4,142 \%$$

Con tasa de interés del 4 % anual, capitalizable trimestralmente:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^4$$

$$i = 1,04060 - 1$$

$$i = 0,04060$$

$$i = 4,142 \%$$

Con la tasa de interés del 3,9 % anual, capitalizable mensualmente:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,041}{2}\right)^2$$

$$i = 1,03970473 - 1$$

$$i = 0,0397$$

$$i = 3,97 \%$$

La mejor oferta es la segunda,  $i = 4,1 \%$  anual, capitalizable trimestralmente, que da una tasa efectiva del 4,142 %.

#### Solución práctica

Se calcula con los datos de capital, tiempo y tasa de interés.

Con tasa efectiva del 4,14 %:

$$M = 6.000(1 + 0,0414)^2 = \$ 6.507,08$$

Con tasa del 4,1 % anual, capitalizable semestralmente:

$$M = 6.000\left(1 + \frac{0,041}{2}\right)^4 = \$ 6.507,33$$

Con tasa del 4 % anual, capitalizable trimestralmente:

$$M = 6.000\left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^8 = \$ 6.497,14$$

Con tasa del 3,9 % anual, capitalizable mensualmente:

$$M = 6.000\left(1 + \frac{0,039}{12}\right)^{24} = \$ 6.485,91$$

La mejor oferta es la segunda, con un monto de \$ 6.507,33. La respuesta hallada por la forma analítica siempre debe coincidir con la encontrada en la práctica, como se vio en el ejemplo.

- b. Una empresa desea invertir \$ 18.000 durante dos años y tiene las siguientes opciones: a) una tasa del interés del 9 % efectiva; b) una tasa de interés del  $8\frac{3}{4}$  % anual, capitalizable semestralmente; c) una tasa de interés del  $8\frac{7}{8}$  % anual, capitalizable trimestralmente; d) una tasa de interés del  $8\frac{13}{16}$  % anual, capitalizable mensualmente; e) una tasa de interés del 8,7 % anual con capitalización continua. ¿Cuál opción le produce mayor monto e interés líquido, si tiene que pagar el 4 % de impuesto a la renta sobre el interés generado? Resolvamos el proceso en forma analítica y práctica.

Solución analítica

a.  $i = 9\%$

b.  $1 + i = \left(1 + \frac{0,0875}{2}\right)^2$   $i = 8,94140625\%$  efectiva, anual

c.  $1 + i = \left(1 + \frac{0,08875}{4}\right)^4$   $i = 9,174764359\%$  efectiva, anual

d.  $1 + i = \left(1 + \frac{0,088125}{12}\right)^{12}$   $i = 9,1773\%$  efectiva, anual

e.  $1 + i = e^{0,087}$   $i = 9,089\%$  efectiva, anual

La mejor oferta es la cuarta:  $i = 8\frac{13}{16}\%$  anual, capitalizable mensualmente, que da una tasa efectiva del 9,1773 %.

Solución práctica

a.  $M = 18.000(1 + 0,09)^2 = \$ 21.385,80$

$I = 21.385,80 - 18.000 = \$ 3.385,80$

$4\%$  impuesto = 135,432

Interés líquido = \$ 3.250,37

Monto líquido = \$ 21.250,37

b.  $M = 18.000\left(1 + \frac{0,0875}{2}\right)^4 = \$ 21.362,82$

$I = 21.362,82 - 18.000 = \$ 3.362,82$

$$4\% \text{ impuesto} = 134,51$$

$$\text{Interés líquido} = \$ 3.228,30$$

$$\text{Monto líquido} = \$ 21.228,30$$

$$c. \quad M = 18.000 \left( 1 + \frac{0,08875}{4} \right)^8 = \$ 21.454,44$$

$$I = 21.454,44 - 18.000 = \$ 3.454,44$$

$$4\% \text{ impuesto} = 138,18$$

$$\text{Interés líquido} = \$ 3.316$$

$$\text{Monto líquido} = \$ 21.316,25$$

$$d. \quad M = 18.000 \left( 1 + \frac{0,08125}{12} \right)^{24} = \$ 21.455,43$$

$$I = 21.455,43 - 18.000 = \$ 3.455,43$$

$$4\% \text{ impuesto} = 138,22$$

$$\text{Interés líquido} = \$ 3.317,21$$

$$\text{Monto líquido} = \$ 21.317,21$$

$$e. \quad M = 18.000e^{0,087(2)} = \$ 21.421,00$$

$$I = 21.421,00 - 18.000 = \$ 3.421,00$$

$$4\% \text{ impuesto} = 136,84$$

$$\text{Interés líquido} = \$ 3.284,16$$

$$\text{Monto líquido} = \$ 21.284,16$$

La mejor oferta es la cuarta, con un monto de \$ 21.455,43 y un interés de \$ 3.455,43; esta respuesta coincide con la obtenida en la forma analítica.

Se puede utilizar la ecuación de equivalencia cuando nos enfrentamos a problemas que tienen tasas con diferentes tipos de capitalización.

#### Ejemplo de cálculo de tasas

¿A qué tasa anual, capitalizable semestralmente, es equivalente una tasa del 15 % anual, capitalizable trimestralmente?

$$\left( 1 + \frac{j}{2} \right)^2 = \left( 1 + \frac{0,15}{4} \right)^4$$

$$\left( 1 + \frac{j}{2} \right) = (1,0375)^2$$

$$\frac{j}{2} = 1,0764525 - 1$$

$j = 15,28125\%$  anual, capitalizable semestralmente

El ejemplo que sigue presenta el problema inverso.

### Ejemplo inverso

¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, es equivalente una tasa del 15 % anual, capitalizable semestralmente?

$$\left(1 + \frac{0,1528125}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$(1,0764525)^2 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$1,0375 - 1 = \frac{j}{4}$$

$$j = 0,15$$

$j = 15\%$  anual, capitalizable trimestralmente

### 5.9 Tasa de interés anticipada

La *tasa de interés anticipada* es aquella que permite pagar o cobrar los intereses por adelantado; para la aplicación se utiliza la siguiente fórmula (para demostrarla se recurre a la ecuación de equivalencia (fórmula 5.4) y al descuento bancario).

$$1 + i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Si se conoce que  $j$  es una tasa de interés anticipada puede establecerse que:

$$j = \frac{d}{1 - d}$$

Entonces,

$$j = \frac{\frac{d}{m}}{1 - \frac{d}{m}}$$

Llevando este criterio a la ecuación de equivalencia se tiene:

$$1 + i = \left(1 + \frac{\frac{d}{m}}{1 - \frac{d}{m}}\right)^m$$

Simplificando:

$$1 + i = \left( \frac{1 - \frac{d}{m} + \frac{d}{m}}{1 - \frac{d}{m}} \right)^m$$

$$1 + i = \left( \frac{1}{1 - \frac{d}{m}} \right)^m$$

$$1 + i = \frac{1}{\left(1 - \frac{d}{m}\right)^m}$$

$$1 + i = \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{-m}$$

**Fórmula 5.5.** De equivalencia con tasas de interés anticipadas

¿A qué tasa de interés efectiva anticipada es equivalente una tasa anticipada del 9 % anual, capitalizable cuatrimestralmente?

$$m = \frac{360}{120} = 3$$

$$1 + i = \left(1 - \frac{0,09}{3}\right)^{-3}$$

$$i = 1,0956827 - 1$$

$$i = 0,0956827$$

$$i = 9,56827 \%$$

También puede plantearse el problema inverso: ¿a qué tasa de interés anticipada anual, capitalizable cuatrimestralmente, es equivalente una tasa efectiva anticipada del 9,56827 %?

$$1 + 0,0956827 = \left(1 - \frac{j}{3}\right)^{-3}$$

$$(1,0956827)^{-1/3} = 1 - \frac{j}{3}$$

$$0,097 = 1 - \frac{j}{3}$$

$$(0,03)3 = j$$



$$0,09 = j$$

$$j = 9\%$$

9% anual, capitalizable cuatrimestralmente anticipada

La diferencia entre la tasa de interés vencida y anticipada puede apreciarse en la figura 5.4.

Interés anual	Número de meses anticipados						Número de meses vencidos					
	12	6	5	3	2	1	1	2	3	4	5	6
3%	3.093	3.069	3.065	3.061	3.053	3.049	3.042	3.038	3.034	3.031	3.026	3.023
42%	72.410	60.230	58.690	55.850	54.560	53.350	51.110	50.070	49.090	48.150	47.260	46.410
6%	6.383	6.281	6.248	6.232	6.216	6.200	6.170	6.152	6.152	6.121	6.105	6.090
45%	8.182	66.490	63.830	61.190	59.640	58.190	55.550	54.330	53.180	52.090	51.050	50.060
9%	9.890	9.646	9.568	9.530	9.492	9.454	9.380	9.344	9.344	9.038	9.237	9.203
48%	92.310	73.140	68.720	66.750	64.620	63.210	60.100	58.690	57.350	56.090	54.890	53.760

Figura 5.4. Tabla comparativa entre la tasa de interés anticipada y la tasa de interés vencida

### 5.10 Cálculo de la tasa de interés

La tasa efectiva o nominal puede calcularse partiendo de la fórmula del monto a interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{mt}$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

Para despejar  $i$  se presentan tres alternativas:

- a. Utilización de logaritmos

$$\log \frac{M}{C} = \log(1 + i)^n$$

$$\frac{\log \frac{M}{C}}{n} = \log(1 + i)$$

- b. Con exponentes o radicales.

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

Se elevan ambos miembros a la potencia  $1/n$ :

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} = [(1+i)^n]^{1/n}$$

y se simplifica el exponente en el segundo miembro:

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} = 1 + i$$

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1 = i$$

- c. Un tercer método es la interpolación de tablas, que se realiza en forma similar a la interpolación logarítmica. Sin embargo, este método casi no se utiliza porque no es fácil encontrar tablas para determinados tipos de interés.

$$\frac{M}{C} = (1+i)^n$$

Se busca en las tablas, para un determinado periodo, la cantidad que se aproxima al cociente  $M/C$ . Si no se encuentra exactamente se procede a interpolar.

#### Ejemplo de tasa efectiva

¿A qué tasa efectiva se convertirá un capital de \$ 30.000 en un monto de \$ 45.000, en 6 años?

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = C \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}$$

$$\frac{M}{C} = (1+i)^n$$

$$\frac{45.000}{30.00} = (1+i)^6$$

$$1,5 = (1+i)^6$$

- a. Por logaritmos

$$\log 1,5 = \log(1+i)^n$$

$$\frac{0,176091}{6} = \log(1 + i)$$

$$\text{antilog } 0,029348 = 1 + i$$

$$0,069913 = i$$

$$i = 6,99132 \%$$

b. Por exponentes

$$1,5 = (1 + i)^6$$

$$1,5^{1/6} = [(1 + i)^6]^{1/6}$$

$$1,069913 = 1 + i$$

$$i = 6,99132 \%$$

c. Por interpolación de tablas

$$1,5(1 + i)^6$$

Se busca en tablas de  $(1 + i)^n$  cuando  $n = 6$  (tabla 5.3).

7 %	1,50073035	1,50000000
6,50 %	1,4591423	1,45914230
0,50 %	0,04158805	0,04085770

Tabla 5.3. Tabla para interpolación

Se plantea una regla de tres simple, comparando la diferencia tabular de 0,041588 con la diferencia entre la cantidad dada y la menor en la tabla, que corresponde a 0,040857.

$$0,005 \rightarrow 0,041588$$

$$x \rightarrow 0,040857$$

$$x = 0,004912$$

Se suma este resultado al menor:

$$\begin{array}{r} 0,065000 \\ +0,004912 \\ \hline 0,069912 \end{array}$$

Se obtiene  $i = 0,069912$  o  $i = 6,9912 \%$ , aproximadamente.

Ejemplo de tasa anual

¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, un capital de \$ 40.000 se convertirá en  $\frac{3}{4}$  veces más en 5 años?

$$M = C + I$$

$$C = \$ 40.000$$

$$M = 40.000 + \frac{3}{4}(40.000) = \$ 70.000$$

$$t = 5; m = 4; mt = 20$$

$$\frac{M}{C} = \left(1 + \frac{j}{40}\right)^{20}$$

$$\frac{70.000}{40.000} = \left(1 + \frac{j}{40}\right)^{20}$$

$$(1,75)^{1/20} = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^{20/20}$$

$$1,028376 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)$$

$$(1,028376 - 1)(4) = j$$

$$j = 0,113504$$

$$j = 11,3504 \% \text{ anual, capitalizable trimestralmente}$$

Ejemplo de tasa efectiva

¿A qué tasa efectiva es equivalente la tasa del 11,35037 % anual, capitalizable trimestralmente?

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,113504}{4}\right)^4$$

$$1 + i = (1 + 0,118427)^4$$

$$1 + i = (1,18427)$$

$$i = 0,118427 \%$$

$$i = 11,8427 \% \text{ efectiva}$$

#### 5.10.1 Cálculo del tiempo en interés compuesto

Para calcular el tiempo se debe hallar primero  $n$ , por lo cual se aplica la fórmula del monto:

## 5. Interés compuesto

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{mt}$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

Para hallar  $n$  existen dos alternativas:

Por logaritmos, utilizando calculadoras electrónicas o tablas logarítmicas:

$$\log \frac{M}{C} = \log(1 + i)^n$$

$$\frac{\log \frac{M}{C}}{\log(1 + i)} = n$$

No se requiere hallar el antilogaritmo, pues a  $n$  no le afecta la palabra logaritmo.

Por interpolación de tablas, con la restricción mencionada de que a veces no hay tablas para todo tipo de interés.

Ejemplos del cálculo del tiempo en interés compuesto

- a. ¿En qué tiempo, expresado en años, meses y días, un capital de \$ 1.000 se convertirá en \$ 1.500 a una tasa de interés del 18 % efectiva?

$$M = 1,500$$

$$C = 1.000$$

$$i = 18 \%$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

$$\frac{1.500}{1.000} = (1 + 0,18)^n$$

$$1,5 = (1,18)^n$$

$$\frac{\log 1,5}{\log 1,18} = n$$

$$\frac{0,176091}{0,071882} = n$$

$$n = 2,449726 \text{ años}$$

Para calcular el tiempo en años, meses y días se plantea una regla de tres, considerando el año comercial:

$$1 \text{ año} \rightarrow 360 \text{ días}$$

$$0,0449726 \rightarrow x \text{ días}$$

$$x = 161,90 \text{ días} = 5 \text{ meses y } 12 \text{ días}$$

$$\text{Tiempo} = 2 \text{ años, } 5 \text{ meses y } 12 \text{ días}$$

- b. ¿En qué tiempo, expresado en años, meses y días, se duplicará un capital de \$ 800, a una tasa de interés del 16 % anual, capitalizable semestralmente?

$$M = 800(2) = \$ 1,600$$

$$C = \$ 800$$

$$j = \frac{0,16}{2} = 0,08$$

$$\frac{M}{C} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}$$

$$\frac{1.600}{800} = \left(1 + \frac{0,16}{2}\right)^{2t}$$

$$2 = (1,08)^{2t}$$

$$\log 2 = (2t) \log(1,08)$$

$$\frac{\log 2}{\log(1,08)} = 2t$$

$$\frac{0,301010}{0,033423} = 2t$$

$$t = 4,503234 \text{ años}$$

$$1 \text{ año} \rightarrow 360 \text{ días}$$

$$0,503234 \rightarrow x \text{ días}$$

$$x = 181,164 \text{ días} = 6 \text{ meses y } 1 \text{ día}$$

$$\text{Tiempo} = 4 \text{ años, } 6 \text{ meses y } 1 \text{ día}$$



- c. ¿En qué tiempo, expresado en años, meses y días, un capital de \$ 2.500 se convertirá en \$ 5.625 a una tasa de interés del 24 % anual, capitalizable mensualmente?

$$M = \$ 5.625$$

$$C = \$ 2.500$$

$$j = 0,24$$

$$\frac{M}{C} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mt}$$

$$\frac{5,625}{2,500} = \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{12t}$$

$$2,25 = (1,02)^{12t}$$

Por logaritmos:

$$\log 2,25 = 12t \log(1,02)$$

$$\frac{\log 2,25}{\log(1,02)} = 12t$$

$$\frac{0,352182}{0,008600} = 12t$$

$$40,950977 = 12 t \text{ (meses)}$$

$$\frac{40,950977}{12} = t \text{ (años)}$$

$$t = 3,412501 \text{ años}$$

$$1 \text{ año} \rightarrow 360 \text{ días}$$

$$0,412501 \rightarrow x \text{ días}$$

$$x = 148,5 \text{ días}$$

$$\text{Tiempo} = 3 \text{ años, } 4 \text{ meses y } 28,5 \text{ días}$$

#### 5.10.2 El valor actual a interés compuesto o cálculo del capital

El valor actual a interés compuesto es el valor de un documento, bien o deuda, antes de la fecha de su vencimiento, considerando determinada tasa de interés.

Por ejemplo, las siguientes preguntas y otras similares se pueden responder mediante el cálculo del valor actual: ¿cuánto vale hoy una deuda de

\$ 1.000.000 que vencerá en 5 años? y ¿en cuánto se puede vender un documento de \$ 5.000 que vence en 4 años?

La expresión valor actual significa el valor de un pago futuro en una fecha determinada antes del vencimiento.<sup>27</sup>

Valor actual, valor en el momento presente de los beneficios o de los costos del futuro, actualizados al costo de oportunidad o de sustitución del capital.<sup>28</sup>

Para el efecto se considera la fórmula del monto a interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

Fórmula 5.6. Valor actual a interés compuesto

También se conoce que  $M = C \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mt}$ . Entonces:

$$C = M \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mt}$$

Fórmula 5.7. Valor actual a interés compuesto en función de  $m$  y  $t$

Para capitalizaciones continuas:

$$C = Me^{-jt}$$

Fórmula 5.8. Valor actual con capitalización continua

Gráficamente se puede ubicar el valor actual (figura 5.5).

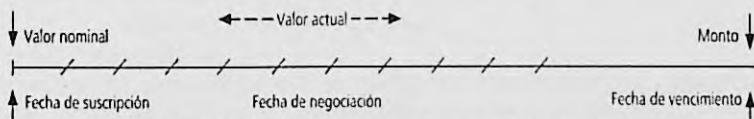


Figura 5.5. Gráfico valor actual en interés compuesto

<sup>27</sup> Ibid., 124.

<sup>28</sup> Nelson Dávalos Arcenales, *Enciclopedia básica de administración, contabilidad y auditoría*. Quito: Editorial Corporación de Estudios y Publicaciones, 1981, p. 519.

El valor actual puede calcularse en cualquier fecha comprendida entre la fecha de suscripción y la de vencimiento, según las condiciones en que se establezca el cálculo. Puede haber dos casos generales: cuando el documento no gana interés y el valor nominal coincide con el monto; o cuando el documento gana interés y se requiere calcular el monto.

### Ejemplos del cálculo de valor presente

- a. ¿Cuál será el valor actual de un pagaré cuyo valor al vencimiento, al final de 4 años, es de \$ 3.500, considerando una tasa de interés del 12 % anual capitalizable semestralmente? (Este es un ejemplo típico del primer caso).

$$M = \$ 3.500; j = 0,12; t = 4; m = 2$$

$$C = M \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{-mt}$$

$$C = 3.500 \left( 1 + \frac{0,012}{2} \right)^{-2(4)}$$

$$C = 3.500 (1,06)^{-8}$$

$$C = 3.500 (0,627412)$$

$$C = \$ 2,195,94$$

Entonces, el valor actual es de \$ 2,195,94 (figura 5.6).

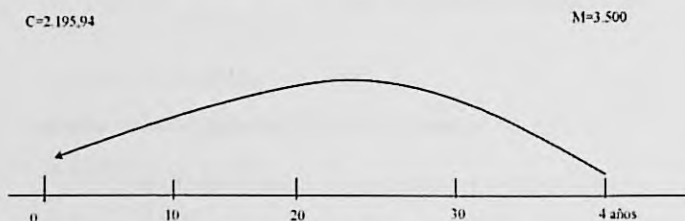


Figura 5.6. Gráfico de valor presente

- b. ¿Cuál es el valor actual de un documento cuyo valor nominal es de \$ 5.000 a 6 años de plazo, con el 4 % de interés anual, capitalizable semestralmente desde su suscripción, si se vende dos años antes de la fecha de vencimiento, considerando una tasa del 5 % anual, capitalizable semestralmente? (Este es un ejemplo típico del segundo caso) (figura 5.7).

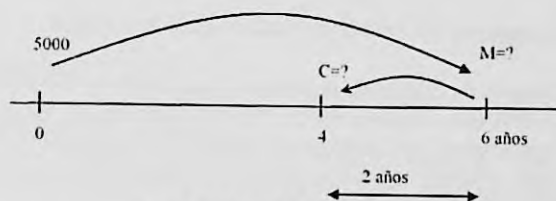


Figura 5.7. Gráfico de valor presente

Se calcula el monto a los 6 años:

$$M = C \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{mt}$$

$$M = 5.000 \left( 1 + \frac{0,04}{2} \right)^{2(6)}$$

$$M = 5.000 (1,02)^{12}$$

$$M = 5.000 (1,268241)$$

$$M = \$ 6.341,20$$

Se calcula el valor actual 2 años antes del vencimiento:

$$C = M \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{-mt}$$

$$C = 6.341,20 \left( 1 + \frac{0,05}{2} \right)^{-2(2)}$$

$$C = 6.341,20 (1,025)^{-4}$$

$$C = 6.341,20 (0,905950)$$

$$C = \$ 5.744,82$$

$$\text{Valor actual} = \$ 5.744,82$$

### 5.11 Precio de un documento

En el caso anterior (ejemplo b) pueden darse, a su vez, tres situaciones diferentes respecto a la compra/venta de un documento: cuando se *negocia a la par*, la tasa de negociación es la misma que la nominal y el precio se mantiene sin variaciones; cuando se *negocia con premio*, la tasa de negociación es menor que la nominal y el precio sube; cuando se *negocia con castigo*, la tasa de negociación es mayor que la nominal y el precio baja.

Veamos:

Después de 2 años de la fecha de suscripción se negocia un documento de \$3.000 con vencimiento en 5 años y una tasa de interés del 2,1 % anual, capitalizable semestralmente desde la suscripción. Calculemos su valor actual o precio en las siguientes alternativas: a) con una tasa del 1,8 % anual, capitalizable trimestralmente; b) con una tasa del 2,1 % anual, capitalizable semestralmente, y c) con una tasa del 2,4 % efectiva.

Se traza el gráfico de tiempos y valores (figura 5.8).

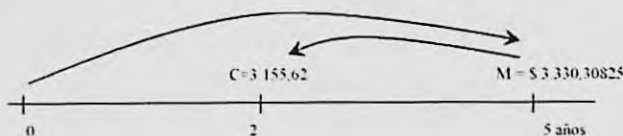


Figura 5.8. Gráfico de valor presente

Se calcula el monto:

$$M = 3.000,00(1 + 0,0105)^{10} = \$ 3.330,30825$$

Se halla el valor actual o precio de negociación:

Respecto de la primera alternativa,  $i = 1,8\%$  anual, capitalizando trimestralmente:

$$C = 3.330,31(1 + 0,0045)^{-12}$$

$$C = \$ 3.155,62 \text{ Ésta es una negociación con premio.}$$

En relación con la segunda alternativa,  $i = 2,1\%$  anual, capitalizando semestralmente:

$$C = 3.330,31(1 + 0,0105)^{-6}$$

$$C = \$ 3.128,00.$$

Ésta es una negociación a la par, pues la tasa de negociación es igual a la nominal; además, se puede comprobar calculando el monto desde la fecha de suscripción hasta la de negociación.

$$M = 3.000(1 + 0,0105)^4 = \$ 3.128,00$$

Respecto de la tercera alternativa,  $i = 2,4\%$  efectiva:

$$C = 3.330,31(1 + 0,024)^{-3}$$

$$C = \$3.101,59 \text{ Ésta es una negociación con castigo}$$

El precio más bajo de los tres.

### 5.12 Valor actual con tiempo fraccionario

El valor actual, al igual que el monto a interés compuesto, también puede calcularse con periodos de capitalización no enteros, es decir, fraccionarios.

Para el cálculo existen dos alternativas:

- a. En forma matemática o exacta, utilizando únicamente interés compuesto:

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

- b. En forma práctica o comercial, utilizando interés compuesto para la parte entera e interés simple para la parte fraccionaria<sup>29</sup>:

$$C = M(1 + i)^{-n}(1 + it)^{-1}$$

Entonces, el valor de un documento al final de 7 años será de \$3.400. Queremos calcular su valor actual, luego de transcurridos 3 años y 4 meses de la fecha de suscripción, considerando una tasa de interés del 14 %, capitalizable semestralmente. Utilicemos la forma matemática y la comercial (figura 5.9).

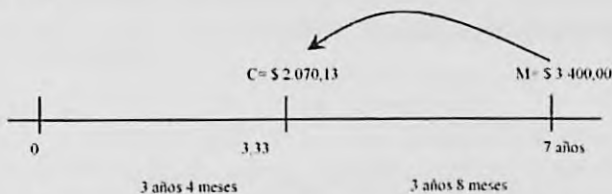


Figura 5.9. Gráfico matemático de valor presente

$$M = \$3.400$$

$$\frac{j}{2} = \frac{0,14}{2} = 0,07$$

- a. Por la forma matemática

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

<sup>29</sup> Con interés simple:  $C = \frac{M}{(1+it)}$



## 5. Interés compuesto

$$n = \frac{(7)(12) - [(3)(12) + 4]}{6}$$

$$n = \frac{84 - 40}{6} = \frac{44}{6} = 7 + \frac{2}{6}$$

O también:

$$n = \frac{(3)(12) + 8}{6} = \frac{44}{6} = 7,3333$$

$$C = 3,400 \left( 1 + \frac{0,14}{2} \right)^{-n}$$

Se convierte el tiempo en meses y se divide entre el número de meses que tiene el periodo de capitalización.

$$C = 3.400(1 + 0,07)^{\frac{(7)2}{6}}$$

$$C = 3.400(1,07)^{-7,3333}$$

$$C = 3.400(0,608862)$$

$$C = \$ 2.070,13 \text{ (valor actual por la forma matemática)}$$

b. Por la forma práctica o comercial

$$C = M(1 + i)^{-n} (1 + it)^{-1}$$

$$n = \frac{(3)(12) + 8}{6} = \frac{44}{6} = 7 + \frac{2}{6}$$

(7 la parte entera y 2/6 la parte fraccionaria)

Entonces:

$$C = 3.400 \left( 1 + \frac{0,14}{2} \right)^{-7} \left( 1 + 0,14 \left( \frac{2}{12} \right) \right)^{-1}$$

En interés simple, si se toma la tasa anual, se divide el número de meses por 12:

$$C = 3.400(1 + 0,07)^{-7} \left( 1 + 0,07 \left( \frac{2}{6} \right) \right)^{-1}$$

Si tomamos la tasa semestral, el tiempo se divide por 6:

$$C = 3.400(0,622750)(1,023333)^{-1}$$

$$C = 3.400(0,622750)(0,977199)$$

$$C = (2.117,35)(0,977199)$$

$$C = \$ 2.069,07 \text{ (Figura 5.10).}$$

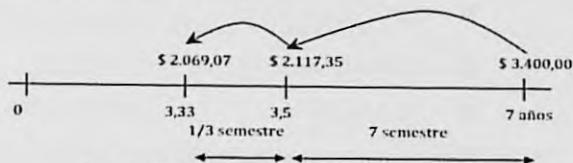


Figura 5.10. Gráfico comercial de valor presente

Si el valor actual es:  $C = M(1 + i)^{-n} (1 + it)^{-1}$ , esta fórmula se puede escribir de la siguiente forma:

$$C_1 = M(1 + i)^{-n}$$

$$C = C_1(1 + it)^{-1}$$

Es por esta razón que la figura 5.10 tiene doble fecha, primero se calcula el valor actual con interés compuesto (periodos enteros) y luego con interés simple (periodos fraccionarios).

Al comparar los dos resultados se obtiene que, por el método práctico, el valor actual es menor; es decir, el documento tendría un valor mayor que por el método matemático.

### Ejemplo

Luego de 3 años y 3 meses de la fecha de suscripción se negocia un documento suscrito al día de hoy por \$ 2.800 a 6 años y 9 meses, con una tasa de interés de 12 %, capitalizable semestralmente. Calculemos el valor actual a dicha fecha considerando una tasa de interés del 11 ¼ % efectiva (figura 5.11).

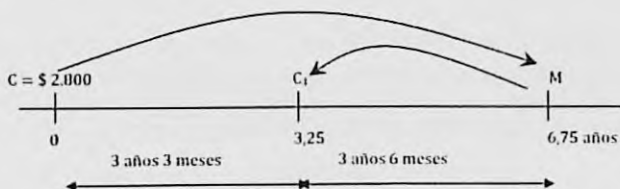


Figura 5.11. Gráfico del monto y valor actual exacto del ejemplo

Se calcula el monto al final de los 6 años y 9 meses:

## 5. Interés compuesto

$$n = \frac{(6)(12 + 9)}{6} = \frac{81}{6} = 13 \frac{3}{6} = 13,5$$

$$M = 2.800 \left( 1 + \frac{0,12}{2} \right)^{13,5}$$

$$M = 2.800(2,195984)$$

$$M = \$ 6,148,76$$

Se calcula el monto por el método práctico o comercial:

$$M_2 = 2.800(1,06)^{13} \left( 1 + (0,12) \left( \frac{3}{12} \right) \right)$$

$$M_2 = 2.800(2,132928)(1,03)$$

$$M_2 = \$ 6.151,365$$

Con estos resultados se calcula el valor actual a los 3 años y 3 meses, si la tasa de interés es del 11,25 % efectiva (figura 5.12).

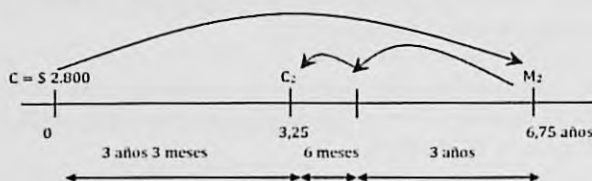


Figura 5.12. Gráfico de monto y valor actual comercial

El tiempo que falta para el vencimiento del documento es:

$$n = \frac{[(6)(12) + 9] - [3(12) + 3]}{12} = 3,5 \text{ años}$$

$$M = \$ 6.148,755$$

$$M_2 = \$ 6.151,365$$

Se calcula el valor actual por método matemático:

$$C_1 = 6.148,755(1 + 0,1125)^{-3,5}$$

$$C_1 = 6.148,755(0,68857)$$

$$C_1 = \$ 4.233,87$$

Ahora, por el método práctico o comercial:

$$C_2 = 6.151,365(1 + 0,1125)^{-3} \left(1 + 0,1125 \left(\frac{6}{12}\right)\right)^{-1}$$

$$C_2 = 6.151,365(1,1125)^{-3}(1,05625)^{-1}$$

$$C_2 = 6.151,365(0,7262273)(0,945746)$$

$$C_2 = \$ 4.222,65$$

Del análisis de los dos resultados tenemos:

$$C_1 = \$ 4.233,87 \text{ (matemático)}$$

$$C_2 = \$ 4.229,65 \text{ (comercial)}$$

Conclusión: el valor actual hallado mediante el método práctico es menor que el valor actual hallado mediante el método matemático.

### 5.13 Descuento compuesto

El descuento compuesto, al igual que el descuento simple, es la diferencia entre el monto y el valor actual de un documento, deuda, etc.

Puede calcularse de dos maneras, la más utilizada es el *descuento compuesto matemático*. Su fórmula se basa en el descuento simple:

$$Dc = M - C$$

$$Dc = M - M(1 + i)^{-n}$$

$$Dc = M [1 - (1 + i)^{-n}]$$

Fórmula 5.9. Descuento compuesto matemático

$$Dc = M[1 - v]$$

$$v = (1 + i)^{-n}$$

La otra forma es el *descuento compuesto bancario*, que se calcula sobre el monto de la deuda; es decir, el monto menos el valor efectivo a interés compuesto. El valor efectivo a interés compuesto se expresa como *Cbc*. Se toma como base de deducción de la fórmula el valor efectivo a interés simple.

$$Cb = M(1 - dt)$$

Para interés compuesto se tiene:

$$Cbc = M(1 - d)^n$$

Luego:

$$D_{bc} = M - M(1 - d)^n$$

$$D_{bc} = M [1 - (1 - d)^n]$$

**Fórmula 5.10.** Descuento compuesto bancario

Calculemos el descuento compuesto de un documento cuyo monto será de \$ 9.000, luego de 10 años, si se descontó 3 años antes de su vencimiento a una tasa de interés del 15 % efectiva.

$$D_c = M - C$$

Descuento compuesto matemático:

$$D_c = M - M(1 + i)^{-n}$$

$$M = 9.000; i = 15 \%$$

$$n = 3$$

$$D_c = M[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$D_c = 9.000 - 9.000(1 + 0,15)^{-3}$$

$$D_c = 9.000[1 - (1,15)^{-3}]$$

$$D_c = 9.000(1 - 0,657516)$$

$$D_c = 9.000(0,342484)$$

$$D_c = \$ 3.082,35$$

Descuento compuesto bancario:

$$M = 9.000$$

$$d = 15 \%$$

$$D_{bc} = M[1 - (1 - d)^n]$$

$$D_{bc} = 9.000[1 - (1 - 0,15)^n]$$

$$D_{bc} = 9.000(1 - 0,614125)$$

$$D_{bc} = \$ 3.472,875$$

Como se observa, el descuento bancario compuesto es mayor, con una diferencia notable; por esto casi no se utiliza.

## Aplicaciones en Microsoft Excel

- a. Calcule el monto compuesto de un capital de \$ 300,00 depositados a una tasa de interés del 8 % capitalizado mensualmente, durante 2 años (figura 5.13).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	C =	300,00		
3	j =	8%	anual capitalizado cada mes	
4	m =	12	mese por año	
5	n =	2	años	
6	$i_{\text{periodo}}$ =	0,00666667	=B3/B4	mensual
7				
8	M =	351,87	=B2*(1+B6)^(B4*B5)	
9	Otra forma de resolver			
10	M =	351,87	=B2*(1+B3/B4)^(B4*B5)	

Figura 5.13. Monto compuesto de capital

- b. Un capital de \$ 500,00 se ha depositado en un banco a una tasa de 10 % capitalizado cada quincena. Calcule el monto cuando el tiempo varíe, desde una quincena hasta 5 quincenas (figura 5.14).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	C =	500,00			
3	j =	10%	anual capitalizado cada quincena		
4	m =	24	quincenas por año		
5	$i_{\text{periodo}}$ =	0,00416667	quincenal		
6					
7		Quincenas	Monto	Fórmula	
8		1	502,08	=B\$2*(1+B\$5)^A8	
9		2	504,18	=B\$2*(1+B\$5)^A9	
10		3	506,28	=B\$2*(1+B\$5)^A10	
11		4	508,39	=B\$2*(1+B\$5)^A11	
12		5	510,50	=B\$2*(1+B\$5)^A12	

Figura 5.14. Monto compuesto de capital

- c. Encuentre el valor presente de \$ 7.200,50 que vence dentro de un año y 10 meses, la tasa de interés es de 1 % mensual capitalizado cada cuatrimestre. Utilice el cálculo teórico y la regla comercial (figura 5.15).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Datos:						Valor actual o presente exacto	Valor presente comercial	
2	M =	7.200,00							
3	i =	1%	mensual	4%	cuatrimestral	C = M/((1+i)^n)	C = M/((1+i)^n)		
4	n =	22	meses	5,5	cuatrimestres	=B2/((1+D3)^D4)	=B2/((1+D3)^B5*(1+D3*B6))		
5	$n_{\text{periodo}}$ =	5	cuatrimestres			5.802,95	5.801,64		
6	t =	0,5	cuatrimestres						

Figura 5.15. Valor presente en Excel



**Ejemplos utilizando las funciones financieras de Microsoft Excel**

- a. Calcule el monto de un capital de \$ 400,00, depositado por 5 trimestres a una tasa de 11 %, capitalizado trimestralmente.

Para resolver este problema se van utilizar las *Funciones de financiera* que presenta Excel.

Primero nos ubicamos en cualquier celda de la hoja electrónica; luego, nos vamos a *Menú* y ubicamos la pestaña *Fórmulas*; dentro de ella vamos a *Insertar función*, activamos esta función y aparecerá una nueva ventana y en ella seleccionamos la categoría *Financiera*. Dentro de *Financiera* ubicamos *VF* (valor futuro). Aceptamos la ventana y aparecerá una nueva, la cual solicita 5 argumentos: *Tasa* es la tasa de interés del periodo, para este caso es 0,11/4 que representa la tasa trimestral; *Nper* es el número de periodos depositados, 5 trimestres; *Pago* lo dejamos en blanco, más adelante se verá su aplicación; *Va* es el valor de la inversión o capital, debe ir con signo negativo por cuanto es un desembolso; *Tipo* lo dejamos en blanco. Aceptamos la ventana y obtendremos la respuesta. Al aceptar se obtendrá la respuesta que es \$ 458,11. Si observamos la barra de fórmulas se tiene *VF(0.11/4,5,-400)*. La ventana en mención es (figura 5.16).

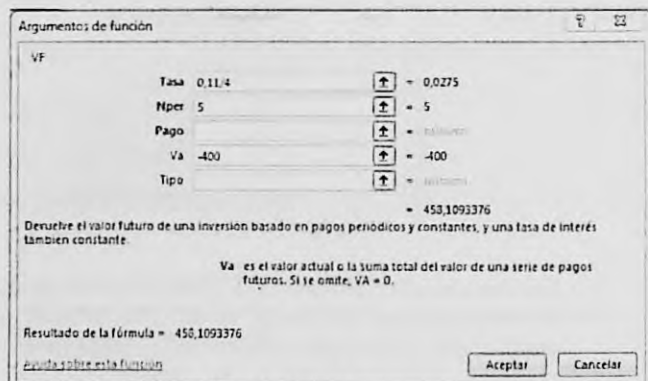


Figura 5.16. Excel: ventana Argumentos de la función

- b. ¿Cuál es el valor presente de \$ 32.000,00, si vence dentro de 5 años, la tasa de interés es de 5 % y los intereses se capitalizan cada bimestre?

Para resolver aplicamos *VA* (valor actual), que está dentro de las funciones financieras (figuras 5.17 y 5.18).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	M =	32.000,00			
3	n =	5	años =	30	bimestres
4				=B3*B7	
5	j =	5%	anual	1%	bimestral
6				=B5/B7	
7	m =	6	bimestres por año		
8					
9	C =	=VA(D5;D3;;B2)			

Figura 5.17. Valor presente en Excel

Argumentos de función

VA

Tasa D5 = 0,008333333

Nper D3 = 30

Pago = 4000000

Vl -B2 = -32000

Tipo = 0 (omitido)

= 24947,45513

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

VA es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.

Resultado de la fórmula = 24947,45513

¿Ayuda a solucionar esta fórmula?

Aceptar Cancelar

Figura 5.18. Excel: ventana Argumentos de la función

Observe la barra de fórmula; allí están resumidos los argumentos de la función *VA*. La respuesta es \$ 24.947,46. En este problema se trabaja con celdas y no con números como en el caso anterior.

- c. Halle la tasa efectiva que sea equivalente a una tasa nominal del 13 % capitalizado cada mes (figura 5.19).

	A	B	C
1	Datos		
2		$i = (1 + j/m)^m - 1$	
3			
4			
5	j =	13%	anual
6	m =	12	meses por año
7	i =	0,1380325	anual
8		=(1+B5/B6)^B6-1	

Figura 5.19. Tasa efectiva en Excel

- d. Halle la tasa nominal con capitalización semestral que sea equivalente a la tasa efectiva de 12,5 % anual (figura 5.20).

**Ejemplos utilizando las funciones financieras de Microsoft Excel**

- a. Calcule el monto de un capital de \$ 400,00, depositado por 5 trimestres a una tasa de 11 %, capitalizado trimestralmente.

Para resolver este problema se van utilizar las *Funciones de financiera* que presenta Excel.

Primero nos ubicamos en cualquier celda de la hoja electrónica; luego, nos vamos a *Menú* y ubicamos la pestaña *Fórmulas*; dentro de ella vamos a *Insertar función*, activamos esta función y aparecerá una nueva ventana y en ella seleccionamos la categoría *Financiera*. Dentro de *Financiera* ubicamos *VF* (valor futuro). Aceptamos la ventana y aparecerá una nueva, la cual solicita 5 argumentos: *Tasa* es la tasa de interés del periodo, para este caso es 0,11/4 que representa la tasa trimestral; *Nper* es el número de periodos depositados, 5 trimestres; *Pago* lo dejamos en blanco, más adelante se verá su aplicación; *Va* es el valor de la inversión o capital, debe ir con signo negativo por cuanto es un desembolso; *Tipo* lo dejamos en blanco. Aceptamos la ventana y obtendremos la respuesta. Al aceptar se obtendrá la respuesta que es \$ 458,11. Si observamos la barra de fórmulas se tiene *VF(0.11/4,5,-400)*. La ventana en mención es (figura 5.16).

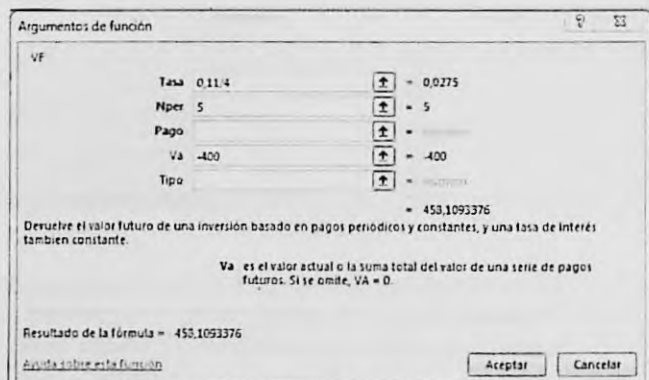


Figura 5.16. Excel: ventana Argumentos de la función

- b. ¿Cuál es el valor presente de \$ 32.000,00, si vence dentro de 5 años, la tasa de interés es de 5 % y los intereses se capitalizan cada bimestre?

Para resolver aplicamos *VA* (valor actual), que está dentro de las funciones financieras (figuras 5.17 y 5.18).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	M =	32.000,00			
3	n =	5	años =	30	bimestres
4				=B3*B7	
5	j =	5%	anual	1%	bimestral
6				=B5/B7	
7	m =	6	bimestres por año		
8					
9	C =	=VA(D5;D3;;B2)			

Figura 5.17. Valor presente en Excel

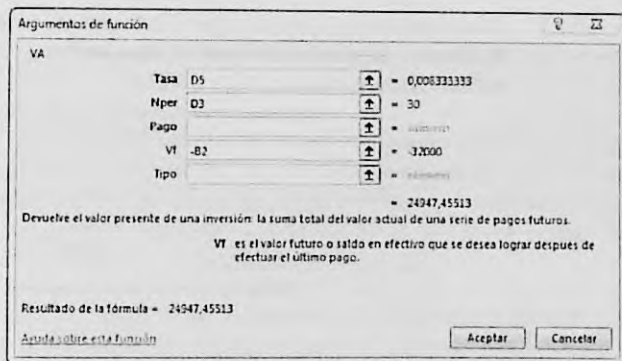


Figura 5.18. Excel: ventana Argumentos de la función

Observe la barra de fórmula; allí están resumidos los argumentos de la función *VA*. La respuesta es \$ 24.947,46. En este problema se trabaja con celdas y no con números como en el caso anterior.

- c. Halle la tasa efectiva que sea equivalente a una tasa nominal del 13 % capitalizado cada mes (figura 5.19).

	A	B	C
1	Datos:		
2		$i = (1 + j/m)^m - 1$	
3			
4			
5	j =	13%	anual
6	m =	12	meses por año
7	i =	0,1380325	anual
8		=(1+B5/B6)^B6-1	

Figura 5.19. Tasa efectiva en Excel

- d. Halle la tasa nominal con capitalización semestral que sea equivalente a la tasa efectiva de 12,5 % anual (figura 5.20).

	A	B	C
1	Datos:		
2			
3			$J = ((1 + i)^{1/m})^m$
4			
5	i =	12,50%	aual
6	m =	6	bimestres por año
7	j =	0,1189467	aual
8			$= (1 + B5/B6)^B6 - 1$

Figura 5.20. Tasa nominal en Excel

Resolvamos este problema con el asistente de funciones financieras de Excel. Buscamos la función *Tasa.nominal*, la cual solamente solicita dos argumentos (figura 5.21).

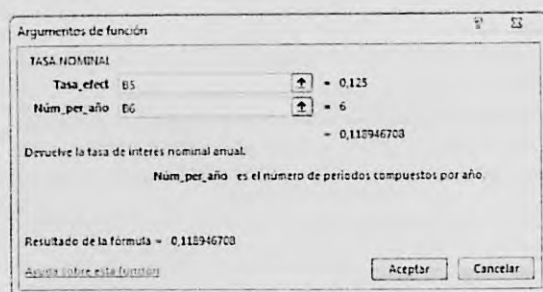


Figura 5.21. Excel: ventana Argumentos de la función

La respuesta, como se esperaba, es la misma.

- e. Halle la tasa de interés nominal con capitalización semestral que sea equivalente a la tasa de 20 % capitalizable cada mes (figura 5.22).

	A	B	C
1	Datos:		
2			$(1 + j_{eq}/k)^k = (1 + j/m)^m$
3			
4			$j_{eq} = ((1 + j/m)^{m/k} - 1)k$
5			
6	j =	20.00%	aual capitalizable cada mes
7	m =	12	meses por año
8	k =	2	semestres por año
9	j <sub>eq</sub> =	20,8521%	aual capitalizable cada semestre
10			$= ((1 + B6/B7)^{(B7/B8)} - 1) * B8$

Figura 5.22. Tasa nominal en Excel

- f. Un capital de \$ 800,00, a una tasa de interés de 15 % anual, se convirtió en un monto de \$ 1.609,9. Halle el tiempo que estuvo depositado en el banco (figura 5.23).

	A	B	C
1	Dates:		
2			
3	$n = \frac{\log(\frac{M}{C})}{\log(1+i)}$		
4			
5			
6	M =	1.609,09	
7	C =	800,00	
8	I =	15%	anual
9	n =	5	años
10		=LOG10(B6/B7)/LOG10(1+B8)	

Figura 5.23. Hallar el tiempo de depósito en Excel

### 5.14 Ecuaciones de valor en interés compuesto

Al igual que en interés simple, en interés compuesto también se utilizan las ecuaciones de valor cuando se requiere reemplazar un conjunto de obligaciones por otro conjunto de diferentes valores o capitales disponibles en diversos tiempos, tomando en consideración una fecha común llamada también fecha focal.

Al relacionar los valores y las fechas con la fecha focal se obtiene la *ecuación de valor*, que permite igualar el conjunto de obligaciones iniciales con el conjunto de nuevas obligaciones. (figura 5.24).

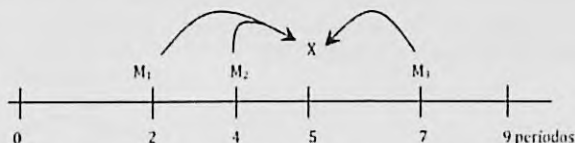


Figura 5.24. Gráfico de ecuación de valor en interés compuesto

Sean  $M_1$ ,  $M_2$  y  $M_3$  las obligaciones que vencen en los periodos dos, cuatro y siete, respectivamente, las cuales se quiere reemplazar por un solo valor al final del quinto periodo, con una tasa de interés ( $i$ ) y una capitalización por periodo, siendo  $x$  el valor que reemplaza las tres obligaciones y al final del quinto periodo la fecha focal. Al relacionar esta con las obligaciones se puede plantear la ecuación de valor, de la siguiente manera:

$$S = M_1(1 + i)^3 + M_2(1 + i) + M_3(1 + i)^{-2}$$

El primer valor ( $M_1$ ) acumulará interés durante 3 periodos; el segundo valor ( $M_2$ ) acumulará interés durante 1 periodo y el tercer valor ( $M_3$ ) deberá calcularse como valor actual por  $-2$  periodos.



**Ejemplo**

Una empresa tiene las siguientes obligaciones: \$ 900 a 12 meses de plazo; \$ 1.300 a 18 meses de plazo y \$ 1.800 a 24 meses de plazo. Desea reemplazarlos por un solo pago al día de hoy, ¿cuál será el valor de ese pago considerando una tasa de interés del 15 % capitalizable semestralmente? (figura 5.25).

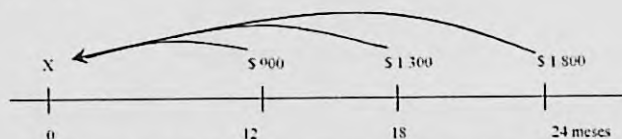


Figura 5.25. Gráfico de consolidación de deudas

Para resolver el problema se toma como fecha focal el día de hoy, por ser la fecha en la que se pagarán las deudas, y se asigna la letra  $x$  al valor de reemplazo. Todos los valores que hay que calcular serán valores actuales.

$$x = 900(1,075)^{-2} + 1.300(1,075)^{-3} + 1.800(1,075)^{-4}$$

$$x = 900(0,86533) + 1.300(0,804960) + 1.800(0,748801)$$

$$x = 778,79935 + 1.046,44874 + 1.347,84095$$

$$x = \$ 3.173,09$$

Si en el mismo problema la empresa consigue que sus acreedores le acepten consolidar sus tres deudas para cancelarlas al final de 24 meses, ¿cuál será el valor de este pago? (figura 5.26).

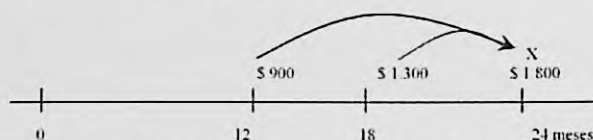


Figura 5.26. Gráfico de consolidación de deudas

Se toman 24 meses como fecha focal por ser la fecha de pago; los dos primeros serán montos, por cuanto ganarán intereses por 2 y 1 periodo y el último no se altera:

$$x = 900(1,075)^2 + 1.300(1,075)^1 + 1.800$$

$$x = 900(1,155625) + 1.300(1,075) + 1.800$$

$$x = 1.040,66 + 1.397,50 + 1.800$$

$$x = \$ 4.237,56$$

Como se observa, el resultado es mayor que el del primer problema puesto que se realiza el pago al final, en consecuencia, tiene que ganar más intereses.

### 5.15 Comparación de ofertas

En cualquier empresa o negocio es frecuente tener que seleccionar la mejor oferta, en condiciones similares, tanto para comprar como para vender uno o más bienes o servicios. En este punto se estudiará cómo las ecuaciones de valor ayudan a seleccionar la oferta más alta para el vendedor o la más baja para el comprador, a largo plazo, tomando como fecha focal el tiempo cero.

#### Ejemplo

Una persona desea vender una propiedad y recibe 3 ofertas: a) \$ 4.000,00 al contado y \$ 6.000,00 a 5 años de plazo; b) \$ 2.300,00 al contado, \$ 4.000,00 a 3 años de plazo y \$ 3.700,00 a 5 años de plazo; y c) \$ 3.000,00 al contado, una letra de \$ 5.000,00 a 30 meses y otra letra de \$ 2.000,00 a 60 meses de plazo. ¿Cuál de las tres ofertas le conviene aceptar, considerando que el rendimiento del dinero es del 12 % anual, capitalizable trimestralmente?

$$i = \frac{0,12}{4} = 0,03 \text{ fecha focal: tiempo cero}$$

Primera oferta:

$$n = \frac{5(12)}{3} = 20$$

Se plantea el gráfico y la ecuación de valor, con el respectivo cálculo del valor actual (figura 5.27).

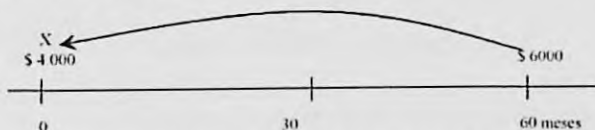


Figura 5.27. Gráfico de valor actual

$$x = 4.000,00 + 6.000,00(1 + 0,03)^{-20} = 4.000,00 + 3.322,05 = \$ 7.322,05$$

Segunda oferta:

$$n = 12 \quad n = 20$$

Se plantean el gráfico, la ecuación de valor y los cálculos de valor actual (figura 5.28).

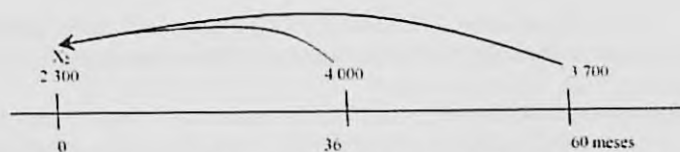


Figura 5.28. Gráfico de valor actual

$$X_2 = 2.300,00 + 4.000,00(1 + 0,03)^{-12} + 3.700,00(1 + 0,03)^{-20}$$

$$X_2 = 2.300,00 + 2.805,52 + 2.048,60 = \$ 7.154,12$$

Tercera oferta:

$$n = 10 \quad n = 20$$

Se plantea el gráfico, la ecuación de valor y los cálculos de valor actual (figura 5.29).

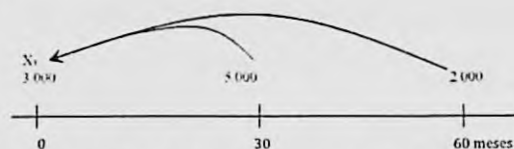


Figura 5.29. Gráfico de ecuación de valor y valor actual

$$X_3 = 3.000,00 + 5.000,00(1 + 0,03)^{-10} + 2.000,00(1 + 0,03)^{-20}$$

$$X_3 = 3.000,00 + 3.720,47 + 1.107,35 = \$ 7.827,82$$

La oferta más conveniente para el vendedor es la tercera, que es la más alta; y para el comprador la segunda, que es la más baja.

## 5.16 Reemplazo de las obligaciones por dos pagos iguales

Cuando se quieren reemplazar las obligaciones por dos pagos iguales, se debe escoger la fecha de cancelación de cualquiera de los dos pagos como fecha focal.

### Ejemplos

- Una empresa tiene las siguientes deudas: \$ 1.000 a 15 meses de plazo; \$ 1.500 a 21 meses de plazo; \$ 2.000 a 27 meses de plazo, con una tasa de interés del 12 % efectiva desde la suscripción; y \$ 3.000 a 33 meses de plazo. La empresa desea reemplazar todas sus deudas por 2 pagos

iguales a 24 y 36 meses, a una tasa de interés del 36 % anual capitalizable trimestralmente. Calcule el valor de dichos pagos.

Se plantea el problema gráficamente, tomando como fecha focal 24 meses (figura 5.30).

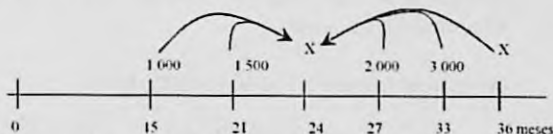


Figura 5.30. Gráfico de consolidación de deudas

$$n_x = \frac{24 - 36}{3} = -\frac{12}{3} = -4$$

$$n_1 = \frac{24 - 15}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$n_2 = \frac{24 - 21}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$n_3 = \frac{24 - 27}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

$$n_4 = \frac{24 - 33}{3} = -\frac{9}{3} = -3$$

Se calcula el monto de la tercera obligación:

$$M = 2.000(1 + 0,12)^{2,25} \quad M = 2.580,90$$

Se plantea la ecuación de valor:

$$\begin{aligned} x + x \left(1 + \frac{0,36}{4}\right)^{-4} &= 1.000(1,09)^3 + 1.500(1,09) \\ &+ 2.580,90(1,09)^{-1} + 3.000(1,09)^{-3} \end{aligned}$$

$$x + x(1,09)^{-4} = 1.295,03 + 1.635 + 2.367,79 + 2.316,55$$

$$x + x(0,70825) = 7.614,37$$

$$x = \frac{7.614,37}{1,7084252}$$

$$x = \$ 4.456,95$$

Se deben efectuar dos pagos iguales de = \$ 4.456,95

- b. Una empresa tiene las siguientes deudas: \$ 2.500 a 21 meses de plazo; \$ 3.000 a 27 meses de plazo; \$ 3.500 a 42 meses de plazo; \$ 4.000 a 63 meses de plazo; \$ 5.000 a 75 meses de plazo. La empresa desea reemplazar sus deudas por dos pagos iguales a los 24 y 60 meses. Calculemos el valor de dichos pagos considerando una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable trimestralmente.

Primero se calcula el monto de cada deuda:

$$M = 4.000(1,09)^{5,35} = \$ 6.288,53$$

Se toman 60 meses como fecha focal (figura 5.31).

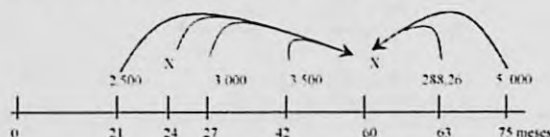


Figura 5.31. Gráfico de consolidación de deudas, fecha focal 60 meses

$$i = \frac{0,12}{4} = 0,03$$

$$n_x = \frac{60 - 24}{3} = 12$$

$$n_1 = \frac{60 - 21}{3} = 13$$

$$n_2 = \frac{60 - 27}{3} = 11$$

$$n_3 = \frac{60 - 63}{3} = -1$$

$$n_4 = \frac{60 - 75}{3} = 5$$

Se plantea la ecuación tomando como fecha focal los 60 meses:

$$\begin{aligned}
 x(1 + 0,03)^{12} + x &= \\
 2.500,00(1,03)^{13} + 3.000,00(1,03)^{11} + 3.500,00(1,03)^6 &+ 6.288,53(1,03)^{-1} + 5.000,00(1,03)^{-5} \\
 x(1,42576) + x &= 3.671,3342 + 4.152,7016 + 4.179,183 \\
 &+ 6.105,37 + 4.313,044
 \end{aligned}$$

$$2,42576(x) = 22.421,6328$$

$$x = 22.421,6328 - 2,42576 = \$9.243,1373$$

(dos pagos iguales)

Ahora se toman los 24 meses como fecha focal (figura 5.32).

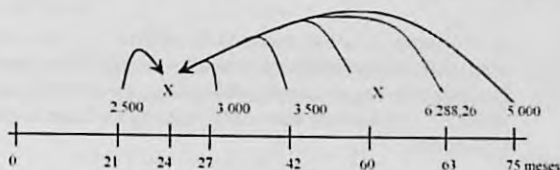


Figura 5.32. Gráfico de consolidación de deudas, fecha focal 24 meses

$$i = \frac{0,12}{4} = 0,03$$

$$n_x = \frac{24 - 60}{3} = -12$$

$$n_1 = \frac{24 - 21}{3} = 1$$

$$n_2 = \frac{24 - 27}{3} = -1$$

$$n_3 = \frac{24 - 42}{3} = -6$$

$$n_4 = \frac{24 - 63}{3} = -13$$

$$n_5 = \frac{24 - 75}{3} = -17$$

$$\begin{aligned} x + x(1 + 0,03)^{-12} &= 2.500,00(1,03) + 3.000,00(1,03)^{-1} \\ &+ 3.500,00(1,03)^{-6} + 6.288,53(1,03)^{-13} \\ &+ 5.000,00(1,03)^{-17} \end{aligned}$$

$$x + x(0,701380) = 2.575,00 + 2.912,62 + 2.931,19 + 4.282,18 + 3.025,08$$

$$x(1,701380) = 15.726,07$$

$$x = \$9.243,1373 \text{ (dos pagos iguales)}$$

Por tanto, deben hacerse dos pagos iguales de \$9.243,1373.



Estos procedimientos permiten concluir que, tomando cualquiera de las dos fechas focales, el resultado es el mismo.

### 5.17 Tiempo equivalente

El tiempo equivalente es el tiempo de vencimiento promedio de dos o más deudas, valores u obligaciones.

“La fecha en la cual un conjunto de obligaciones, con vencimiento en fechas diferentes, puede liquidarse mediante un pago único igual a la suma de las distintas deudas, se conoce como fecha de vencimiento promedio de las deudas. El tiempo por transcurrir hasta dicha fecha se conoce como tiempo equivalente”<sup>30</sup>.

La regla más frecuente y común para el cálculo del tiempo equivalente o tiempo de vencimiento promedio de dos o más deudas está regida por la siguiente fórmula:

$$TE = \frac{M_1 t_1 + M_2 t_2 + M_3 t_3 + M_4 t_4 \dots}{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \dots}$$

Fórmula 5.11. Tiempo equivalente

Es decir que el tiempo equivalente es igual a la suma de los diferentes montos multiplicados por sus tiempos de vencimiento, divididos por la suma de los respectivos montos, por cuanto lo que se calcula es un tiempo de vencimiento promedio. A continuación se presenta un ejemplo de cálculo cuando se tiene una tasa efectiva.

Encontremos el tiempo equivalente, o tiempo de vencimiento promedio, de las siguientes obligaciones:

\$ 1.000 a 1 año de plazo; \$ 2.000 a 2 años y 6 meses de plazo; \$ 3.000 a 2 años y 9 meses de plazo.

$$TE = \frac{1.000(1) + 2.000(2,5) + 3.000(2,75)}{1.000 + 2.000 + 3.000}$$

$$TE = \frac{1.000 + 5.000 + 8,250}{6.000} = \frac{14,250}{6.000}$$

$$TE = 2,375 \text{ años}$$

$$TE = 2 \text{ años, } 4 \text{ meses y } 15 \text{ días}$$

<sup>30</sup> F. Ayres Jr., ob. cit., p. 75.

**Ejemplo de tiempo equivalente**

Una empresa tiene las siguientes deudas: \$ 1.000 a 3 años de plazo, con una tasa del 18 % capitalizable semestralmente; \$ 2.000 a 4 años y 6 meses con una tasa del 12 % efectiva; \$ 3.000 a 6 años y 7 meses con una tasa del 15 % capitalizable trimestralmente, desde su suscripción. La empresa desea reemplazar sus deudas por un solo pago, con un tiempo equivalente para los tres vencimientos.

Calculemos la fecha de pago y el valor del pago único, considerando una tasa de interés del 28 % anual capitalizable semestralmente (figura 5.33).

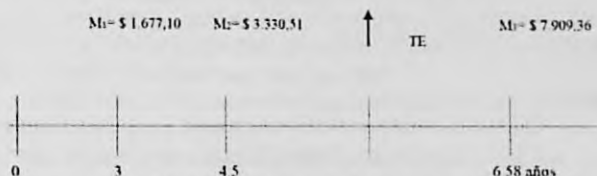


Figura 5.33. Cálculo del tiempo equivalente

$$M_1 = 1.000 \left( 1 + \frac{0,18}{2} \right)^6 = \$ 1.677,10$$

$$M_2 = 2.000(1 + 0,12)^{4,5} = \$ 3.330,51$$

$$M_3 = 3.000 \left( 1 + \frac{0,15}{2} \right)^{26,333} = \$ 7.909,36$$

$$TE = \frac{1.677,10(6) + 3.330,51(9) + 7.909,36(13,17)}{1.677,10 + 3.330,51 + 7.909,36}$$

$$TE = \frac{10.062,6 + 29.974,59 + 104.166,27}{12.916,97} = \frac{144.203,46}{12.916,97}$$

$$TE = 11,16 \text{ semestres (figura 5.34)}$$

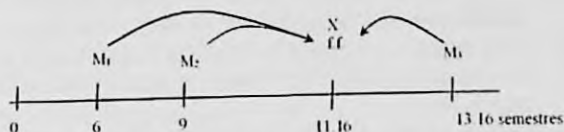


Figura 5.34. Cálculo del pago único

Cálculo de tiempos con referencia a la fecha focal:

$$11,16 - 6 = 5,16$$

$$11,16 - 9 = 2,16$$

$$11,16 - 13,16 = -2$$

Entonces, se puede plantear la ecuación de valor:

$$X = 1.677,10(1 + 0,14)^{5,16} + 3.330,51(1 + 0,14)^{2,16} + 7.909,36(1 + 0,14)^{-2}$$

$$X = 3.297,52 + 4.420,033 + 6.085,99$$

$$X = \$ 13.803,54$$

### Ejercicios

1. Calcule el monto a interés compuesto y a interés simple de un capital de \$ 8.000,00 colocado durante 10 años a una tasa de interés del 12 % anual.
2. Calcule el monto a interés compuesto y el interés compuesto de un capital de \$ 30.000,00 colocado a una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable semestralmente durante 9 años.
3. Una persona obtiene un préstamo de \$ 5.000,00 a 12 años plazo, con una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule el interés y el monto que debe pagar a la fecha de vencimiento.
4. Una persona coloca un capital de \$ 3.000,00 en una cuenta de ahorros al 6 % de interés anual, capitalizable trimestralmente; ¿cuánto habrá en la cuenta al final de 8 años y 6 meses?
5. Andrés abre una cuenta de ahorros con \$ 800,00, a una tasa de interés del 14 % anual, capitalizable semestralmente; ¿cuánto habrá en la cuenta luego de 7 años y 7 meses? Haga los cálculos en forma matemática y comercial, y analice los resultados.
6. Calcule el monto compuesto que acumulará un capital de \$ 3.500,00 durante 6 años y 9 meses al 16 % anual con capitalización continua.
7. Calcule el monto y el interés compuesto que producirá un capital de \$ 58.000.000,00 colocado a una tasa de interés del 18 % anual con capitalización continua, durante 15 años y 6 meses.
8. En el mismo problema, calcule el monto y el interés compuesto con una tasa de interés del 18 % anual con capitalización diaria. Analice los resultados.
9. Calcule el monto y el interés compuesto que generará un documento financiero de \$ 3.000.000,00, colocado a una tasa de interés del 9 % anual con capitalización continua, durante 180 días plazo.

10. Calcule el precio de un documento financiero de \$ 7.500.000,00 a 210 días plazo, si fue negociado 120 días antes de su vencimiento, con una tasa de interés del 18 % anual, con capitalización continua.
11. ¿A qué tasa efectiva es equivalente una tasa nominal del 12 % anual, capitalizable semestralmente?
12. Resuelva el problema anterior buscando la tasa nominal, capitalizable semestralmente, equivalente a una tasa efectiva del 12,36 %.
13. ¿A qué tasa efectiva equivale una tasa nominal del 9 % anual, capitalizable trimestralmente?
14. ¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, equivale una tasa efectiva del 9,3083318 %?
15. ¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, se debe colocar un capital de \$ 2.500,00 para que produzca un monto de \$ 5.520,00 en 10 años? ¿A qué tasa efectiva es equivalente?
16. ¿A qué tasa efectiva se convertirá un capital de \$ 5.000,00 en un monto de \$ 8.979,28163 en 12 años?
17. ¿En qué tiempo, en años, meses y días, se duplicará un capital de \$ 7.000,00 a una tasa de interés efectiva del 7,25 %?
18. ¿En qué tiempo, en años, aumentará en  $\frac{3}{4}$  partes más un capital de \$ 6.000,00, considerando una tasa de interés del 17  $\frac{1}{8}$  % anual, capitalizable semestralmente?
19. Calcule el valor actual de un pagaré cuyo valor al término de 9 años y 6 meses será de \$ 8.100,00, considerando una tasa de interés del 13 % anual, capitalizable trimestralmente.
20. De un documento financiero, cuyo valor al término de 12 años y 9 meses será de \$ 15.000,00, se desea conocer su valor actual luego de transcurridos 2 años y 3 meses desde la fecha de suscripción, considerando una tasa de interés del 8 % anual con capitalización continua.
21. Un documento financiero suscrito al día de hoy, por un valor de \$ 3.800,00 a 5 años de plazo, con una tasa de interés del 7 % anual, capitalizable semestralmente desde su suscripción se vende 2 años antes de la fecha de vencimiento, considerando una tasa del 9 % anual, capitalizable cuatrimestralmente. Calcule el valor de la venta del documento a esa fecha; elabore la gráfica correspondiente.
22. Una persona desea vender una propiedad que tiene un avalúo de \$ 20.000,00, y recibe 3 ofertas: a) \$ 10.000 al contado y \$ 10.000 a 60 meses; b) \$ 9.000 al contado, \$ 4.000 a 24 meses y \$ 7.000 a 60 meses; c) \$ 11.000 al contado, una letra de \$ 4.500 a 6 años y otra letra de \$ 4.500 a 8 años. ¿Cuál de las 3 ofertas le conviene aceptar, considerando que el rendimiento del dinero es del 21 % anual, capitalizable quimestralmente?
23. Un documento de \$ 7.500,00, suscrito al día de hoy a 9 años y 6 meses de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual con capitalización efectiva

## 5. Interés compuesto

- desde su suscripción es negociado luego de transcurridos 2 años y 9 meses desde la fecha de suscripción, con las siguientes alternativas: a) una tasa del 12 % anual capitalizable semestralmente; b) una tasa del 9 % anual con capitalización efectiva; c) una tasa del 6 % anual con capitalización continua. Calcule el valor actual o precio para cada alternativa e indique si es a la par, con premio o con castigo.
24. Un documento suscrito por \$ 3.500 a 5 años y 7 meses, con una tasa del 12 % capitalizable trimestralmente se vende 2 años y 5 meses después de la fecha de suscripción. Considerando una tasa de interés del 13 %, capitalizable semestralmente, calcule el valor de la venta de dicho documento. Haga los cálculos en forma matemática y comercial.
  25. Calcule el descuento compuesto matemático y el descuento compuesto bancario de un documento cuyo monto al final de 7 años es de \$ 7.000.000, si fue descontado 3 años antes de la fecha de su vencimiento con una tasa de interés del 14 % efectiva.
  26. Una empresa tiene las siguientes deudas: \$ 1.000.000 a 3 años de plazo con una tasa del 18 % capitalizable semestralmente; \$ 5.000.000 a 4 años y 6 meses con una tasa del 12 % efectiva; \$ 3.000.000 a 6 años y 9 meses con una tasa del 15 % anual capitalizable trimestralmente. La empresa desea reemplazarlas por un único pago en un tiempo equivalente para los tres vencimientos. Calcule: a) la fecha de pago y b) el valor del pago único, considerando una tasa de interés del 14 % anual capitalizable semestralmente.
  27. Calcule el número de periodos de capitalización y la tasa de interés, por periodo de capitalización, de un capital colocado a una tasa del 24 % anual, capitalizable semestralmente durante 6 años y 9 meses.
  28. Calcule el monto, a interés compuesto, de un capital de \$ 5.000 colocado a una tasa de interés del 18 % anual, capitalizable trimestralmente durante 5 años y 6 meses.
  29. En el problema anterior calcule el monto y el interés compuesto con capitalización continua.
  30. Al nacer su hijo, una madre abre una cuenta de ahorros con un capital de \$ 900. ¿Cuánto tendrá en la cuenta cuando su hijo cumpla 18 años, si se considera una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable trimestralmente?
  31. ¿A qué tasa efectiva es equivalente una tasa del 36 % anual, capitalizable trimestralmente?
  32. ¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, es equivalente una tasa efectiva del 41,1582 %?
  33. ¿A qué tasa efectiva es equivalente una tasa del 7 % anual con capitalización continua?
  34. ¿A qué tasa anual con capitalización continua es equivalente una tasa efectiva del 7,2508182 %?

35. Un inversionista tiene un capital de \$ 50.000 y desea invertirlo a 15 meses de plazo. Al consultar en el mercado financiero le ofrecen las siguientes opciones: a) una tasa efectiva del 42 %; b) una tasa del 39 % anual capitalizable semestralmente; c) una tasa del 38 % anual capitalizable trimestralmente, y d) una tasa del 36 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál de las cuatro opciones produce mayor interés? Haga el cálculo con los métodos analítico y práctico.
36. Un capital de \$ 7.500,00 suscrito a 12 años y 9 meses de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual con capitalización continua, es negociado luego de transcurridos 2 años y 6 meses desde la fecha de suscripción, con una tasa de interés del  $8\frac{3}{4}\%$  anual con capitalización continua. Calcule el valor actual o precio a la fecha de negociación.
37. Un documento de \$ 10.000, suscrito el día de hoy a 5 años y 6 meses de plazo, es negociado después de 2 años y 3 meses de la fecha de suscripción, con una tasa de interés del 18 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule su valor actual a la fecha de negociación.
38. Un documento de \$ 4.000, suscrito el día de hoy a 6 años y 9 meses de plazo, con una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable semestralmente desde su suscripción, después de 2 años y 6 meses de la fecha de suscripción es negociado con las siguientes alternativas: a) una tasa de interés del 18 % efectiva; b) una tasa del 15 % anual, capitalizable semestralmente; c) una tasa del 12 % anual capitalizable trimestralmente. Calcule el valor actual o precio a la fecha de negociación para cada alternativa e indique si es con premio, a la par o con castigo.
39. Una empresa tiene las siguientes deudas u obligaciones: \$ 3.000 a 2 años de plazo; \$ 5.000 a 4 años de plazo; \$ 7.000 a 8 años de plazo; \$ 9.000 a 10 años de plazo. La empresa acuerda con sus acreedores reemplazar sus deudas por un solo pago a los 5 años, con una tasa de interés del 14 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule el valor del pago único.
40. Una empresa tiene las siguientes deudas u obligaciones: \$ 10.000 a 3 años de plazo; \$ 8.000 a 4 años de plazo; \$ 6.000 a 5 años de plazo; \$ 8.000 a 6 años de plazo y \$ 10.000 a 7 años de plazo. Desea reemplazar sus deudas por un solo pago en un tiempo equivalente para los 5 vencimientos. Calcule: a) la fecha de pago y b) el valor del pago único, considerando una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable semestralmente.

#### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. ¿Qué cantidad de dinero se habrá acumulado al cabo de 10 años, si se invierten \$ 5.000 al 1 % mensual con intereses capitalizables cada bimestre?
- ii. ¿Cuál es el valor actual de \$ 24.000 que vencen dentro de 4 años, si la tasa de interés es de 8 % y los intereses se capitalizan cada bimestre?

- iii. ¿A qué tasa de interés compuesto se deben depositar \$ 10.000 para disponer de \$ 15.000 en un plazo de 18 meses? Si los intereses se capitalizan cada quincena.
- iv. ¿En cuánto tiempo se cuadruplicará un capital si la tasa es de 12 % compuesto cada cuatrimestre?
- v. Halle la tasa de interés nominal con capitalización semestral que sea equivalente a la tasa de 10 % capitalizable trimestralmente.
- vi. Halle la tasa nominal con capitalización semanal que sea equivalente a la tasa efectiva de 8,55 % anual.
- vii. Un capital de \$ 4.500 se deposita a una tasa de 7,55 % anual capitalizable quincenalmente, durante 2 años. Halle el monto de dicha inversión.
- viii. ¿Cuál es el valor actual de \$ 18.500 que vence dentro de 48 meses, si la tasa de interés es de 15 % y los intereses se capitalizan cada bimestre.
- ix. ¿Qué tasa de interés nominal es necesaria para que un capital se cuadruple en 5 años, si los intereses se capitalizan de manera continua?
- x. ¿Por qué cantidad deberá hacerse un pago único dentro de 12 meses, para que sustituya las siguientes deudas: \$ 5.000 dentro de 4 meses, \$ 8.000 dentro de 10 meses y \$ 2.000 dentro de 12 meses? La tasa de interés es de 2 % mensual con capitalización continua.
- xi. Francisco tiene las siguientes deudas: \$ 950 a 2 años, \$ 2.000 a 4 años y \$ 5.000 a 6 años. El deudor ha convenido con el acreedor cancelar las tres deudas en un solo pago igual a la suma de las tres deudas originales. Determine en qué fecha debe cancelar el pago único. La tasa de interés que las partes consideran justa es de 8 % capitalizable cada semestre.
- xii. Pepe tiene tres deudas de: \$ 1.950 a 3 años, \$ 4.000 a 6 años y \$ 15.000 a 10 años. Él quiere cancelar sus tres compromisos mediante un solo pago de \$ 20.000. La tasa de interés es de 8 % capitalizable cada mes. Determine en qué fecha debe realizar el pago único.

#### Autoevaluación

- 1. ¿Cuál es la diferencia entre el interés simple y el interés compuesto?
- 2. ¿Cuál es la fórmula del monto en interés compuesto?
- 3. ¿Cómo se calcula el interés compuesto?
- 4. ¿En qué se diferencia una tasa de interés efectiva de una tasa de interés nominal capitalizable varias veces en el año?
- 5. ¿Qué es más conveniente para un inversionista: una tasa de interés del 45 % efectiva o una tasa del 39 % anual capitalizable mensualmente?
- 6. ¿Cuál es la fórmula del valor actual en interés compuesto?
- 7. ¿En qué se diferencia una tasa de interés anticipada de una tasa de interés vencida? ¿Cuál produce mayor interés compuesto?
- 8. ¿Cómo se calcula el precio de un documento con interés compuesto?



9. ¿Con qué procedimiento de cálculo se puede reemplazar un conjunto de obligaciones o deudas a largo plazo por uno o más pagos?
10. ¿Cómo se calcula el descuento compuesto? ¿Con qué fórmula?

## 6. ANUALIDADES O RENTAS

### Presentación

Las anualidades o rentas son utilizadas con frecuencia en operaciones financieras de endeudamiento y de formación de capitales, mediante cuotas periódicas o series de pagos o depósitos; es decir, sirven para formar capitales o para reducir deudas mediante cuotas periódicas. Son muy útiles para la elaboración de tablas de amortización gradual, tablas de valor futuro, para el cálculo de cuotas periódicas, ya sea para cancelar una deuda o formar un capital.

Las anualidades o rentas se emplean en los cálculos de pólizas de seguros, cuotas de pago, cuotas de depósito, cálculo actuarial, compras a plazo, préstamos a largo plazo, préstamos hipotecarios y otros; por tanto, es importante analizarlas en el área financiera. De otra parte, para estudiarlas y manejarlas adecuadamente es imprescindible dominar el interés simple y el interés compuesto. Se incluyen las anualidades con capitalización continua.

En este capítulo se pueden resolver los problemas de las anualidades y de los gradientes, al realizar sus cálculos por medio de una tabla en la hoja electrónica Excel. También se puede optimizar el tiempo de cálculo utilizando el asistente de funciones financieras que presente el *software*.

### Objetivo general

Conocer y manejar los mecanismos de cálculo que faciliten al estudiante la forma de acumular capitales o de amortizar endeudamientos mediante cuotas periódicas.

### Objetivos específicos

- Conocer el concepto, la nomenclatura y la clasificación de las anualidades o rentas.
- Calcular el monto y el valor actual de una anualidad.
- Calcular la renta en función del monto o del valor actual.
- Conocer las formas de cálculo de las variables: renta, periodos y tasas.
- Conocer la aplicación de las anualidades o rentas en la realidad financiera con casos prácticos.
- Conocer los gradientes y su aplicación.
- Manejar las anualidades con capitalización continua.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de anualidades.

### 6.1 Anualidades o rentas

"Una anualidad es una serie de pagos periódicos iguales"<sup>31</sup>.

Puede consistir en el pago o depósito de una suma de dinero a la cual se le reconoce una tasa de interés por periodo.

"El valor de cada pago periódico recibe el nombre de renta o, simplemente, anualidad"<sup>32</sup>.

Es decir, la renta o anualidad aparece asociada con los pagos o depósitos periódicos de sumas de dinero, como los dividendos de acciones, cupones de bonos, cuotas, pensiones, cuotas de amortización, cuotas de depreciación, etc.

Las anualidades o rentas constituyen una sucesión o serie de depósitos o de pagos periódicos, generalmente iguales, con sus respectivos intereses por periodo, y se pueden expresar gráficamente, como se observa en el ejemplo siguiente donde aparecen 6 periodos y sus correspondientes 6 pagos o depósitos (R) (figura 6.1).

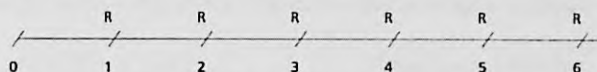


Figura 6.1. Gráfico de anualidad

#### 6.1.1 Clasificación de las anualidades o rentas

Antes de esbozar una clasificación de las rentas es necesario definir algunos conceptos:

- Periodo de pago o periodo de la anualidad: tiempo que se fija entre dos pagos o depósitos sucesivos; puede ser continuo, diario, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, cuatrimestral, semestral, anual, etc.
- Tiempo o plazo de una anualidad: intervalo de tiempo que transcurre entre el comienzo del primer periodo de pagos o depósitos y el final del último.
- Tasa de una anualidad: tipo de interés que se fija para el pago o depósito de las rentas o anualidades; puede ser nominal o efectiva.
- Renta: valor del pago o depósito periódico.
- Renta anual: suma de los pagos o depósitos efectuados en un año.

<sup>31</sup> Lincoyán Portus Govinden, *Matemática financiera*. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, p. 100.

<sup>32</sup> Justin H. Moore, *Manual de matemáticas financieras*. México: Uteha, 1973, pp. 158-160.

- Rentas perpetuas: serie de pagos que han de efectuarse indefinidamente.

### 6.1.2 Tipos de anualidades según el tiempo

Justin H. Moore y Lincoyán Portus Govinden coinciden en clasificar las anualidades o rentas de la siguiente forma:

**Anualidades eventuales o contingentes:** aquellas en las que el comienzo y el fin de la serie de pagos o depósitos son imprevistos y dependen de algunos acontecimientos externos, tales como los seguros de vida, de accidentes, incendios, robo, etc.

**Anualidades ciertas:** aquellas en las que sus fechas inicial y terminal se conocen por estar establecidas en forma concreta, como son las cuotas de préstamos hipotecarios o quirografarios, pago de intereses de bonos, etc.

### 6.1.3 Tipos de anualidades según la forma de pago

**Anualidades ordinarias o vencidas:** son aquellas en las que el depósito, pago o renta, y la liquidación de intereses se realizan al final de cada periodo. Ejemplo: pago de cuotas mensuales por deudas a plazo (figura 6.2).

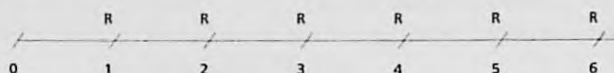


Figura 6.2. Gráfico de anualidad vencida

**Anualidades anticipadas:** son aquellas en las que el depósito, el pago y la liquidación de los intereses se hace al principio de cada periodo. Ejemplo: pago de cuotas por adelantado (figura 6.3).

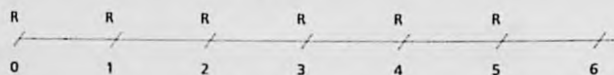


Figura 6.3. Gráfico de anualidad anticipada

**Anualidades diferidas:** son aquellas cuyo plazo comienza después de transcurrido determinado intervalo del tiempo establecido. Ejemplo: préstamos con periodos de gracia (figura 6.4).

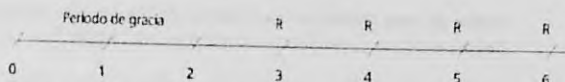


Figura 6.4. Gráfico de anualidad diferida

**Anualidades simples:** son aquellas cuyo periodo de pago o depósito coincide con el periodo de capitalización. Ejemplo: si la capitalización es semestral, los pagos o depósitos serán semestrales.

**Anualidades generales:** son aquellas cuyos periodos de pago o de depósito y de capitalización no coinciden. Por ejemplo, cuando se hace una serie de depósitos trimestrales y la capitalización de los intereses es semestral. Para resolver este tipo de anualidad se utiliza la ecuación de equivalencia.

$$1 + i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Las anualidades ciertas y las eventuales pueden ser vencidas o anticipadas, y estas, a su vez, pueden ser diferidas, perpetuas y perpetuas diferidas (tabla 6.1).

Anualidades ciertas		Anualidades eventuales	
Vencidas	Anticipadas	Vencidas	Anticipadas
Diferidas	Diferidas	Diferidas	Diferidas
Perpetuas	Perpetuas	Perpetuas	Perpetuas
Perpetuas diferidas	Perpetuas diferidas	Perpetuas diferidas	Perpetuas diferidas

Tabla 6.1. Resumen de la clasificación de las anualidades

## 6.2 Anualidades vencidas

Del conjunto de anualidades que se acaban de detallar se explicarán las más comunes, que son las *anualidades ciertas vencidas simples*, es decir, aquellas que vencen al final de cada periodo y cuyo periodo de pago o de depósito coincide con el de capitalización.

El valor de una anualidad calculada a su terminación es el monto de ella. El valor de la anualidad calculado a su comienzo es su valor actual o presente.<sup>33</sup> El monto de una anualidad es la suma de los montos compuestos de los distintos depósitos, cada uno acumulado hasta el término del plazo. El valor

<sup>33</sup> Portus Govinden, *op. cit.*, p. 101.

actual de una anualidad es la suma de los valores actuales de los distintos pagos, cada uno descontado al principio del plazo.<sup>34</sup>

En estas dos definiciones bastante completas radica la base de la expresión práctica del monto y del valor presente o valor actual de una anualidad, así como la deducción de las respectivas fórmulas.

Para la deducción de la fórmula del monto de una anualidad se toma como fecha focal el término de la misma. Para la deducción de la fórmula del valor actual de una anualidad se toma como fecha focal el tiempo cero o inicio de la anualidad.

### 6.2.1 Monto de una anualidad

Sea una anualidad o renta de \$ 10.000 al final de cada 6 meses durante 3 años, al 12 % anual, capitalizable semestralmente (anualidad vencida) (figura 6.5).

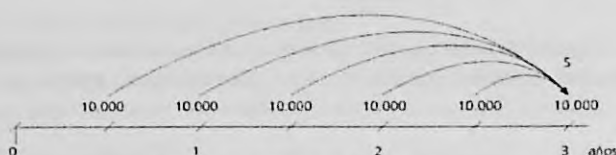


Figura 6.5. Gráfico de anualidad

Para calcular el monto (S) de la anualidad se toma como fecha focal el final del año 3. Entonces:

$$n = 6; i = \frac{0,12}{2} = 0,06$$

Cada renta ganará intereses durante los periodos que falten hasta el término de la anualidad, o hasta el último depósito o renta. Por tanto, se pueden sumar:

$$S = 10.000(1 + 0,06)^5 + 10.000(1,06)^4 + 10.000(1,06)^3 + 10.000(1,06)^2 + 10.000(1,06) + 10.000$$

Se puede sacar el factor común: 10.000

$$S = 10.000[(1,06)^5 + (1,06)^4 + (1,06)^3 + (1,06)^2 + (1,06) + 1]$$

<sup>34</sup> Frank Jr. Ayres, Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos. México: McGraw-Hill, 1971, pp. 80-81.

Al ordenar en forma ascendente:

$$S = 10.000[1 + (1,06) + (1,06)^2 + (1,06)^3 + (1,06)^4 + (1,06)^5]$$

Resulta una progresión geométrica cuya razón es (1,06).

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

$$a = 1; r = 1,06; n = 6$$

Entonces:

$$S = 10.000 \left[ \frac{(1,06)^6 - 1}{1,06 - 1} \right] = 10.000(6,975318)$$

$$S = \$ 69.753,18538$$

Generalizando:

$$R = \$ 10.000; i = 0,06; S = \text{monto}; n = 6$$

$$S = R \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Fórmula 6.1. Monto de una anualidad

### 6.2.2 Valor actual de una anualidad

El valor actual de la misma anualidad puede calcularse tomando como fecha focal su inicio. Cada renta se calculará con el valor actual que le corresponde, relacionada con el inicio de la anualidad y con la respectiva tasa de interés. Para la demostración se utilizará un ejemplo similar al anterior, pero en este caso se trata de una serie de pagos semestrales de \$ 10.000 durante 3 años, con una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable semestralmente (figura 6.6).

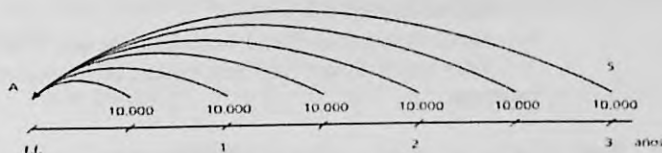


Figura 6.6. Gráfico de valor actual de una anualidad



$$A = 10.000(1 + 0,06)^{-1} + 10.000(1,06)^{-2} + 10.000(1,06)^{-3} \\ + 10.000(1,06)^{-4} + 10.000(1,06)^{-5} \\ + 10.000(1,06)^{-6}$$

Al halle el factor común:

$$A = 10.000[(1,06)^{-1} + (1,06)^{-2} + (1,06)^{-3} + (1,06)^{-4} \\ + (1,06)^{-5} + (1,06)^{-6}]$$

Resulta una progresión geométrica cuya razón  $(1,06)^{-1} < 1$

$$S = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

Entonces:

$$A = 10.000 \left[ \frac{(1,06)^{-1} - (1,06)^{-1}[(1,06)^{-1}]^6}{1 - [(1,06)^{-1}]} \right]$$

$$A = 10.000 \left[ \frac{1 - (1,06)^{-6}}{0,06} \right]$$

$$A = 10.000(4,917324) = \$49.173,24$$

Generalizando:

$$A = R \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Fórmula 6.2. Valor actual de una anualidad ordinaria simple

Los símbolos utilizados en las fórmulas de monto y de valor actual de las anualidades son: R = el pago periódico o renta.

$i$  = tasa de interés por periodo de capitalización.

$j$  = tasa nominal anual.

$n$  = número de periodos de pago.

S = monto de una anualidad o suma de todas sus rentas.

A = valor actual de una anualidad o suma de los valores actuales de las rentas.

Tanto S como A pueden calcularse directamente mediante calculadoras electrónicas, por logaritmos o utilizando las tablas de valores por tasa de interés.

**Ejemplo de monto y valor actual**

Hallaremos el monto y el valor actual de una anualidad de \$ 10.000 cada trimestre durante 5 años y 6 meses al 12 %, capitalizable trimestralmente (anualidad vencida simple) (figuras 6.7 y 6.8).

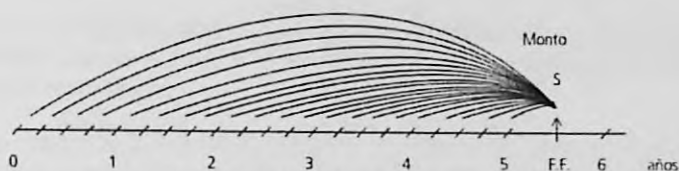


Figura 6.7. Gráfico del monto de la anualidad

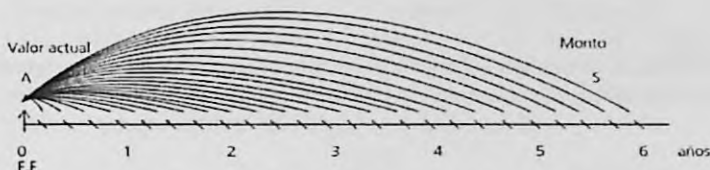


Figura 6.8. Gráfico del valor actual de la anualidad

$$n = [(5)(4) + 2] = 22 \text{ rentas}$$

$$i = \frac{0,12}{4} = 0,03 \text{ trimestral}; R = \$ 10.000; S = ?; A = ?$$

Para calcular el monto se aplica la fórmula 6.1:

$$S = R \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Se toma como fecha focal el término de la anualidad y se aplica la fórmula indicada.

$$S = 10.000 \left[ \frac{(1 + 0,03)^{22} - 1}{0,03} \right]$$

$$S = 10.000 \left[ \frac{1,916103 - 1}{0,03} \right]$$

$$S = 10.000(30,536780)$$

$$S = \$ 305,36780$$

Para calcular el valor actual se toma como fecha focal el inicio de la anualidad y se aplica la fórmula 6.2:

$$A = 10.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,03)^{-22}}{0,03} \right]$$

$$A = 10.000 \left[ \frac{1 - 0,521893}{0,03} \right]$$

$$A = 10.000(15,936917)$$

$$A = \$ 159.369,17 \text{ Valor actual de la anualidad}$$

La deuda decrece y los intereses también, pero al inicio son altos.

Como se observa, el valor del monto (S) y el valor actual (A) difieren notablemente, por concepto y por forma de cálculo, a pesar de que los datos del ejemplo son los mismos.

En la formación del monto, los intereses crecen y se acumulan al capital; mientras que, en el valor actual, los intereses se aplican al saldo en cada periodo y la deuda decrece en función del tiempo.

### 6.2.3 Cálculo de la renta o pago periódico

El pago periódico o renta de una determinada cantidad, sea deuda o fondo por acumularse –como es el caso de las cuotas periódicas para cancelar una deuda, o el valor que debe depositarse en una cuenta para constituir un capital–, puede calcularse sobre la base de las dos fórmulas anteriores: la del monto (S) y la del valor actual (A).

Cálculo de la renta (R) a partir del monto (S). Se despeja R en la fórmula 6.1:

$$R = \frac{S}{\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]}$$

Fórmula 6.3. Renta de una anualidad en función del monto

Para el cálculo de R deben conocerse las otras variables: S, n, i. Esta fórmula permite calcular el valor del depósito o renta periódica para constituir un fondo de valor futuro.

Cálculo de la renta (R) a partir del valor actual (A). Se toma la fórmula 6.2 y se despeja R:

$$R = \frac{A}{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]}$$

Fórmula 6.4. Renta de una anualidad en función del valor actual

Para el cálculo de  $R$  deben conocerse las otras variables:  $A$ ,  $n$ ,  $i$ . Esta fórmula permite calcular el valor de la cuota o pago periódico con el cual se paga o amortiza una deuda.

Los valores de dichas rentas pueden encontrarse en las tablas de fondos de valor futuro y de amortización, respectivamente, en función de  $n$  pagos y la tasa de interés  $i$ , por periodo de pago.

#### Ejemplo de valor del depósito

Calculemos entonces el valor del depósito mensual que debe hacer una empresa en una institución financiera que paga 14,4 % anual, capitalizable mensualmente, a fin de obtener \$ 6.400 en 6 años. Calculemos también los intereses que ganará.

$$R = ?; S = \$ 6.400; i = \frac{0,144}{12} = 0,012; n = (6)(12) = 72$$

$$R = \frac{S}{\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]}$$

$$R = \frac{6.400}{\left[ \frac{(1+0,012)^{72} - 1}{0,012} \right]} = \frac{6.400}{113,37178}$$

$$R = \$ 56,45$$

$$I = S - n(R)$$

$$\text{Intereses: } 6.400 - 56,45(72) = \$ 2.335,50$$

#### Ejemplo de valor de la cuota

Calcular el valor de la cuota bimestral que debe pagar una empresa que tiene una deuda de \$ 40.000,00 a 8 años de plazo, con una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable bimestralmente.

$$R = ?; A = \$ 40.000,00; i = \frac{0,06}{6} = 0,01; n = \frac{(8)(12)}{2} = 48$$

$$R = \frac{A}{\left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]}$$

$$R = \frac{40.000,00}{\left[ \frac{1 - (1+0,01)^{-48}}{0,01} \right]} = 1.053,35$$

$$I = n(R) - A$$

$$\text{Intereses: } 48(1.053,35) - 40.000,00 = 10.560,96$$

En general, para la acumulación de capitales o fondos se utiliza la suma de una anualidad; es decir, la fórmula del monto (S). Para el pago de una deuda se utiliza la fórmula del valor actual (A).

### 6.3 Anualidades con capitalización continua

Las anualidades o rentas, como son series de depósitos o pagos, pueden efectuarse en diferentes periodos, y en la capitalización de sus intereses aplicar la capitalización continua, cuya base es el número  $e$ .

Para solucionar este tipo de problemas debemos aplicar la ecuación de equivalencia:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$i_c = e^i - 1$$

cuando se trate de relacionar una tasa con diferentes tipos de capitalización con la capitalización continua:

$$e^j = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

en donde se encuentra la tasa  $j$  o la tasa anual con diferentes tipos de capitalizaciones, utilizando logaritmos o exponentes y radicales.

Con la aplicación de la capitalización continua, el monto de una anualidad o serie de depósitos será mayor que con otro tipo de capitalización de los intereses, y, como consecuencia, los depósitos serán menores.

A su vez, con la aplicación de la capitalización continua, el valor actual de una anualidad o serie de pagos dará como resultado un préstamo menor y cuotas mayores que con otro tipo de capitalización de los intereses.

Estos postulados se pueden demostrar con los ejemplos que se desarrollan a continuación:

### Ejemplos

- a. Calculemos el monto de una serie de depósitos de \$ 300,00 cada mes durante 15 años, si se considera una tasa de interés del 6 % anual con capitalización continua.

$$j = 0,06 \quad t = 15 \text{ años}$$

$$m = (15)(12)$$

$$m = 180 \text{ depósitos } R$$

$$m = 300,00 \text{ e}$$

$$m = 2,71828182846$$

Primero se utiliza la ecuación de equivalencia:

$$e^j = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Se pregunta: ¿a qué tasa anual con capitalización mensual es equivalente una tasa del 6 % anual con capitalización continua?

$$e^{0,06} = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = 1,0683654655$$

Se saca la raíz 12 de los dos miembros de la ecuación:

$$1 + \frac{j}{12} = 1,005$$

$$j = 0,06015 \text{ tasa mensual: } \frac{0,06015}{12} = 0,0050125$$

Este resultado se puede comparar con una tasa del 6 % anual con capitalización mensual:

$$S = 300,00 \left[ \frac{(1 + 0,05)^{180} - 1}{0,005} \right] = 87,245,6137$$

El primer resultado es mayor que el segundo con \$ 111,6285

- b. Una empresa quiere formar un fondo de \$ 100.000,00, mediante depósitos trimestrales durante 25 años, en una institución financiera que le otorga una tasa de interés del 7,2 % anual con capitalización continua. Calculemos el valor del depósito trimestral.

$$j = 0,072 \quad t = 25$$

$$n = \frac{(25)(12)}{3} = 100 \text{ depósitos } S = 100.000,00$$

$$e = 2,71828182846$$

$$e^{0,072} = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4 \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4 = 1,074655344$$

$$1 + \frac{j}{4} = 1,01863$$

$$j = 0,072652; i = \frac{0,072652}{4} = 0,018163$$

$$R = \frac{100.000,00}{\left[\frac{(1 + 0,018163)^{100} - 1}{0,018163}\right]} = \$ 359,68$$

Se puede comparar con una tasa del 7,2 % anual con capitalización continua; calculemos el valor del depósito trimestral:

$$R = \frac{100.000,00}{\left[\frac{(1 + 0,018)^{100} - 1}{0,018}\right]} = \$ 363,37$$

El primer resultado es menor, en \$ 3,69 que el segundo, en cada depósito.

- c. Calculemos el valor del préstamo, a 7 años de plazo, que obtendría una empresa en una institución financiera que cobra una tasa de interés del 12 % anual con capitalización continua, si la empresa puede pagar \$ 2.000,00 cada mes.

$$l = \frac{0,12}{12} = 0,01 \quad n = (12)(7) = 84 \quad e = 2,71828182846$$

Se pregunta: ¿a qué tasa anual, capitalizable mensualmente, es equivalente una tasa del 12 % anual con capitalización continua?

$$e^{0,12} = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = (1,1275)$$

$$1 + \frac{j}{12} = 1,01005$$



$$j = 0,1206$$

$$i = \frac{0,1206}{12} = 0,01005$$

$$A = 2.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,01005)^{-84}}{0,00995} \right] = \$ 113.091,24$$

Si la tasa de interés fuera del 12 % anual, capitalizable mensualmente:

$$A = 2.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,01005)^{-84}}{0,00995} \right] = \$ 113.296,901$$

El préstamo otorgado con capitalización continua es menor con \$ 205,67.

- d. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 120.000,00 a 15 años de plazo que tiene que pagar en cuotas mensuales, con una tasa de interés del 9 % anual con capitalización continua. Calculemos el valor de la cuota mensual.

$$j = 0,09 \quad t = 15$$

$$n = (15)(12) = 180;$$

$$A = 120.000,00;$$

$$e = 2,71828182846$$

Se pregunta: ¿a qué tasa de interés anual, capitalizable mensualmente es equivalente una tasa del 9 % anual con capitalización continua?

$$e^{0,09} = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = (1,094174284)$$

$$1 + \frac{j}{12} = 1,0075282$$

$$j = 0,090338$$

$$i = \frac{0,090338}{12} = 0,00752182$$

$$R = \left[ \frac{120.000(0,00752182)}{1 - (1 + 0,00752182)^{-84}} \right] = \$ 1.218,50$$

Si la tasa de interés fuera del 9 % anual, capitalizable mensualmente:

$$R = \left[ \frac{120.000(0,0075)}{1 - (1 + 0,0075)^{-84}} \right] = \$ 1.217,1199$$

El valor de cada pago mensual con capitalización continua es menor en \$ 2.3973,9 que da un valor total de \$ 431,5302

### 6.3.1 Cálculo del número de periodos de pago

Conocidos el monto o valor actual de una anualidad, la renta y la tasa de interés, se puede calcular el número de periodos de pago ( $n$ ). Partiendo de la fórmula del monto ( $S$ ) se puede calcular ( $n$ ).

$$S = R \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{S}{R} = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{Si}{R} + 1 = (1+i)^n$$

Aplicando logaritmos:

$$\log \left( \frac{Si}{R} + 1 \right) = n \log(1+i)$$

$$\frac{\log \left( \frac{Si}{R} + 1 \right)}{\log(1+i)} = n$$

**Fórmula 6.5.** Cálculo del tiempo en función del monto de una anualidad

Del mismo modo, mediante la fórmula del valor actual ( $A$ ).

$$A = R \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{A}{R} = \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{Ai}{R} - 1 = (1+i)^{-n}$$

Aplicando logaritmos:

$$\log\left(\frac{Ai}{R} - 1\right) = -n \log(1 + i)$$

$$\frac{\log\left(\frac{Ai}{R} - 1\right)}{\log(1 + i)} = -n$$

**Fórmula 6.6.** Cálculo del tiempo en función del valor actual de una anualidad

**Nota:** para  $Ai / R < 1$ ,  $n$  es real. También puede calcularse  $n$  mediante interpolación de tablas.

#### **Ejemplo de acumulación de fondos o valor futuro**

¿Cuántos depósitos de \$ 25.000 debe hacer una empresa cada trimestre para obtener \$ 750.000, considerando una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable trimestralmente?

$$R = \$ 25.000 ; S = \$ 750.000 ; i = \frac{0,15}{4} = 0,0375 ; n = ?$$

Aplicamos la fórmula 6.5:

$$\frac{\log\left(\frac{Si}{R} + 1\right)}{\log(1 + i)} = n$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{750.000(0,0375)}{25.000} + 1\right)}{\log(1 + 0,0375)} = \frac{\log 2,125}{\log 1,0375} = \frac{0,327358}{0,015988}$$

$$n = 20,47515 \text{ depósitos trimestrales}$$

Se hacen 20 depósitos de \$ 25.000 y un último depósito menor. Este puede calcularse en el caso de que se realice conjuntamente con el vigésimo depósito.

$$750.000 = 25.000 \left[ \frac{(1 + 0,0375)^{20} - 1}{0,0375} \right] + x$$

$$750.000 = 25.000(29,017387) + x$$

$$750.000 = 725.434,66 + x$$

$$x = \$ 24.565,34$$

Son 20 depósitos de \$ 25.000 y un último depósito de \$ 24.565,34, coincidente con el vigésimo depósito.

También puede calcularse el valor del último depósito un trimestre después:

$$750.000 = 25.000 \left[ \frac{(1 + 0,0375)^{20} - 1}{0,0375} \right] (1 + 0,0375) + x$$

$$750.000 = 25.000(29,017387)(1 + 0,0375) + x$$

$$750.000 = 752.638,46 + x$$

Si transcurre un trimestre adicional al vigésimo no se requiere realizar ningún otro depósito puesto que el valor acumulado excede los \$ 750.000 en \$ 2.638,46.

### Ejemplo de pago de deudas

¿Cuántos pagos de \$ 12.000 debe hacer una empresa cada mes para cancelar una deuda de \$ 690.000, considerando una tasa de interés del 18 %, capitalizable mensualmente?

$$R = \$ 25.000 ; A = \$ 690.000 ; i = \frac{0,18}{12} = 0,015 ; n = ?$$

Se aplica la fórmula 6.6.

$$n = - \frac{\log \left( 1 - \frac{690.000(0,015)}{25.000} \right)}{\log(1 + 0,015)} = - \frac{\log(1 - 0,8625)}{\log(1,015)}$$

$$n = \frac{\log(0,1375)}{\log(1,015)} = - \frac{-0,8616973}{0,0064660} = 133,23 \text{ meses}$$

*Nota:*  $Ai/R < 1$ ;  $0,8625 < 1$  para que sea factible el cálculo de  $n$ .

Debe hacer 133 pagos mensuales de \$ 12.000 y un pago mensual menor. Para calcular el último pago después de 1 mes se tiene:

$$690.000 = 12.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-133}}{0,015} \right] + x(1 + 0,015)^{-134}$$

$$690.000 = 12.000 (57,463757) + x(0,136003)$$

$$690.000 = 689.565,09 + x(0,136003)$$

$$x = \frac{434,91}{0,136004}$$

$$x = \$ 3.197,78$$

Se ha tomado como fecha focal el inicio de la anualidad (figura 6.9).

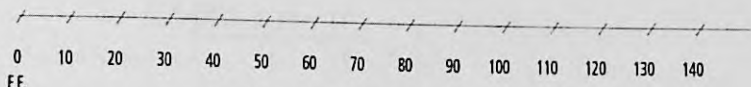


Figura 6.9. Gráfico de anualidad

Son 133 pagos de \$ 12.000,00 y un pago final de \$ 3.197,78, coincidente con el pago número 133, que es el último.

Asimismo, puede calcularse el pago final en la misma fecha del último pago completo:

$$690.000 = 12.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-133}}{0,015} \right] + x(1 + 0,015)^{-133}$$

$$690.000 = 12.000 (57,46376) + x(0,13804)$$

$$690.000 = 689.565,12 + x(0,13804)$$

$$x = \frac{434,88}{0,13804}$$

$$x = \$ 3.150,39$$

Son 133 pagos de \$ 12.000 y un último pago de \$ 3.150,39, coincidente con el pago número 133.

### 6.3.2 Cálculo de la tasa de interés ( $i$ )

El cálculo de la tasa de interés por periodo de pago ( $i$ ) se puede hacer de dos modos: a partir de la fórmula del monto ( $S$ ); o a partir de la fórmula del valor actual ( $A$ ) en una anualidad en la cual se conozcan las demás variables:

$R$  y  $n$

A partir de la fórmula 6.1 del monto de una anualidad ( $S$ ).

$$\frac{S}{R} = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Fórmula 6.7. Cálculo de la tasa en función del monto

Se resuelve por interpolación de tablas o por aproximaciones, y da diferentes valores a ( $i$ ).

A partir de la fórmula del valor actual (A) de una anualidad:

$$\frac{A}{R} = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

**Fórmula 6.8.** Cálculo de la tasa en función del valor actual de una anualidad

Se resuelve por interpolación de tablas o por aproximaciones, y da diferentes valores a ( $i$ ).

### Ejemplos de tasa de interés

- a. ¿Cuál será la tasa de interés anual, capitalizable trimestralmente, a la que una serie de depósitos de \$ 30.000 efectuados al final de cada trimestre podrá constituir un fondo de \$ 800.000 en 5 años?

$$S = \$ 800.000; R = \$ 30.000; n(5)(4) = 20$$

Aplicamos la fórmula 6.7:

$$\frac{S}{R} = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\frac{800.000}{30.000} = \left[ \frac{(1 + i)^{20} - 1}{i} \right]$$

$$26,6667 = \left[ \frac{(1 + i)^{20} - 1}{i} \right]$$

$$\text{Usando tablas de } = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Buscamos  $i$  cuando  $n = 20$  (tabla 6.2).

Valor de $i$	Valor de tablas	
0,030	26,870374	26,666666 Se resta del valor menor
0,025	25,544657	25,544657
0,055	52,415031	1,122009

**Tabla 6.2.** Tabla de datos

Se plantea una regla de 3:

$$0,005 \rightarrow 1,325716$$

$$x \rightarrow 1,122009$$

$$x = \frac{(0,005)(1,122009)}{(1,325716)}$$

$$x = 0,004231$$

Entonces:

$$i = 0,025 + 0,004231 = 0,029231$$

$$i = 2,92 \% \text{ (tasa trimestral)}$$

$$i = (0,02931)(4) = 0,116926$$

$$i = 11,6926 \% \text{ anual, capitalizable trimestralmente}$$

- b. Una persona debe realizar 90 pagos de \$ 200,00 a fines de cada mes para cancelar una deuda de \$ 7.500,00, ¿cuál será la tasa de interés anual, capitalizable mensualmente?

$$A = \$ 7.500; R = \$ 200,00; n = 90 \quad i = ?$$

Aplicamos la fórmula 6.8:

$$\frac{A}{R} = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\frac{7.500}{200} = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-90}}{i} \right]$$

$$26,6667 = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-90}}{i} \right]$$

$$\text{Usando tablas de } = \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Buscamos  $i$  cuando  $n = 90$  (tabla 6.3).

Valor de $i$	Valor de tablas		
0,02	41,586929	37,5	Se resta del valor menor
0,025	35,665768	35,665768	
0,005	5,92116	1,834232	

Tabla 6.3. Tabla de datos

Se plantea una regla de 3:

$$0,005 \rightarrow 5,921160$$

$$x \rightarrow 1,834232$$



$$x = \frac{(-0,005)(1,834232)}{(5,921160)}$$

$$x = -0,0015488$$

Como la serie es descendente, cuando la tasa de interés aumenta, se resta la tasa de interés mayor:

$$0,0250000 - 0,0015488 = 0,0234512$$

$$i = 0,0234512$$

$$i = 2,34512 \text{ mensual}$$

$$i = 0,0234512(12)$$

$$i = 28,14 \% \text{ anual capitalizable mesualmente}$$

Para averiguar a qué tasa efectiva es equivalente se procede:

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0,2814}{12}\right)^{12}$$

$$i = 1,3207 - 1$$

$$i = 0,3207 = 32,07 \% \text{ efectiva}$$

#### 6.4 Anualidades anticipadas

Las anualidades anticipadas (ciertas y simples) son aquellas que se efectúan o vencen al principio de cada periodo de pago o depósito, como es el caso de los arriendos o alquileres de edificios, oficinas, terrenos, casa, pólizas de seguros, etc.

“Una anualidad anticipada es una sucesión de pagos o rentas que se efectúan o vencen al principio del periodo de pago”<sup>35</sup> (figuras 6.10 y 6.11).

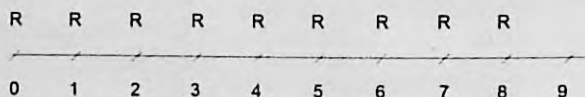


Figura 6.10. Gráfico de anualidad anticipada

<sup>35</sup> Portus Govinden, *op. cit.*, p. 123.

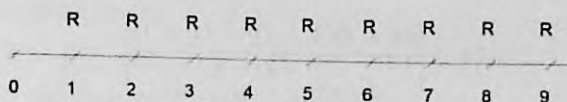


Figura 6.11. Gráfico de anualidad vencida

En las figuras 6.10 y 6.11 se observa la diferencia entre las anualidades anticipadas y las vencidas, según los pagos o depósitos que se realicen al comienzo o al final de cada periodo. En la anticipada, se comienza a pagar desde el periodo 0 y se termina en el 8. En la vencida, se empieza a pagar desde el periodo 1 y se termina en el 9.

#### 6.4.1 El monto de las anualidades anticipadas

El monto de una anualidad anticipada puede calcularse mediante el siguiente gráfico (figura 6.12).

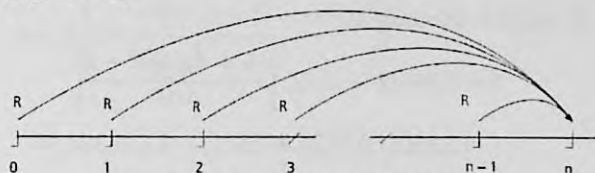


Figura 6.12. Gráfico de anualidad anticipada

Donde  $R$  es la renta o pago periódico, y  $n$  el número de periodos de capitalización. Además, se considera una tasa de interés ( $i$ ) por periodo de pago, un monto  $S$ , y, como fecha focal, la del término de la anualidad.

$$S = R(1+i)^n + R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} \dots \\ + R(1+i)^2 + R(1+i)$$

Al ordenar y sacar el factor común  $R$ :

$$S = R[(1+i)^n + (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} \dots + (1+i)^2 \\ + (1+i)]$$

que es una progresión geométrica cuya razón es:

$$(1+i) > 1$$

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

Fórmula 6.9. Progresión geométrica

Reemplazando y sacando el factor común  $(1+i)$  se tiene:

$$S = R \left[ \frac{(1+i)(1+i)^n - (1+i)}{(1+i) - 1} \right]$$

$$S = R(1+i) \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Fórmula 6.10. Monto de una anualidad anticipada

Si una empresa deposita al principio de cada trimestre \$ 5.000 a una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable trimestralmente, ¿cuánto habrá acumulado en 5 años?

$$S = ?; R = 5.000; 1 = \frac{0,12}{4} = 0,03; n = (5)(4) = 20$$

Se aplica la fórmula 6.10:

$$S = 5.000(1 + 0,03) \left[ \frac{(1 + 0,03)^{20} - 1}{0,03} \right]$$

$$S = 5.000(1,03)(26,870374) = \$ 138.382,43$$

#### 6.4.2 El valor actual de las anualidades anticipadas

El valor actual de una anualidad anticipada puede calcularse en forma análoga al monto, pero se toma como fecha focal el inicio de la anualidad (figura 6.13).

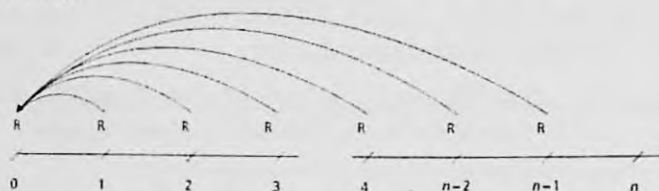


Figura 6.13. Gráfico de valor actual de una anualidad anticipada

Sea  $R$  la renta,  $n$  el número de periodos de pago,  $i$  la tasa de interés por periodo de pago:

$$A = R + R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-3} + \dots + R(1+i)^{-(n-1)}$$

Sacando el factor común:

$$A = R[1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \dots + (1+i)^{-(n-1)}]$$

Resulta una progresión geométrica cuya razón es  $(1+i)^{-1} < 1$ . Luego se utiliza la fórmula de la suma de una progresión geométrica:

$$A = R \left[ 1 + \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-1}(1+i)^{-n+1}}{1 - (1+i)^{-1}} \right]$$

$$A = R \left[ 1 + \frac{\frac{1}{1+i} - \frac{(1+i)^{-n+1}}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} \right]$$

$$A = R \left[ 1 + \frac{\frac{1}{1+i}}{\frac{1}{1+i}} \left( \frac{1 - \{1+i\}^{-n+1}}{i} \right) \right]$$

$$A = R \left[ 1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right]$$

Fórmula 6.11. Valor actual de una anualidad anticipada

También hay otra forma de expresión de la anualidad anticipada:

$$A = R + R \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right]$$

### Ejemplo

Si una empresa realiza pagos al principio de cada mes por un valor de \$ 1.800 a una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable mensualmente, ¿cuánto habrá pagado de capital en 7 años (valor de la deuda original)?

$$A = ?; R = \$ 1.800; i = \frac{0,15}{12} = 0,0125; N(7)(12) = 84$$

Apliquemos la fórmula 6.11:

$$A = R \left[ 1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right]$$

$$A = 1.800 \left[ 1 + \frac{1 - (1,0125)^{-84+1}}{i} \right]$$

$$A = 1.800 \left[ 1 + \frac{1 - (1,025)^{-83}}{0,0125} \right]$$

$$A = 1.800(52,469963)$$

$$A = \$ 94.445,93$$

### 6.5 Anualidades generales

Las anualidades generales son aquellas en las que no coincide el periodo de capitalización de los intereses con el periodo de depósito o de pago. Para calcular el monto o el valor actual de una anualidad general, primero se tiene que calcular la tasa equivalente.

#### Ejemplos

- a. Calculemos el monto y el valor actual de una serie de depósitos o de pagos de \$ 510,00 cada trimestre, durante 15 años y 6 meses, si se considera una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable semestralmente.

Primero se calcula la tasa equivalente: ¿a qué tasa de interés anual, capitalizable trimestralmente, es equivalente una tasa del 9 % anual capitalizable semestralmente?

$$\left( 1 + \frac{j}{4} \right)^4 = \left( 1 + \frac{0,09}{2} \right)^2$$

$$\left( 1 + \frac{j}{4} \right)^2 = 1 + \frac{0,09}{2}$$

$$1 + \frac{j}{4} = 1,0222524115$$

$$j = 0,089$$

$$i = 0,02225$$

Para el monto:

$$S = \left[ \frac{1 - (1 + 0,02225)^{-62} - 1}{0,02225} \right] = 66.776,40$$

Para el valor actual:

$$A = 510,00 \left[ \frac{1 - (1 + 0,02225)^{-62}}{0,02225} \right] = 17.064,03$$

Calculemos el valor de depósito semestral necesario para acumular un fondo de \$ 50.000,00 durante 12 años y 9 meses si se considera una tasa de interés del 11,10 % efectiva.

Se calcula la tasa equivalente:

$$1 + 0,111 = \left(1 + \frac{j}{2}\right)^2$$

$$(1,111)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{j}{2}$$

$$1 + \frac{j}{2} = 1,054039847$$

$$j = 0,1080796949$$

$$i = 0,05403984744$$

$$R = \left[ \frac{50.000,00}{\frac{(1 + 0,05403984744)^{-25,5} - 1}{0,05403984744}} \right] = 956,68$$

- b. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 75.000,00 a un plazo de 15 años, con una tasa de interés del 8,7 anual, capitalizable semestralmente, pero desea realizar pagos mensuales hasta la cancelación de la deuda. Calculemos el valor de pago mensual.

Se calcula la tasa equivalente:

$$\left(1 + \frac{0,087}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$(1,0435) = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^6$$

$$1 + \frac{j}{12} = 1,007122$$

$$j = 0,085464$$

$$i = 0,007122$$

Se resuelve con la tasa del 8,5464 % anual, capitalizable mensualmente:

$$R = \left[ \frac{75.000,00}{\frac{1 - (1 + 0,007122)^{-180}}{0,007122}} \right] = \$ 740,5960 \text{ valor del pago mensual}$$

### 6.6 Anualidades diferidas

Son aquellas en las cuales se difiere o se aplaza el inicio de los pagos por un determinado periodo llamado *periodo de gracia*.

#### Ejemplo

Una empresa obtiene un préstamo de \$ 90.000,00 a 12 años de plazo, incluidos dos años de gracia, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente. Calculemos la cuota o pago mensual que deberá realizar hasta la cancelación de la deuda.

En los dos primeros años deberá pagar únicamente intereses mensuales de:

$$90.000,00 \frac{(0,09)(30)}{360} = \$ 675,00$$

A partir del tercer año, hasta el año 12, deberá pagar 120 cuotas de capital e intereses mensuales, hasta la cancelación de la deuda, por un valor de:

$$R = \left[ \frac{90.000,00}{\frac{1 - (1 + 0,0075)^{-120}}{0,0075}} \right] = \$ 1.140,82$$

La empresa pagará 120 cuotas o pagos de \$ 1.140,82.

### 6.7 Gradientes

Cuando se manejan series de pagos, cuotas o valores que crecen o decrecen de manera uniforme, se trata de *gradientes*. Estos se usan para calcular cuotas crecientes y decrecientes, proyección de presupuestos y otras operaciones similares.

Algunos autores e investigadores de la matemática financiera han diseñado una serie de fórmulas para hacer estos cálculos en forma rápida y normalizada. A continuación se presentan algunos ejemplos en los que se analizan los aspectos fundamentales de este concepto.

#### Ejemplos de gradientes

- Un negocio de panadería tiene registrados los siguientes gastos mensuales en harina (tabla 6.4).

Mes	Gasto real (\$)
1	79.900
2	81.050
3	82.050



Mes	Gasto real (\$)
4	83.025
5	83.990
6	85.010

Tabla 6.4. Gastos mensuales del negocio de la panadería

¿Cuál será su proyección de gasto para los próximos 6 meses, si se considera una tasa de interés del 1,5 % mensual?

Para resolver este problema se recurrirá al modelo establecido por Alberto Álvarez Arango y otros autores<sup>36</sup> (tabla 6.5).

Mes	Gasto real (\$)	Gasto aproximado (\$)	En forma de gradiente
1	79.900	80.000	80.000 + 0
2	81.050	81.000	80.000 + 1000
3	82.050	82.000	80.000 + 2000
4	83.025	83.000	80.000 + 3000
5	83.990	84.000	80.000 + 4000
6	85.010	85.000	80.000 + 5000

Tabla 6.5. Gastos mensuales del negocio de la panadería

Proyección para los próximos 6 meses con  $i = 1,5\%$  mensual (tabla 6.6).

Mes	Gasto real (\$)
7	85.000 $[1+0,015(1)] = 86.275$
8	85.000 $[1+0,015(2)] = 87.550$
9	85.000 $[1+0,015(3)] = 88.825$
10	85.000 $[1+0,015(4)] = 90.100$
11	85.000 $[1+0,015(5)] = 91.375$
12	85.000 $[1+0,015(6)] = 92.650$

Tabla 6.6. Gastos proyectados en forma de gradientes

En este ejemplo se supone que la tasa de interés no varía durante el tiempo de proyección.

- b. Una empresa tiene que realizar 5 pagos mensuales para cancelar su deuda de acuerdo con el siguiente detalle (tabla 6.7).

<sup>36</sup> Alberto Álvarez Arango, *Matemáticas financieras*. Bogotá: McGraw-Hill, 1995, p. 95.

Cuota	Valor de pago (\$)
1	500
2	525
3	550
4	575
5	600

Tabla 6.7. Gastos del ejemplo b

Si se considera una tasa de interés del 9 % capitalizable mensualmente, ¿cuál es el valor de la cuota uniforme que reemplazaría los citados pagos?

Primero se calcula el valor actual de la deuda:

$$A = 500(1,0075)^{-1} + 525(1,0075)^{-2} + 550(1,0075)^{-3} + 575(1,0075)^{-4} + 600(1,0075)^{-5}$$

$$A = 496,28 + 517,21 + 537,81 + 558,07 + 578,00$$

$$A = \$ 2.687,37$$

Luego se calcula el valor de la cuota uniforme aplicando la fórmula 6.4:

$$R = \left[ \frac{2.687,37}{\frac{1 - (1,0075)^{-5}}{0,0075}} \right] = \$ 549,63$$

Esta cuota sirve para hacer presupuesto.

### Aplicaciones en Microsoft Excel

1. Un patio de venta de automóviles usados ofreció a un cliente el siguiente plan de financiamiento: una entrada o cuota inicial de \$ 3.500,00, y 10 pagos mensuales de \$ 500,00 cada uno. Si se carga una tasa de interés de 12 % anual, capitalizable cada mes, encuentre el valor de contado del vehículo.

Método uno: realizar una tabla en Excel y calcular, para cada una de las mensualidades, su valor presente (figura 6.14).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	Valor de Contado =	Pago inicial + valor presente de las mensualidades			
3	Pago inicial =	3.500,00			
4	n =	10	meses		
5	R =	500,00	mensuales		
6	i =	0,01	mensual		
7					
8	Meses	Renta	Valor Actual		
9	0				
10	1	500,00	495,05	=B10/(1+B\$6)^A10	
11	2	500,00	490,15		
12	3	500,00	485,30		
13	4	500,00	480,49		
14	5	500,00	475,73		
15	6	500,00	471,02		
16	7	500,00	466,36		
17	8	500,00	461,74		
18	9	500,00	457,17		
19	10	500,00	452,64		
20	Valor actual = A =	4.735,65	=SUMA(C10:C19)		
21	Valor de contado	8.235,65	=C20+B3		

Figura 6.14. Mensualidades en Excel

Método dos: utilizar el asistente de Excel.

Para calcular el valor presente de la anualidad nos ubicamos en cualquier celda vacía y nos vamos a la función *VA* (valor actual) (Menú, Fórmulas, Insertar funciones, Categoría financiera y ubicamos *VA*). Esta función tiene 5 argumentos y la llenamos de la siguiente forma (figura 6.15).

Argumentos de función

VA

Tasa: E6 = 0.01

Nper: B4 = 10

Pago: B5 = 500

V0: = 0

Tipo: = 0

Resultado de la fórmula = 4735.652263

Describe el valor presente de una inversión la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Pago: es el pago efectuado en cada periodo y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Aceptar Cancelar

Figura 6.15. Excel: ventana Argumentos de función

En *Tasa* ponemos 0,01 o la celda B6 donde se halla escrito su valor (celda B6 = 0,12/12, tasa mensual); en *Nper*, el número de pagos que se van a realizar; en *Pago*, el valor de la renta, pero con signo negativo; *V0* lo dejamos en blanco o ponemos el número cero, y en *Tipo*, como se trata

de una anualidad vencida, ponemos el número cero u omitimos. Aceptamos y la respuesta es \$ 4,735.65.

Al valor anterior se le suma el valor de la entrada o cuota inicial y obtendremos el valor de contado del vehículo que es \$ 8,235.65.

- Una persona deposita \$ 200,00 mensualmente, la tasa de interés es de 18 % anual, capitalizable cada mes. Hallemos el monto al cabo de 8 meses (figura 6.16).

	A	B	C	D	E
1	Datos				
2	R =	200	mensuales		
3	i =	0,015	mensual		
4	n =	8	meses		
5	Mes	Renta	Monto		
6	0				
7	1	200,00	221,97	=B7*(1+\$B\$3)^((\$A\$14-A7)	
8	2	200,00	218,69		
9	3	200,00	215,46		
10	4	200,00	212,27		
11	5	200,00	209,14		
12	6	200,00	206,05		
13	7	200,00	203,00		
14	8	200,00	200,00		
15	Monto = 5 =		1.686,57	=SUMA(C7:C14)	

Figura 6.16. Mensualidades en Excel

Resolvamos aplicando el asistente de funciones  $FV$  (valor futuro), que se vio en el capítulo 5, de interés compuesto. Es casi el mismo camino que la función  $VA$  (figura 6.17).

Tasa	E3	= 0,015
Nper	E4	= 8
Pago	-B2	= -200
Va		= 0
Tipo		= 0
		= 1686,567821

Figura 6.17. Excel: ventana Argumentos de función

Como se aprecia, la respuesta es \$ 1,686.57.

- ¿Cuántos depósitos mensuales de \$ 600,00 se deben hacer para acumular un total de \$ 6.349,00, si la tasa de interés es de 15 % anual, capitalizable cada mes?

Para resolver acudimos a la función financiera *Nper*, que tiene 5 argumentos: *Tasa*, la tasa del periodo; *Pago*, el valor de la renta con signo negativo; *VA*, omitimos; *VF*, el monto; *Tipo*, omitimos por ser anualidad vencida. La respuesta es 10 pagos, como se observa a continuación (figura 6.18).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R=	600,00	mensuales		
3	VF=	6.349,00			
4	I=	0.0125	mensual		
5	n=	=NPER(B4:B2,,B3)			
6					
7	Argumentos de función				
8	NPER				
9		Tasa	B4	=	0.0125
10		Pago	B2	=	600
11		Va		=	0.000000
12		VF	B3	=	6349
13		Tipo		=	0.000000
14					
15					= 10,00000026

Figura 6.18. Función NPER y Argumentos de función

4. ¿Cuál será la tasa de interés anual capitalizado mensualmente que cobra un patio de venta de vehículos usados, si ofrece por un automóvil, cuyo precio de venta es de \$ 12.000,00, el siguiente financiamiento: una entrada o cuota inicial de \$ 3.000,00 y el resto en 12 pagos mensuales de \$ 833,71 cada uno?

Para resolver este problema acudimos a la función financiera *Tasa* (figura 6.19).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	Precio =	12.000,00		
3	Entrada =	3.000,00		
4	Deuda = VP =	9.000,00		
5	R =	833,71	mensuales	
6	n =	12	meses	
7	I =	=TASA(B6; B5,B4)		
8				
9	Argumentos de función			
10	TASA			
11		Nper	B6	= 12
12		Pago	B5	= -833,71
13		Va	B4	= 9000
14		VF		= 0.000000
15		Tipo		= 0.000000
16				
17				= 0.01666656

Figura 6.19. Función TASA y Argumentos de función

## 6. Anualidades o rentas

La respuesta es 0,01666656 mensual, lo que equivale a 20 % anual, capitalizable cada mes.

5. Pepe deposita \$ 200,00 al principio de cada mes en una cuenta de inversión, que reconoce una tasa de interés de 1 % mensual capitalizado mensualmente. Calculemos el valor futuro al cabo de 8 meses (figura 6.20).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	200,00	mensuales		
3	i =	0,01	mensual		
4	n =	8	meses		
5					
6	Meses	Renta	Monto		
7	0	200,00	216,57	=B7*(1+B53)*(B54-A7)	
8	1	200,00	214,43		
9	2	200,00	212,30		
10	3	200,00	210,20		
11	4	200,00	208,12		
12	5	200,00	206,06		
13	6	200,00	204,02		
14	7	200,00	202,00		
15	8				
16	Monto = S =		1.673,71		

Figura 6.20. Mensualidades en Excel

Utilizando la función VF de Financiera se tiene (figura 6.21).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	200,00	mensuales		
3	i =	0,01	mensual		
4	n =	8	meses		
5	VF =	=VF(B3;B4; B2;;1)			
6	Argumentos de función				
7	VF				
9	Tasa	B3		= 0,01	
10	Nper	B4		= 8	
11	Pago	E2		= -200	
12	Va			= (opcional)	
13	Tipo	1		= 1	
15					= 1673,705454

Figura 6.21. Función VF y Argumentos de función

El argumento *Tipo* tiene el valor de 1, por ser una anualidad anticipada, y la respuesta es \$ 1.673,71.

6. ¿Cuántos depósitos bimestrales anticipados de \$ 500,00 cada uno se deben hacer para acumular un monto de \$ 12.148,68? La tasa de interés es de 12 % anual capitalizado bimestralmente (figura 6.22).






	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	500,00	bimestral		
3	VF =	12.391,66			
4	i =	0,02	bimestral		
5	n =	=NPER(B4;-B2;;B3;1)			bimestres
6	Argumentos de función				
7	NPER				
8					
9		Tasa	B4		= 0,02
10		Pago	-B2		= -500
11		Va			= 0,000000
12		VF	B3		= 12391,66
13		Tipo	1		= 1
14					
15					= 20,00000157

Figura 6.22. Función NPER y Argumentos de función

La respuesta es 20 bimestres.

7. Juan tiene actualmente 50 años de edad y una compañía de seguros le presenta un plan de jubilación personal. Este consiste en que si el día de hoy entrega \$ 20.000,00, la compañía le ofrece pagar, transcurridos 15 años, una renta al final de cada mes, durante 15 años, a una tasa de interés de 12 % capitalizable cada mes. Determinemos la cantidad que mensualmente recibirá Juan al jubilarse (figura 6.23).

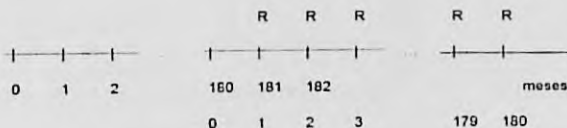


Figura 6.23. Gráfico de mensualidades

Considerando como fecha focal el comienzo de la anualidad se tiene:

$$20.000,00 * \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{180} = R \left[ \frac{\left(1 - \frac{0,12}{12}\right)^{-180}}{\frac{0,12}{12}} \right]$$

Utilizando Excel para resolver la ecuación planteada (figura 6.24).



	A	B	C	D
1	Datos:			
2	A =	20.000,00		
3	i =	0,01	mensual	
4	n =	180	meses	
5	período de gracia =	180	meses	
6	R =	1.439,19	mensual	
7		=B2*(1+B3)^B5/((1-(1+B3)^-B4)/B3)		

Figura 6.24. Cálculo y fórmula de cuota uniforme en Excel

La renta será de \$ 1.439,19.

8. Diana es beneficiaria de un seguro de vida de \$ 150.000,00, y en vez de recibir esa cantidad el día de hoy, aceptó recibir un ingreso mensual fijo durante los próximos 15 años. Si el dinero se encuentra invertido a 9,5 % anual, capitalizable cada mes, ¿qué cantidad mensual recibirá Diana?

Para resolver el problema se utilizará la función financiera *Pago* (figura 6.25).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	VP =	150.000,00			
3	n =	180	meses		
4	i =	0,007916667	mensual		
5	R =	=PAGO(B4;B3;-B2)			mensual
6					
7	Argumentos de función				
8	PAGO				
9		Tasa	B4	=	0,007916667
10		Nper	B3	=	180
11		Va	-E2	=	-150000
12		Vf		=	cero
13		Tipo		=	usar tipo
14					
15					= 1566,337024

Figura 6.25. Función PAGO y Argumentos de función

La respuesta es  $R = \$ 1.566,34$ .

9. Diana desea ahorrar cada fin de quincena \$ 100,00 durante 8 quincenas, aumentando sus depósitos sucesivos en \$ 10,00. Encuentre el monto si la tasa es de 0,55 % quincenal capitalizado cada quincena.

El primer depósito fue de \$ 100,00, el segundo de \$ 100,00+10,00, el tercero de \$ 120,00 y así sucesivamente (figura 6.26).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	R=	100,00	quincenal				
3	Gradiente aritmético =	10	quincenal				
4	i=	0,0055	quincenal				
5	n=	8	quincenas				
6	S=	¿?					
7							
8	Quincenas	R	Gradiente	Total depositado	Monto		
9	0						
10	1	100,00		100,00	103,91	$=D10*(1+B$54)^{(B$55-A10)}$	
11	2	100,00	10,00	110,00	113,68		
12	3	100,00	20,00	120,00	123,34		
13	4	100,00	30,00	130,00	132,88		
14	5	100,00	40,00	140,00	142,32		
15	6	100,00	50,00	150,00	151,65		
16	7	100,00	60,00	160,00	160,88		
17	8	100,00	70,00	170,00	170,00		
18	Monto = S =				1 098,67		
19							

Figura 6.26. Mensualidades y fórmula en Excel

10. Roberto deposita al final de la quincena \$ 100,00; en la siguiente quincena el abono será igual al doble del primero, el siguiente el doble del anterior, y así en forma sucesiva hasta completar ocho depósitos. ¿Cuál es el valor presente, si la tasa de interés es de 1,5 % quincenal, capitalizable cada quincena? (figura 6.27).

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	R =	100,00	quincenal			
3	n =	10	quincenas			
4	i =	0,015	quincenal			
5	Gradiente geométrico =	2	quincenal			
6	El primer depósito es de \$ 100,00, el segundo es de \$ 200,00, el					
7	tercero el doble del anterior, o sea \$ 400,00 y así sucesivamente					
8	Quincenas	Total depositado		Valor actual		
9	0					
10	1	100,00	=B2	98,52	$=B10/(1+B$54)*A10$	
11	2	200,00	=C10*B\$55	194,13		
12	3	400,00	=C11*B\$55	382,53		
13	4	800,00	=C12*B\$55	753,75		
14	5	1.600,00	=C13*B\$55	1.485,22		
15	6	3.200,00	=C14*B\$55	2.926,54		
16	7	6.400,00	=C15*B\$55	5.766,57		
17	8	12.800,00	=C16*B\$55	11.362,70		
18	Valor actual = A =			22.969,95		

Figura 6.27. Mensualidades y fórmula en Excel

11. María Augusta compró una mini imprenta, sin entrada o cuota inicial, y se compromete a pagar en 8 meses, con pagos mensuales que crecen 5 %, siendo el primer pago por \$ 5.000,00. La tasa de interés es de 24 % anual, capitalizable cada mes. Determine el valor presente de la máquina (figura 6.28).

	A	B	C	D	E	F
1	Datos.					
2	R =	5.000,00	mensual			
3	n =	8	meses			
4	i =	0,02	mensual			
	Incremento, gradiente	1,05	mensual			
5	geométrico					
6	A =	¿?				
7	El primer depósito es \$ 5.000,00, el segundo es \$ 5.000,00*1,05 = 5.250,00					
8	el tercero es 5.250,00*1,05 = 5.512,50 y así sucesivamente					
9	Meses	Total depositado	Valor actual			
10	0					
11	1	5.000,00	=B2	4.901,96	=B11/(1+\$B\$4)^A11	
12	2	5.250,00	=C10*\$B\$5	5.046,14		
13	3	5.512,50	=C11*\$B\$5	5.194,55		
14	4	5.788,13	=C12*\$B\$5	5.347,33		
15	5	6.077,53	=C13*\$B\$5	5.504,61		
16	6	6.381,41	=C14*\$B\$5	5.666,51		
17	7	6.700,48	=C15*\$B\$5	5.833,17		
18	8	7.035,50	=C16*\$B\$5	6.004,73		
19	Valor actual = A =			43.499,00		

Figura 6.28. Mensualidades y fórmula en Excel

### Ejercicios

1. Calcule el monto de una serie de depósitos de \$ 3.000,00 cada 6 meses, durante 8 años, al 7 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule también los intereses generados.
2. Calcule el valor actual de una serie de pagos de \$ 900,00 cada mes, durante 15 años, a una tasa del 12 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule también los intereses generados.
3. Una empresa desea formar un fondo de jubilación para sus empleados, para lo cual descuenta \$ 25,00 cada mes a cada empleado de su sueldo, durante 35 años, y los deposita en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 4,2 % anual, capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá acumulado cada trabajador? ¿Cuánto de intereses?
4. Calcule el monto destinado para reposición de un activo fijo, de una serie de depósitos de \$ 1.500,00 cada trimestre durante 10 años, a una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule también los intereses generados.

5. Una empresa debe 60 cuotas de \$ 850,00 pagaderos al final de cada mes. Calcule el valor actual de la deuda, considerando una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente.
6. ¿Qué opción le conviene más al comprador de un automóvil: \$ 12.000,00 al contado; o \$ 4.000,00 al contado y 23 cuotas de \$ 400,00 al final de cada mes, considerando una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable mensualmente?
7. ¿Qué cantidad mensual debe depositar un trabajador para su jubilación, durante 35 años, desde el año 2000, en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable mensualmente, si se tiene el propósito de recibir una pensión mensual de \$ 750,00 desde el año 2035 hasta el año 2050?
8. Una empresa necesita acumular \$ 12.000,00 en 10 años, ¿qué cantidad de dinero debe depositar al final de cada trimestre en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable trimestralmente?
9. ¿Qué cantidad debe pagarse cada mes con el propósito de cancelar una deuda de \$ 15.000,00 durante 12 años, considerando una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente?
10. Una empresa necesita acumular \$ 10.000. Para eso hace depósitos semestrales de \$ 300 a una tasa de interés del 14 % anual, capitalizable semestralmente; ¿cuántos depósitos completos debería realizar y de cuánto debería ser un depósito adicional, realizado en la misma fecha del último depósito, para completar el monto requerido?
11. En el problema anterior, ¿de cuánto sería el depósito adicional, si lo realizara un semestre después del último depósito completo?
12. ¿Cuántos pagos completos de \$ 180,00 al final de cada mes son necesarios para cancelar una deuda de \$ 12.000, con una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable mensualmente? ¿Con qué pago final, coincidente con el último pago completo, se cancelará la citada deuda?
13. En el problema anterior, ¿con qué pago adicional, realizado un mes después del último pago completo, se cancelaría la deuda?
14. ¿Cuál será la tasa de interés anual, capitalizable trimestralmente, a la que una serie de depósitos de \$ 1.000 cada trimestre podrá llegar a constituir un fondo de \$ 50.000 en 10 años?
15. Una deuda de \$ 12.000 debe cancelarse en 15 años, mediante pagos que se realizan al final de cada mes. Cada pago es de \$ 121,71, ¿qué tasa de interés anual se aplica a esos pagos? ¿A qué tasa efectiva es equivalente?
16. Una empresa deposita al principio de cada trimestre \$ 1.500 durante 5 años. ¿Cuánto habrá acumulado, considerando una tasa de interés del 7 % anual, capitalizable trimestralmente?
17. Una empresa realiza pagos al principio de cada mes por un valor de \$ 2.800,00, considerando una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable

- mensualmente; ¿cuánto habrá pagado de capital en 10 años? ¿Cuánto de intereses?
18. Una empresa solicita un préstamo a un banco a 3 años de plazo, indicando que puede pagar cuotas de hasta \$ 900 mensuales. Calcule el valor del préstamo que le concedería el banco si le cobra una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable mensualmente.
  19. Una empresa necesita constituir, durante 10 años, un fondo de depreciación de \$ 70.000 para reposición de maquinaria. Calcule el valor del depósito trimestral que deberá realizar en una institución financiera que paga una tasa de interés del 7 % anual, capitalizable trimestralmente.
  20. Calcule el valor de los depósitos mensuales que durante 40 años deberá hacer una empresa en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable mensualmente, a fin de efectuar retiros de \$ 500,00 mensuales durante los 15 años siguientes.
  21. Para su jubilación, Adriana aporta \$60,00 durante 45 años en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 3,6 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule el valor del retiro mensual por jubilación al que tendría derecho Adriana durante 20 años.
  22. Calcule el monto y el valor actual, con sus respectivos intereses, de una serie de rentas de \$ 40,00 cada mes durante 35 años considerando una tasa del 6 % anual con capitalización continua.
  23. Calcule el monto de una serie de depósitos de \$ 100 cada trimestre durante 6 años y 9 meses, considerando una tasa de interés del 8 % anual, capitalizable trimestralmente.
  24. En el ejercicio anterior, calcule los intereses que genera la operación.
  25. Al nacer su hijo, un padre empieza a realizar una serie de depósitos mensuales de \$ 200 en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule cuánto habrá acumulado cuando su hijo cumpla 18 años.
  26. En el problema anterior, calcule los intereses que genera la operación.
  27. Una empresa requiere conformar un fondo de valor futuro para reemplazar equipos de trabajo mediante cuotas trimestrales de \$ 900, ¿cuánto habrá acumulado en 10 años, que es la vida útil de los equipos, si se considera una tasa de interés del 4 % anual, capitalizable trimestralmente?
  28. El cliente de un banco solicita un préstamo a 5 años de plazo e indica que su capacidad de pago es de \$ 700 mensuales. Calcule el valor del préstamo que el banco le acreditaría, si le cobra una tasa de interés del 12 % anual, capitalizable mensualmente.
  29. En el problema anterior, calcule los intereses que pagaría ese cliente.
  30. Una empresa desea acumular un fondo de \$ 90.000 para reposición de maquinarias, mediante depósitos trimestrales durante 7 años en una

- institución financiera que reconoce una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule el valor del depósito trimestral.
31. Felipe recibe un préstamo de \$ 35.000 a 10 años de plazo para la adquisición de un departamento, comprometiéndose a pagar cuotas mensuales a una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule el valor de la cuota mensual.
  32. En el problema anterior, calcule los intereses que debería pagar Felipe.
  33. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 60.000,00 a 10 años de plazo, con una tasa de interés del 12 % anual capitalizable trimestralmente, pero requiere realizar pagos mensuales hasta la cancelación de la deuda. Calcule el valor del pago mensual.

### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. Se depositan \$ 1.500 en una cuenta al final de cada semestre, durante 3 años y medio. Si no se realiza ningún retiro, ¿cuánto dinero se habrá acumulado en la cuenta, si la tasa de interés es de 2,5 % semestral capitalizado semestralmente?
- ii. Obtenga el valor actual de \$ 800 semestrales durante 3 años y medio, a una tasa de interés de 10 % anual, capitalizable cada semestre.
- iii. Jaime deposita \$ 300 al principio de cada mes, en una cuenta de inversión. Si la tasa de interés es de 1 % mensual capitalizado cada mes, calcule el monto al cabo de 1 semestre y el interés ganado en ese periodo.
- iv. Un vehículo se puede comprar a crédito mediante 6 abonos mensuales anticipados de \$ 1.000. La tasa de interés es de 10 % capitalizable cada mes. ¿Cuál es el valor de contado del automotor?
- v. Halle el precio de contado de un departamento que se compró con una entrada o cuota inicial del 20 % del precio de contado y el resto mediante 6 pagos mensuales de \$ 10.000 cada uno, pagando la primera cuota en el tercer mes después de la compra, cuando está prevista la entrega del inmueble. La tasa de interés es de 12 % anual compuesto mensualmente. ¿Cuál es el pago por concepto de intereses?
- vi. ¿Cuál es el monto de una serie de 10 pagos trimestrales consecutivos de \$ 500, el primero dentro de 9 meses, si la tasa de interés es de 12 % capitalizable cada trimestre?
- vii. Luis desea ahorrar cada fin de quincena \$ 100 durante 4 meses, aumentando sus depósitos sucesivos \$ 50 cada quincena. Encuentre el monto y el interés ganado, si la tasa es de 2 % mensual compuesto cada quincena.
- viii. ¿Cuál es el valor del crédito para la compra de un vehículo, si este se amortiza mediante 5 pagos mensuales, a una tasa de 0,5 % quincenal capitalizable cada mes? El primer pago vencido es de \$ 550, el segundo pago es el doble del anterior, el tercero el doble del segundo, y así en forma sucesiva.

- ix. Un banco le presta a un cliente cierta cantidad de dinero a un interés de 18 % capitalizable cada mes. El deudor tiene plazo de 6 meses para liquidar la deuda. Si el primer pago lo realiza dentro de un mes por un valor de \$ 883 y de ahí en adelante cada pago aumenta el 3 %, ¿cuál es el valor prestado?
- x. El señor Gómez es beneficiario de un seguro de vida por \$ 100.000. Él escogió no recibir todo el dinero en un solo pago, sino recibir una renta mensual fija durante los próximos 5 meses. Si el dinero se encuentra invertido a 18 % anual convertido cada mes, ¿cuál es la renta que debe recibir?
- xi. Un distribuidor de vehículos ofreció a un cliente un automotor nuevo mediante el siguiente plan de pagos: una entrada o cuota inicial de \$ 1.200, y 36 pagos mensuales de \$ 300 cada uno. La tasa de interés es de 12 % anual capitalizable cada mes. Encuentre el valor de contado del automóvil.
- xii. Alberto, padre de un niño de 10 años, empieza a ahorrar para que su hijo pueda estudiar una carrera en la universidad. Planea depositar \$ 300 en una cuenta de ahorros, al final de cada mes, durante los próximos 8 años. Si la tasa de interés es de 16 % anual capitalizado cada mes, ¿cuál será el monto de la cuenta al cabo de ese tiempo?
- xiii. ¿Cuánto se tiene que depositar cada semana en una inversión que gana el 10 % de tasa efectiva, para tener al cabo de 5 años la suma de \$ 16.639,06?
- xiv. ¿Cuántos depósitos trimestrales de \$ 1.000 cada uno se deben realizar para acumular la suma de \$ 25.544,66, si se reconoce una tasa de interés de 10 % anual capitalizable cada trimestre?
- xv. El día que nació, Johana recibió de sus abuelos la suma de \$ 20.000 para su educación universitaria. Ese mismo día, sus padres abrieron una cuenta de inversión a nombre de su hija, donde depositaron la donación de sus abuelos y se comprometieron a depositar en ese momento \$ 100 cada dos meses, hasta que Johana cumpliera 17 años, edad en la que ingresará a la universidad. ¿Qué cantidad de dinero habrá en la cuenta dentro de 17 años? La tasa de interés es de 14 % anual, capitalizable cada bimestre.
- xvi. ¿Cuántos pagos semanales anticipados de \$ 50 cada uno deben realizarse para amortizar una deuda de \$ 2.139,67, si hay que pagar intereses de 0,5 % semanal capitalizables cada semana?
- xvii. Calcule el valor presente de una renta trimestral de \$ 2.500 durante 5 años, si el primer pago trimestral se realiza dentro de 2 años, y la tasa de interés es de 12,05960492 % anual, capitalizable cada cuatrimestre.
- xviii. Un egresado de la EPN desea donar \$ 20.000 semestrales a la Facultad de Ingeniería Mecánica para que realice investigaciones sobre motores Otto. La donación se entregará al final de cada semestre, durante los



- próximos 10 años. Si el donativo está invertido al 10 % semestral capitalizable continuamente, ¿qué capital se está donando?
- xix. Lucho crea un fondo de ahorro con la finalidad de tener un ingreso adicional a la jubilación que le otorga el IESS. En este momento, tiene 40 años cumplidos y piensa depositar \$ 500 cada fin de mes hasta que cumpla los 65 años. Si el fondo reconoce una tasa de  $(5/6) \%$  mensual capitalizable continuamente, calcule el monto que tendrá al momento de retirarse.
- xx. El promedio de vida de los familiares de Lucho es de 85 años. Con este capital acumulado ¿cuál será la renta que tendrá en el futuro mensualmente?
- xxi. Un departamento cuyo precio de contado es de \$ 86.749,26, puede adquirirse con una entrada o cuota inicial del 10 % del precio de contado y el resto con 300 cuotas iguales de \$ 1.000 mensuales. Calcule la tasa nominal de interés que cobra la inmobiliaria que vende dicho inmueble.

#### Autoevaluación

1. ¿En qué consiste una anualidad o renta?
2. ¿Cómo se clasifican las anualidades?
3. ¿Qué es una anualidad cierta, ordinaria y simple?
4. ¿Cuál es la fórmula del monto de una anualidad ordinaria?
5. ¿Cuál es la fórmula del valor actual de una anualidad ordinaria?
6. ¿Cuál es la fórmula de la renta o depósito periódico de una anualidad ordinaria?
7. ¿Cómo se calcula el tiempo en una anualidad en función del monto y en función del valor actual?
8. ¿Cómo se calcula la tasa de interés de una anualidad en función del monto y en función del valor actual?
9. ¿Cuál es la fórmula del monto de una anualidad anticipada?
10. ¿Cuál es la fórmula del valor actual de una anualidad anticipada?
11. ¿Qué son y para qué se utilizan las gradientes?

## 7. AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN

### Presentación

La amortización y los fondos de valor futuro, o fondos de amortización, son aplicaciones de las anualidades o rentas estudiadas en el capítulo 6. Las amortizaciones se utilizan para programas de endeudamiento a largo plazo; y los fondos de amortización, para constituir fondos de valor futuro.

Actualmente, el sistema de amortización gradual se utiliza con frecuencia en todo el sistema financiero, compuesto por bancos, cooperativas, mutualistas, financieras, etc., en lo que respecta al crédito a mediano y largo plazo, ya sea para la compra de bienes inmuebles —como terrenos, casas o departamentos— o para la adquisición de automotores, maquinaria o crédito comercial. Asimismo, para la constitución de fondos de valor futuro o fondos de depreciación, con el propósito de reponer activos fijos o para formar capitales o seguros cuyo propósito sea otorgar pensiones.

Este capítulo tiene por objeto la aplicación de los temas estudiados, razón por la cual no pueden faltar las aplicaciones en la hoja electrónica Excel.

### Objetivo general

Conocer y manejar el proceso de amortización gradual, así como el proceso de formación de fondos de valor futuro.

### Objetivos específicos

- Calcular la renta o pago periódico.
- Elaborar las tablas de amortización gradual.
- Reconstruir tablas de amortización gradual.
- Calcular reajustes de las tablas por variación en la tasa de interés en los endeudamientos por amortización gradual.
- Calcular los derechos del acreedor y del deudor.
- Elaborar las tablas de valor futuro.
- Reconstruir las tablas de valor futuro o de fondos de amortización.
- Manejar la amortización gradual y los fondos de valor futuro, con capitalización continua.
- Conocer las Unidades de Valor Constante (UVC) y su forma de cálculo.
- Aplicar en las amortizaciones la capitalización continua.
- Aplicar en los fondos de valor futuro la capitalización continua.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de amortización y fondos de amortización.

### 7.1 Definición de amortización

Es muy frecuente la utilización del término *amortizar* como el proceso de extinción de una deuda, con su interés compuesto, mediante una renta o pago durante un determinado número de periodos. En este libro se empleará el término en ese sentido.

Amortizar es el proceso de cancelar una deuda y sus intereses por medio de pagos periódicos.<sup>37</sup>

Amortizar: se dice que un documento que causa intereses está amortizado cuando todas las obligaciones contraídas (tanto capital como intereses) son liquidadas mediante una serie de pagos (generalmente iguales) hechos en intervalos de tiempos iguales.<sup>38</sup>

### 7.2 Cálculo de la cuota o renta

En la amortización cada renta o pago sirve para cubrir los intereses y reducir el capital; es decir, cada pago está compuesto por capital e intereses. La composición del pago o renta, aunque es constante en su cantidad, varía en función del número de periodos de pago: mientras aumenta el número, disminuirá el interés y se incrementará el capital por cuota. (figura 7.1).

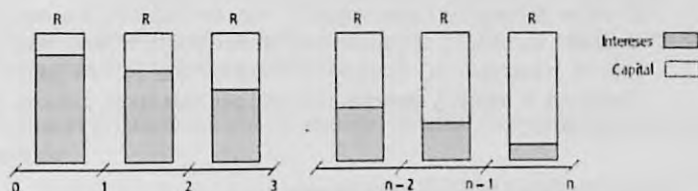


Figura 7.1. Comportamiento de una amortización

En general, cuando el número de cuotas es grande, en las primeras se paga más interés y en las últimas más capital. Para el cálculo de la cuota o renta se utiliza la fórmula de la renta en función del valor actual de una anualidad vencida.

$$R = \frac{A}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$

<sup>37</sup> Lincoyán Portus Govinden, *Matemática financiera*. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, p. 175.

<sup>38</sup> Frank Jr. Ayres, *Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos*. México: McGraw-Hill, 1971, p. 95.

Por ejemplo, para calcular el valor del pago semestral de una empresa que consigue un préstamo de \$ 3.000 con una tasa de interés del 14 % anual, capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales cada semestre, durante 3 años y 6 meses, se realiza el siguiente procedimiento:

$$R = \frac{A}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$

$$A = \$ 3.000; R = ?; n = \frac{[(3)(12) + 6]}{6} = 7$$

$$m = \frac{360}{180} = 2$$

$$i = \frac{0,14}{2} = 0,07$$

$$R = \frac{3.000}{\frac{1 - (1,07)^{-7}}{0,07}} = \$ 556,66$$

El valor del pago o cuota semestral será de \$ 556,66. En esa cuota están incluidos el interés y el capital; este último se utiliza para reducir la deuda. Con el transcurso del tiempo, y a medida que se van pagando cuotas, disminuye el interés y aumenta el capital por cada cuota, como se muestra en la figura 7.1.

### 7.3 Capital insoluto y tabla de amortización

La parte de la deuda no cubierta en una fecha dada se conoce como saldo insoluto o capital insoluto en la fecha.

El capital insoluto, justamente después de que se ha efectuado un pago, es el valor presente de todos los pagos que aún faltan por hacerse.<sup>39</sup>

La parte de la deuda no pagada constituye el saldo insoluto, como se muestra en la figura 7.2. Utilizando los datos del ejemplo anterior se detallan los periodos, el capital insoluto, el interés, la cuota y el capital pagado. Este tipo de tablas pueden elaborarse con Microsoft Excel (figura 7.2).

<sup>39</sup> Portus Govinden, op. cit., p. 175.

Periodo	Capital insoluto al principio del periodo (2)	Interés vencido al final del periodo (3)	Cuota o pago (4)	Capital pagado por cuota al final del periodo (5)	Saldo deuda al final del periodo (6)
(1)					
1	3.000,00	210,00	556,66	346,66	2.653,34
2	2.653,34	185,73	556,66	370,93	2.282,41
3	2.282,41	159,77	556,66	396,89	1.885,52
4	1.885,52	131,99	556,66	424,67	1.460,85
5	1.460,85	102,26	556,66	454,40	1.006,45
6	1.006,45	70,45	556,66	486,21	520,24
7	520,24	36,42	556,66	520,24	(0,00)
Total		896,62	3.896,62	3.000,00	

Figura 7.2. Tabla de amortización

#### 7.4 Forma de elaboración de la tabla de amortización gradual

El interés vencido al final del primer periodo es:

$$I = Cit$$

$$I = 3.000(0,07)(1) = \$ 210,00$$

El capital pagado al final del primer periodo es:

$$Cuota - Interés = 556,66 - 210,00 = \$ 346,66$$

El capital insoluto para el segundo periodo, que es a la vez el saldo de la deuda al final del primer periodo, es:

Capital al principio del primer periodo – Capital pagado al final de primer periodo:

$$Capital\ insoluto = 3.000 - 346,66 = \$ 2.653,34$$

El interés vencido al final del segundo periodo es:

$$I = 2.653,34(0,07)(1) = \$ 185,73$$

El capital pagado al final del segundo periodo es:

$$556,66 - 185,73 = \$ 370,92$$

El capital insoluto para el tercer periodo es:

$$2.653,34 - 370,93 = \$ 2.282,41$$

y así sucesivamente, hasta el último periodo, en el cual deben coincidir el capital insoluto al principio del último periodo con el capital pagado al final del último periodo, cuando se cancela la deuda. Como se observa, los intereses se calculan sobre los saldos deudores.

La columna (4) de la figura 7.2, Cuota o pago, menos la columna (3), Interés vencido al final del periodo, deben dar como resultado la columna (5): Capital pagado al final del periodo. La columna (6) es la diferencia de la columna (2) menos la columna (5) en cada periodo, tanto horizontal como verticalmente. A veces pueden ocurrir pequeñas diferencias debido a las aproximaciones; en estos casos deben reajustarse.

### 7.5 Cálculo del saldo insoluto

El capital insoluto puede calcularse para cualquier periodo utilizando la fórmula del valor actual de una anualidad, con ligeras variaciones.

Con base en el ejemplo anterior calculemos el capital insoluto después del quinto pago que corresponde al valor actual de los dos periodos que faltan por cubrirse. Sea  $P$  el saldo insoluto,  $m$  el número de cuotas pagadas,  $n$  el número total de cuotas y  $k$  el número de cuotas que quedan por pagar, entonces (figura 7.3).

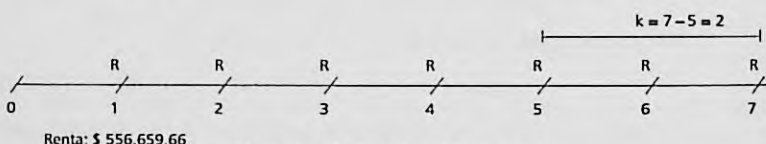


Figura 7.3. Gráfico de saldo insoluto

$$k = n - m$$

$$k = 7 - 5 = 2$$

En consecuencia, se tiene la siguiente fórmula del saldo insoluto:

$$P_m = R \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-k}}{i} \right]$$

Fórmula 7.1. Saldo insoluto

$$P_5 = 556,66 \left[ \frac{1 - (1 + 0,07)^{-2}}{0,07} \right]$$

$$P_5 = \$ 1.006,45$$

Este valor se halla en la tabla de amortización como capital insoluto al principio del sexto periodo o, lo que es igual, el saldo de la deuda al final del quinto periodo.

### 7.6 Reconstrucción de la tabla de amortización

La tabla de amortización puede rehacerse en cualquier periodo. Para ello es necesario calcular primero el saldo insoluto en el periodo que queremos rehacer en la tabla, y luego el interés y el capital que correspondan a la cuota determinada.

Calculamos ahora la distribución del interés y el capital de la cuota 6 del ejemplo citado anteriormente. Puesto que el saldo insoluto es \$ 1.006,45 al comienzo del sexto periodo, el interés será:

$$(1.006,45)(0,07) = \$ 70,45$$

El capital será:

$$\text{Cuota} - \text{Interés} = 556,66 - 70,45 = \$ 486,21$$

Y la tabla puede rehacerse así (figura 7.4).

Periodo	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del periodo
6	\$1.006,00	\$ 70,45	\$566,66	\$ 486,21	\$ 520,224
7					

Figura 7.4. Reconstrucción de la tabla de amortización

### Ejemplo

Para calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de amortización con interés sobre saldos de una deuda de \$ 4.500, que se va a cancelar en 3 años mediante el sistema de amortización, con pagos al final de cada semestre a una tasa de interés del 12 % capitalizable semestralmente, realizamos el siguiente procedimiento (figura 7.5).

$$n = \frac{(3)(12)}{6} = 6$$

$$i = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ semestral}$$

$$R = \frac{A}{\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}} = \frac{4.500}{\frac{1 - (1 + 0,06)^{-6}}{0,06}}$$

$$R = \frac{4.500}{4,917324} = \$ 915,13$$



## 7. Amortización y fondos de amortización

Período	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del período
1	\$ 4.500,00	\$ 270,00	915,13	\$ 645,13	\$ 3.854,87
2	\$ 3.854,87	\$ 231,29	915,13	\$ 683,84	\$ 3.171,03
3	\$ 3.171,03	\$ 190,26	915,13	\$ 724,87	\$ 2.446,16
4	\$ 2.446,16	\$ 146,77	915,13	\$ 768,36	\$ 1.677,80
5	\$ 1.677,80	\$ 100,67	915,13	\$ 814,47	\$ 863,33
6	\$ 863,33	\$ 51,80	915,13	\$ 863,33	\$ 0,00
Total		\$ 990,79	\$ 5.490,78	\$ 4.500,00	

Figura 7.5. Tabla de amortización

Calculemos el saldo insoluto inmediatamente después del pago 4, y la distribución del capital e intereses de la cuota 5 (figura 7.6).

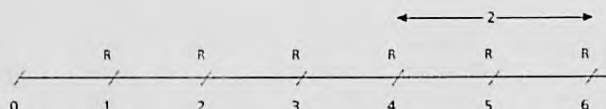


Figura 7.6. Gráfico del saldo insoluto después del pago 4

$$P_4 = 915,13 \left[ \frac{1 - (1 + 0,06)^{-2}}{0,06} \right]$$

$$P_4 = \$ 915,13(1,833393) = \$ 1.677,80$$

El saldo insoluto es de \$ 1677,80.

Distribución de la cuota 5:

$$I = (1.677,80)(0,06) = \$ 100,67 \text{ (interés)}$$

Cuota – Interés = Capital pagado:

$$915,13 - 100,67 = \$ 814,46.$$

### 7.7 Período de gracia

Con frecuencia se realizan préstamos a largo plazo con la modalidad diferida. Esto consiste en que se incluyen periodos sin que se paguen cuotas de capital (generalmente solo se paga el interés), el cual se denomina periodo de gracia, con el propósito de permitir a las empresas o instituciones operar libremente durante un tiempo y luego cubrir las cuotas respectivas.

**Ejemplo**

Una empresa consigue un préstamo por un valor de \$ 20.000 a 10 años de plazo, incluidos 2 de gracia, con una tasa de interés del 9 ½ % anual capitalizable semestralmente, para ser pagado mediante cuotas semestrales por el sistema de amortización gradual. La primera cuota deberá pagarse un semestre después del periodo de gracia. ¿Cuál será la cuota semestral y el saldo insoluto inmediatamente después de haber pagado la cuota 5 y la distribución de la cuota 6, en lo que respecta al capital e intereses? (figura 7.7).

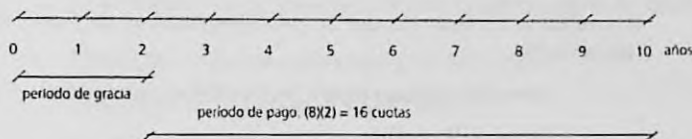


Figura 7.7. Gráfico de periodo de gracia

A continuación se presenta el gráfico para el saldo insoluto (figura 7.8).

$$k = 16 - 5 = 11$$

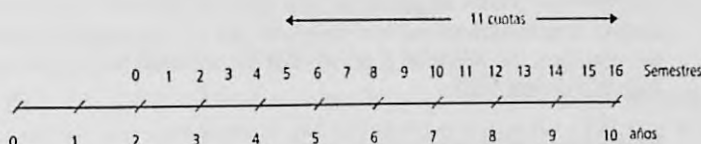


Figura 7.8. Gráfico de saldo insoluto

$$R = \frac{20.000}{\frac{1 - (1 + 0,0475)^{-16}}{0,0475}} = \$ 1.812,70$$

$$P_5 = 1.812,70 \left( \frac{1 - (1 + 0,0475)^{-11}}{0,0475} \right)$$

$$P_5 = 15.256,75$$

Saldo insoluto por pagar (de capital, excluido intereses).

La composición de la cuota 6 será tanto de interés como de capital:

$$I = (15.256,75)(0,0475) = \$ 724,69 \text{ de interés}$$

## 7. Amortización y fondos de amortización

Periodo	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del periodo
1	\$ 4.500,00	\$ 270,00	915,13	\$ 645,13	\$ 3.854,87
2	\$ 3.854,87	\$ 231,29	915,13	\$ 683,84	\$ 3.171,03
3	\$ 3.171,03	\$ 190,26	915,13	\$ 724,87	\$ 2.446,16
4	\$ 2.446,16	\$ 146,77	915,13	\$ 768,36	\$ 1.677,80
5	\$ 1.677,80	\$ 100,67	915,13	\$ 814,47	\$ 863,33
6	\$ 863,33	\$ 51,80	915,13	\$ 863,33	\$ 0,00
Total		\$ 990,79	\$ 5.490,78	\$ 4.500,00	

Figura 7.5. Tabla de amortización

Calculemos el saldo insoluto inmediatamente después del pago 4, y la distribución del capital e intereses de la cuota 5 (figura 7.6).

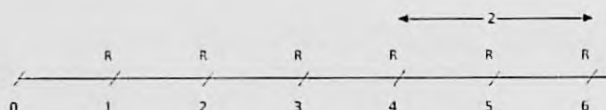


Figura 7.6. Gráfico del saldo insoluto después del pago 4

$$P_4 = 915,13 \left[ \frac{1 - (1 + 0,06)^{-2}}{0,06} \right]$$

$$P_4 = \$915,13(1,833393) = \$1.677,80$$

El saldo insoluto es de \$ 1677,80.

Distribución de la cuota 5:

$$I = (1.677,80)(0,06) = \$100,67 \text{ (interés)}$$

Cuota - Interés = Capital pagado:

$$915,13 - 100,67 = \$814,46.$$

### 7.7 Periodo de gracia

Con frecuencia se realizan préstamos a largo plazo con la modalidad diferida. Esto consiste en que se incluyen periodos sin que se paguen cuotas de capital (generalmente solo se paga el interés), el cual se denomina periodo de gracia, con el propósito de permitir a las empresas o instituciones operar libremente durante un tiempo y luego cubrir las cuotas respectivas.

**Ejemplo**

Una empresa consigue un préstamo por un valor de \$ 20.000 a 10 años de plazo, incluidos 2 de gracia, con una tasa de interés del  $9 \frac{1}{2} \%$  anual capitalizable semestralmente, para ser pagado mediante cuotas semestrales por el sistema de amortización gradual. La primera cuota deberá pagarse un semestre después del periodo de gracia. ¿Cuál será la cuota semestral y el saldo insoluto inmediatamente después de haber pagado la cuota 5 y la distribución de la cuota 6, en lo que respecta al capital e intereses? (figura 7.7).

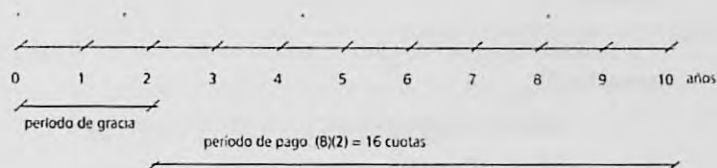


Figura 7.7. Gráfico de periodo de gracia

A continuación se presenta el gráfico para el saldo insoluto (figura 7.8).

$$k = 16 - 5 = 11$$

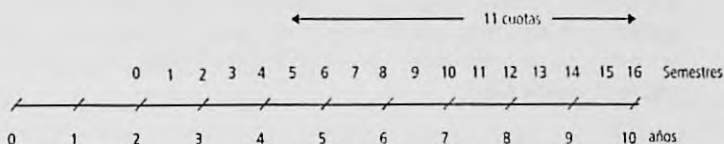


Figura 7.8. Gráfico de saldo insoluto

$$R = \frac{20.000}{\frac{1 - (1 + 0,0475)^{-16}}{0,0475}} = \$ 1.812,70$$

$$P_5 = 1.812,70 \left( \frac{1 - (1 + 0,0475)^{-11}}{0,0475} \right)$$

$$P_5 = 15.256,75$$

Saldo insoluto por pagar (de capital, excluido intereses).

La composición de la cuota 6 será tanto de interés como de capital:

$$I = (15.256,75)(0,0475) = \$ 724,69 \text{ de interés}$$

Cuota – Interés = Capital pagado por cuota:

$$1.812,70 - 724,69 = \$ 1.088,01$$

### 7.8 Derechos del acreedor y del deudor

Cuando se adquiere un bien a largo plazo o se está pagando una deuda por el sistema de amortización gradual, generalmente se quiere conocer qué parte de la deuda está ya pagada en determinado tiempo, o también cuáles son los derechos del acreedor (parte por pagar) o los derechos del deudor (parte pagada).

La relación acreedor-deudor se puede representar mediante la siguiente ecuación:<sup>40</sup>

$$\text{Derechos del acreedor} + \text{Derechos del deudor} = \text{Deuda}$$

$$DA + DD = DO$$

O también:

$$\text{Saldo insoluto} + \text{Parte amortizada} = \text{Deuda original}$$

#### Ejemplo

Una persona adquiere una propiedad mediante un préstamo hipotecario de \$ 120.000 a 15 años de plazo. Si debe pagar la deuda en cuotas mensuales iguales y se considera una tasa de interés del 1,5 % mensual, ¿cuáles serán los derechos del acreedor y del deudor inmediatamente después de haber pagado la cuota 120?

Se calcula el valor de la cuota mensual:

$$i = 0,015; n = (15)(12) = 180 \text{ cuotas}$$

$$R = \frac{120.000}{\frac{1 - (1 + 0,015)^{-180}}{0,015}} = \$ 1.932,50$$

Se expresa el problema gráficamente (figura 7.9):

---

<sup>40</sup> Ibid., p. 179.

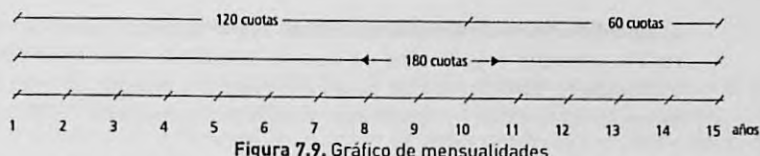


Figura 7.9. Gráfico de mensualidades

$$\text{Saldo insoluto} + \text{Parte amortizada} = \text{Deuda original}$$

Cuotas por pagar:  $180 - 120 = 60$

$$1.932,50 \frac{1 - (1 + 0,015)^{-60}}{0,015} + \text{Parte amortizada} = \$ 120.000$$

$$76.102,58 + \text{Parte amortizada} = \$ 120.000$$

$$120.000 - 76.102,58 = \$ 43.897,42$$

$$\$ 43.897,42 = \text{Parte amortizada}$$

La parte amortizada constituye los derechos del deudor, que son de \$ 43.897,42.

Por tanto, luego de la cuota 120, se tiene que:

$$\text{Derechos de acreedor} + \text{Derechos del deudor} = \text{Deuda original}$$

$$76.102,58 + 43.897,42 = \$ 120.000$$

Es decir que, inmediatamente después de que el deudor pague la cuota 120, sus derechos sobre la propiedad que adquiere son de \$ 43.897,42 y el saldo de la deuda o saldo insoluto es \$ 76.102,58 (derechos del acreedor).

## 7.9 Amortizaciones con reajuste de la tasa de interés

En el medio financiero es frecuente realizar contrataciones de préstamos con el sistema de amortización gradual, en cuyas cláusulas se establece que la tasa de interés puede reajustarse cada cierto tiempo, de acuerdo con las fluctuaciones del mercado.

En este tipo de casos se necesita calcular el saldo insoluto luego de haber pagado la última cuota con la tasa anterior y, posteriormente, calcular el valor de la cuota con la nueva tasa de interés y rehacer la tabla de amortización.

### Ejemplo

Una empresa obtiene un préstamo de \$ 50.000 a 5 años de plazo con una tasa de interés del 7 % anual capitalizable trimestralmente, que debe ser pagado en cuotas trimestrales por el sistema de amortización gradual. Es necesario:

a) calcular el valor de la cuota trimestral; b) elaborar la tabla de amortización en los periodos 1 y 2; c) si la tasa de interés se reajusta al 6 % anual capitalizable trimestralmente luego del pago 16, realizar el cálculo de la nueva cuota trimestral y reconstruir la tabla en los periodos 17, 18, 19 y 20.

a. Se calcula la renta:

$$R = \frac{50.000}{\frac{1 - (1 + 0,0175)^{-180}}{0,0175}} = \$ 2.984,56$$

b. Se elabora la tabla para los periodos 1 y 2 (figura 7.10).

Período	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del período
1	\$ 50.000,00	\$ 875,00	\$ 2.984,56	\$ 2.109,56	\$ 47.890,44
2	\$ 47.890,44	\$ 838,08	\$ 2.984,56	\$ 2.149,48	\$ 45.743,96

Figura 7.10. Amortización para periodos 1 y 2

c. La tasa de interés se reajusta al 6 % anual capitalizable trimestralmente luego del pago 16. Por consiguiente, se calcula el saldo insoluto luego de este pago.

$$P_{16} = 2.984,56 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0175)^{-4}}{0,0175} \right] = \$ 11.433,68$$

Calculemos la nueva renta:

$$R = \frac{11.433,68}{\frac{1 - (1 + 0,0175)^{-180}}{0,0175}} = \$ 2.966,41$$

Reconstruimos la tabla con la nueva renta y la tasa de interés del 24 % anual capitalizable trimestralmente (figura 7.11).

Período	Capital insoluto	Interés vencido	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del período
17	\$ 11.433,68	\$ 171,51	\$ 2.966,41	\$ 2.794,90	\$ 8.638,78
18	\$ 8.638,78	\$ 129,58	\$ 2.966,41	\$ 2.836,83	\$ 5.801,95
19	\$ 5.801,95	\$ 87,03	\$ 2.966,41	\$ 2.879,38	\$ 2.922,57
20	\$ 2.922,57	\$ 43,84	\$ 2.966,41	\$ 2.922,57	\$ 0,00

Figura 7.11. Reconstrucción de la tabla de amortización del periodo 17 hasta el 20



### 7.10 Cálculo de la renta cuando el periodo de pago no coincide con el de capitalización

Cuando se debe calcular la renta y el periodo de pago no coincide con el de capitalización, o viceversa, es necesario transformar la tasa de interés o la capitalización utilizando la ecuación de equivalencia del capítulo cinco de este libro, de manera que coincidan tanto la capitalización como el periodo de pago.

#### Ejemplo de amortización gradual con capitalización semestral

Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de \$ 90.000 a 5 años de plazo, a una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable semestralmente. Debe pagarse en cuotas trimestrales y hay que calcular el valor de cada una de estas. La pregunta previa sería: ¿a qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, es equivalente una tasa del 9 % anual, capitalizable semestralmente?

A partir de la ecuación de equivalencia:

$$\left(1 + \frac{0,09}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$1,092025 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)^4$$

$$1,022252415 = \left(1 + \frac{j}{4}\right)$$

$j = 8,9\%$  anual capitalizable trimestralmente

Se calcula la renta:

$$i = \frac{0,089}{4} = 0,0225$$

$$n = \frac{(5)(12)}{3} = 20$$

$$R = \frac{90.000}{\frac{1 - (1 + 0,0225)^{-20}}{0,0225}} = 5.624,34$$

El valor de la cuota trimestral es de \$ 5.624,34

#### Ejemplo de amortización gradual con capitalización continua

Una empresa obtiene un préstamo de 10.000,00 a 5 años plazo, con una tasa de interés del 9 % anual con capitalización continua. Calcule el valor de la cuota mensual y el total de intereses que tiene que pagar.

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = e^{0,09}$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} = 1,09403383456$$

$$1 + \frac{j}{12} = 1,00752865$$

$$j = 0,0903383456$$

$$i = \frac{0,0903383456}{12} = 0,007528195$$

$$R = \frac{10.000,00(0,007528195)}{1 - (1 + 0,007528195)^{-60}} = 207,75$$

$$\text{Interés} : 207,75(60) - 10.000,00 = \$ 2,465,00$$

### 7.11 Fondos de amortización o de valor futuro

“Un fondo de amortización es una cantidad que se va acumulando mediante depósitos periódicos que devengan cierto interés, de modo que en un número determinado de periodos se obtenga un monto prefijado”<sup>41</sup>.

Los fondos de amortización son depósitos periódicos que ganan interés con la finalidad de acumular un determinado capital; este sistema se utiliza para reposición de activos fijos, creación de fondos de reserva, pago de prestaciones futuras, seguros, etc.

Las cuotas para constituir un fondo de amortización pueden calcularse mediante la fórmula del monto de una anualidad, puesto que la fecha focal que se toma como referencia es el término de la anualidad, fecha en la que se debe completar el capital o la cantidad prefijada.

Al igual que en la amortización gradual, se puede elaborar la tabla de fondo de amortización o tabla de valor futuro, en la que los depósitos o las cuotas ganan interés.

#### Ejemplo

Una empresa desea acumular un capital de \$ 60.000 en 3 años mediante depósitos semestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 14 % capitalizable semestralmente. Calculemos la cuota

---

<sup>41</sup> *Idem*, p. 179.

semestral y elaboremos la tabla de fondo de amortización correspondiente (figura 7.12). Se calcula la cuota:

$$S = 60.000; n = (3)(2) = 6; i = \frac{0,14}{2} = 0,07 \text{ semestral}$$

$$R = \frac{60.000}{\frac{1 - (1 + 0,07)^{-6}}{0,07}} = \$ 8.387,75$$

Periodo	Depósito o renta \$	Aumento de interés \$	Total añadido al fondo \$	Fondo acumulado \$
1	8.387,75		8.387,75	8.387,75
2	8.387,75	587,14	8.974,89	17.362,64
3	8.387,75	1.215,38	9.603,13	26.965,78
4	8.387,75	1.887,60	10.275,35	37.241,13
5	8.387,75	2.606,88	10.994,63	48.235,76
6	8.387,75	3.376,50	11.764,25	60.000,01
Total	50.326,50	9.673,51	60.000,01	

Figura 7.12. Tabla de fondo de amortización o de valor futuro del ejemplo

Forma de cálculo:

En el primer periodo solamente se registra el valor de la renta; en el segundo periodo se consideran los intereses generados por la primera renta:

$$I = (8.387,75)(0,07) = \$ 587,14$$

Se suman los intereses más la renta, y se tiene:

$$\text{Total añadido al fondo} = 587,14 + 8.387,75 = \$ 8.974,89$$

El fondo acumulado al final del periodo se obtiene sumando el total añadido al fondo más el fondo acumulado del periodo anterior:

Fondo acumulado al final del periodo:

$$8.974,89 + 8.387,75 = \$ 17.362,64$$

Y así sucesivamente, hasta el último depósito o renta con el cual se acumula el monto de \$ 60.000.

### 7.12 El saldo insoluto en fondos de amortización

En los fondos de valor futuro también se puede calcular el denominado saldo insoluto, que en este caso es lo que queda por acumular para conseguir el monto prefijado, sin tener que elaborar toda la tabla. Para el efecto se utiliza la siguiente ecuación:

$$\text{Saldo insoluto} = \text{Monto} - \text{Valor acumulado}$$

$$\text{Saldo insoluto} = \text{Monto} - R \left[ \frac{(1+i)^m - 1}{i} \right]$$

donde  $m$  es el número de depósitos o rentas.

### Ejemplos saldos insolutos

- a. En el ejemplo anterior se pide calcular el valor acumulado y el saldo insoluto en el cuarto periodo (figura 7.13).

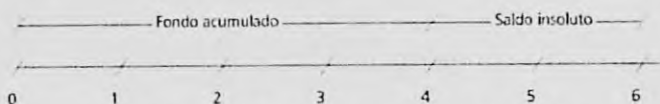


Figura 7.13. Gráfico de valor acumulado y saldo insoluto

$$SI = 60.000 - 8.387,75 \left[ \frac{(1 + 0,07)^4 - 1}{0,07} \right]$$

$$SI = 60.000 - 37.241,12$$

$$SI = \$ 22.758,80$$

- b. Una empresa desea formar un fondo para reposición de activos, por un valor de \$ 25.000,00, durante 10 años, mediante depósitos trimestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 7 % anual con capitalización continua. Calculemos el valor del depósito y los intereses.

$$n = \frac{(4)(13)}{3} = 16; i = \frac{0,15}{4} = 0,0375 \text{ semestral}$$

$$R = \frac{50.000}{\frac{(1 + 0,0375)^6 + 1}{0,0375}} = \$ 2.337,24$$

Luego, el valor acumulado para el periodo 12:

$$S = 2.337,24 \left[ \frac{(1 + 0,0375)^{12} - 1}{0,07} \right] = \$ 34.619,49$$

Por último, el saldo insoluto inmediatamente después del periodo 12.

$$SI = 50.000 - 34.619,49$$

$$SI = \$ 15.380,51$$

- c. La empresa xx desea constituir un fondo de amortización de \$ 30.000 en 3 años, mediante depósitos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses. Con una tasa de interés del 5 % anual capitalizable semestralmente, ¿cuál es el valor del depósito semestral? Elaboremos la tabla del fondo de amortización correspondiente (figura 7.14).

Se calcula el valor del depósito semestral:

$$i = \frac{0,05}{2} = 0,025; n = (3)(2) = 6$$

$$R = \frac{30.000}{\frac{(1 + 0,025)^6 - 1}{0,025}} = \$ 4.696,50 \text{ cada semestre}$$

Período	Depósito o renta \$	Aumento de interés \$	Total añadido al fondo \$	Fondo acumulado \$
1	4.696,50	0,00	4.696,50	4.696,50
2	4.696,50	117,41	4.813,91	9.510,41
3	4.696,50	237,76	4.934,26	14.444,67
4	4.696,50	361,12	5.057,62	19.502,29
5	4.696,50	487,56	5.184,06	24.686,35
6	4.696,50	617,16	5.313,66	30.000,01
Total	28.179,00	1.821,01	30.000,01	

Figura 7.14. Tabla de fondo de amortización o de valor futuro del ejemplo

#### Ejemplo de fondo de valor futuro con capitalización continua

Una empresa desea formar un fondo para reposición de activos por un valor de \$ 25.000,00 durante 10 años, mediante depósitos trimestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 7 % anual, con capitalización continua. Calculemos el valor del depósito y los intereses:

$$S = 25.000,00$$

$$n = \frac{(10)(12)}{3} = 40$$

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^4 = e^{0,07}$$

$$\left(1 + \frac{j}{4}\right)^4 = 1,0725$$

$$1 + \frac{j}{4} = 1,017654$$

$$j = 0,070616$$

$$R = \frac{25.000}{\frac{(1 + 0,017654)^{40} - 1}{0,017654}}$$

$$R = 435,3626$$

$$\text{Intereses} = 25.000,00 - (40)(435,382)$$

$$\text{Intereses} = 25.000 - 17.415,28 = \$ 7.584,72$$

### 7.13 La unidad de valor constante (UVC)

La unidad de valor constante (UVC) es un instrumento financiero que sirve como referencia para mantener el valor del dinero. Las obligaciones de dinero activas y pasivas expresadas en UVC deben tener un plazo mínimo de 365 días; por tanto, es un instrumento financiero a largo plazo. La UVC tiene un valor inicial (puede ser \$ 10) que se puede ajustar diariamente de acuerdo con la inflación (generalmente con la variación mensual del índice de precios al consumidor - IPC).

Si tenemos una UVC de \$ 10 y la inflación mensual es del 0,25 %, el valor de la UVC será:

$$UVC = 10(1 + 0,0025) = \$ 10.025$$

La UVC protege el ahorro y facilita el endeudamiento a largo plazo pues la persona que ahorra en UVC, por una determinada cantidad, tiene sus ahorros en UVC al valor que esté en el día de pago.

### 7.13.1 Cálculo del ajuste de la UVC

El valor de la UVC puede calcularse a la fecha que se desee, de acuerdo con el sistema de cálculo que se utilice. Al utilizar la fórmula respectiva, aprobada por la autoridad financiera y monetaria competente, se tiene, por ejemplo:

$$V_f = V_u \left[ \frac{IPC_{n-1}}{IPC_{n-2}} \right]^{\frac{df}{dm}}$$

Fórmula 7.2. Cálculo del valor de la UVC

Donde:

$V_f$  = valor de la UVC en la fecha actual.

$V_u$  = valor de la UVC del último día del mes anterior.

$IPC_{n-1}$  = índice de precios al consumidor correspondiente al mes inmediatamente anterior.

$IPC_{n-2}$  = índice de precios al consumidor correspondiente al mes previo anterior.

df = día del mes para el que se calcula el valor de la UVC.

dm = número de días calendario del mes.

### Ejemplo

Con base en los siguientes datos: a) valor de la UVC el 30 de abril: \$ 10; b) IPC en el mes de abril: 1,15; c) IPC en el mes de marzo: 1,14; d) número de días del mes de mayo: 31, calculemos el valor de una UVC el día 26 de mayo de 2008.

$$Vf = 10 \left[ \frac{1,15}{1,14} \right]^{\frac{26}{31}} = \$ 10,07$$

## 7.14 Métodos de amortización gradual

### 7.14.1 Método francés

El **método francés** consiste en la amortización de un préstamo mediante una renta constante de  $n$  cuotas. Su principal característica reside en que la **cuota de amortización es constante** para todo el período del préstamo, en créditos a tasa fija.

La amortización de capital actúa en forma creciente, mientras que los intereses se amortizan de forma decreciente. La principal **desventaja** es que si tienes la posibilidad de pre-pagar el crédito en un corto o mediano plazo, el capital adeudado será mayor comparado con otros métodos de pago.

Cada cuota o anualidad es la suma de la cuota de interés y la cuota de amortización de capital correspondiente al período respectivo. A este método de amortización también se le llama **progresivo**, ya que a medida que transcurre el tiempo, el monto de la cuota destinada a amortización de capital va aumentando, mientras que el monto pagado por interés irá disminuyendo, debido a que habrá cada vez menos saldo de capital que amortizar.

### 7.14.2 Método alemán

El **método de amortización alemán**, después del francés, es el más utilizado. A diferencia del francés, que es de cuotas fijas, en el alemán se amortiza el capital en forma constante, mientras en el francés se paga primero los intereses.

Cuando llevamos la mitad del plazo cumplido, se habrá pagado el 50 % del precio real del préstamo, en tanto, en el francés, se habrán pagado principalmente intereses.



La desventaja es que las cuotas no son todas iguales; al principio son mayores. En el francés sí se mantienen constantes. La cuota será la suma de la amortización con los intereses, y la amortización será igual a la deuda dividida para el número de periodos convenidos. Si se piensa cancelar anticipadamente el crédito, es más ventajoso elegir el sistema alemán debido a que las primeras cuotas se componen en mayor proporción de capital y su saldo de deuda será menor que bajo el sistema francés.

Los intereses son decrecientes, porque la deuda de capital disminuye en cada periodo, en un valor fijo. La cuota total es decreciente, como consecuencia de las características mencionadas anteriormente

### 7.14.3 Método americano o al vencimiento

El método americano es un método de amortización basado en el pago exclusivo de intereses; a través de las cuotas de cada periodo, mientras que el capital es amortizado una sola vez y en la última cuota, es decir, cuando vence el crédito.

### 7.14.4 Método con seguro de desgravamen

El **seguro de desgravamen** tiene por objeto pagar la deuda que se mantenga con una entidad del sistema financiero en caso del fallecimiento del asegurado (o en algunos casos por invalidez), lo que beneficia a los herederos del asegurado. Si un préstamo no contara con este seguro y el titular del crédito fallece, serán los herederos quienes tendrán que asumir esta obligación.

Existen varios tipos de **seguro de desgravamen**: el simple y el mancomunado. Este último consiste en que, en caso de que fallezca cualquiera de los miembros de una sociedad conyugal que pidió un préstamo, ambos quedarán liberados de la obligación. En tanto que, el tipo de seguro desgravamen simple, solo cubrirá ante el fallecimiento del contratante.

Revisar el problema planteado en, ejercicios en Microsoft Excel, número XIII, que contiene los cuatro casos.

### Aplicaciones en Microsoft Excel

1. Una deuda de \$ 8.125,79 se va a cancelar mediante el pago de 6 cuotas bimestrales de \$ 1.500,00, ¿qué tasa de interés anual capitalizado cada dos meses se aplica al crédito? Elabore la tabla de amortización.

Datos:

$$VP = 8.125,79$$

$n = 6$  bimestres

$R = 1.500,00$  bimestrales

$i = ?$  bimestral

Diagrama de tiempo (figura 7.15).

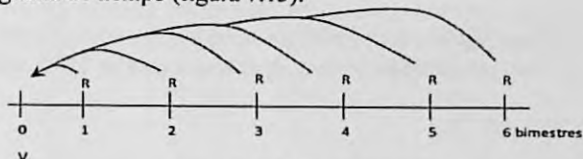


Figura 7.15. Gráfico de valor presente

Aplicando la fórmula de anualidades:

$$8.125,79 = 1.500,00 \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-6}}{i} \right]$$

Para resolver esta ecuación, se deberá aplicar el método prueba y error o utilizar la función Tasa de Financiera de Excel, y ésta es:

$$= TASA(Nper, Pago, Va, Vf, Tipo, Estimar)$$

Con la nomenclatura utilizada en el libro se tiene:  $Nper = n$ ,  $Pago = -R$ ,  $Va = A = VP$ ,  $Vf = S = VF$ ,  $Tipo =$  anualidad vencida,  $Estimar =$  estimación de la tasa de interés. En los tres últimos argumentos se omite o se pone el número cero. Con la información respectiva se tiene:

$$= TASA(6, -1500, 8125.79, 0, 0, 0)$$

La respuesta que nos proporciona el *software* es 3 % bimestral, lo que equivale a 18 % anual capitalizado bimestralmente.

Tabla de amortización (figura 7.16).

	A	B	C	D	E	F
	Periodo	Capital Inscrito al principio del periodo	Interés vencido al final del periodo	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del periodo	Saldo deuda al final del periodo
1						
2	1	8.125,79	243,77	1.500,00	1.256,23	6.869,56
3	2	6.869,56	206,09	1.500,00	1.293,91	5.575,65
4	3	5.575,65	167,27	1.500,00	1.332,73	4.242,92
5	4	4.242,92	127,29	1.500,00	1.372,71	2.870,20
6	5	2.870,20	86,11	1.500,00	1.413,89	1.456,31
7	6	1.456,31	43,69	1.500,00	1.456,31	0,00

Figura 7.16. Tabla de amortización en Excel

2. Un colegio compra un equipo para el laboratorio de química, cuyo precio de contado es de \$ 195.000,00. Si compra a crédito debe dar una entrada o cuota inicial de \$ 50.000,00 y el resto en 10 abonos bimestrales vencidos. Los cinco primeros abonos son de \$ 14.570,35, el sexto y séptimo de \$ 13.964,38 y los tres últimos de \$ 25.000,00. Calculemos el valor de la tasa de interés bimestral que está pagando el colegio.

Para resolver este problema se va a utilizar la función *Buscar objetivo*, pero previamente se va a suponer una tasa de 0,001 anual (celda B2).

Datos:

$$VP = 195.000,00 - 50.000,00 = 145.000,00$$

$$R1 = 14.570,35$$

$$R2 = 13.964,38$$

$$R3 = 25.000,00$$

$$i = i? \text{ bimestral}$$

$$n1 = 5 \text{ bimestres}$$

$$n2 = 2 \text{ bimestres}$$

$$n3 = 3 \text{ bimestres}$$

Diagrama de tiempo (figura 7.17).

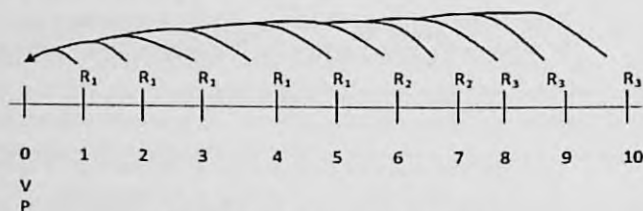


Figura 7.17. Gráfico de valor presente

Se construye la tabla de amortización con una tasa de 0,001 bimestral como primer intento, como se observa a continuación (figura 7.18).

	A	B	C	D	E	F
1						
2		i =	0,001	bimestral		
3						
	Período	Capital insoluto al principio del período	Interés vencido al final del período	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del período	Saldo deuda al final del período
4	1	145.000,00	145,00	14.570,35	14.425,35	130.574,65
5	2	130.574,65	130,57	14.570,35	14.439,78	116.134,87
6	3	116.134,87	116,13	14.570,35	14.454,22	101.680,66
7	4	101.680,66	101,68	14.570,35	14.468,67	87.211,99
8	5	87.211,99	87,21	14.570,35	14.483,14	72.728,85
9	6	72.728,85	72,73	13.964,38	13.891,65	58.837,20
10	7	58.837,20	58,84	13.964,38	13.905,54	44.931,66
11	8	44.931,66	44,93	25.000,00	24.955,07	19.976,59
12	9	19.976,59	19,98	25.000,00	24.980,02	(5.003,43)
13	10	(5.003,43)	(5,00)	25.000,00	25.005,00	(30.008,44)

Figura 7.18. Tabla de amortización en Excel

A continuación nos vamos a menú Datos, Análisis de hipótesis, *Buscar objetivo*, y en la última ventana localizamos la siguiente información: Definir celda: \$F\$14, Con el valor: 0 (número cero), Cambiando la celda: \$C\$2. Al aceptar la ventana, la respuesta la vemos en la figura 7.19.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		i =	0,0327483	bimestral		
3						
	Período	Capital insoluto al principio del período	Interés vencido al final del período	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del período	Saldo deuda al final del período
4	1	145.000,00	4.748,51	14.570,35	9.821,84	135.178,16
5	2	135.178,16	4.426,86	14.570,35	10.143,49	125.034,67
6	3	125.034,67	4.094,68	14.570,35	10.475,67	114.558,99
7	4	114.558,99	3.751,62	14.570,35	10.818,73	103.740,26
8	5	103.740,26	3.397,32	14.570,35	11.173,03	92.567,23
9	6	92.567,23	3.031,42	13.964,38	10.932,96	81.634,27
10	7	81.634,27	2.673,39	13.964,38	11.290,99	70.343,27
11	8	70.343,27	2.303,62	25.000,00	22.696,38	47.646,90
12	9	47.646,90	1.560,36	25.000,00	23.439,64	24.207,25
13	10	24.207,25	792,75	25.000,00	24.207,25	0,00

Figura 7.19. Tabla de amortización en Excel

La respuesta es 3,274832 % bimestral.

- Pedro va a comprar un vehículo valuado en \$ 70.000,00. Da una entrada o cuota inicial de \$ 15.000,00 y el resto en 10 abonos bimestrales

vencidos. Los abonos sexto y séptimo tienen un valor de \$ 10.500,00 cada uno; el octavo, noveno y décimo pagos de \$ 10.000,00 cada uno. La tasa de interés es de 15 % compuesto bimestralmente. Calculemos el valor del abono bimestral de los cinco primeros periodos.

Para resolver este problema se va a utilizar la función *Buscar objetivo*. Se escribe la información, tal como se ve a continuación. No olvide que la información está interconectada mediante fórmulas. Es por este motivo que el saldo insoluto va creciendo en vez de disminuir, ya que no se ha liquidado durante 5 periodos ningún abono, según la tabla presentada.

Datos:

$$VP = 55.000,00$$

$$R1 = ?$$

$$R2 = 10.500,00$$

$$R3 = 10.000,00$$

$$i = \frac{0,15}{6} \text{ bimestral}$$

$$n1 = 5 \text{ bimestres}$$

$$n2 = 2 \text{ bimestres}$$

$$n3 = 3 \text{ bimestres}$$

Diagrama de tiempo (Figura 7.20).

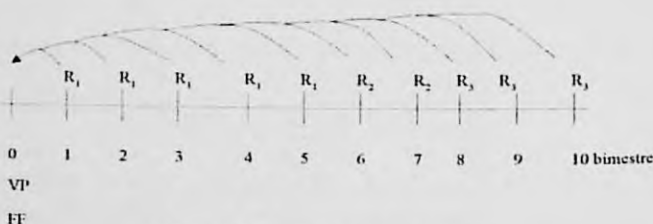


Figura 7.20. Gráfico de valor presente

Si usted no sabe cómo armar la tabla de amortización, asuma  $R_1 = 50.00$ , y construya lo solicitado. Una vez que tenga la tabla, borre el valor de la celda D2. (figura 7.21).

	A	B	C	D	E	F
	Periodo	Capital insoluto al principio del período	Interés vencido al final del período	Cuota o pago	Capital pagado por cuota al final del período	Saldo deuda al final del período.
1						
2	1	55.000,00	1.375,00		(1.375,00)	56.375,00
3	2	56.375,00	1.409,38	-	(1.409,38)	57.784,38
4	3	57.784,38	1.444,61	-	(1.444,61)	59.228,98
5	4	59.228,98	1.480,72	-	(1.480,72)	60.709,71
6	5	60.709,71	1.517,74	-	(1.517,74)	62.227,45
7	6	62.227,45	1.555,69	10.500,00	8.944,31	53.283,14
8	7	53.283,14	1.332,08	10.500,00	9.167,92	44.115,22
9	8	44.115,22	1.102,88	10.000,00	8.897,12	35.218,10
10	9	35.218,10	880,45	10.000,00	9.119,55	26.098,55
11	10	26.098,55	652,46	10.000,00	9.347,54	16.751,01

Figura 7.21. Tabla de amortización en Excel

Las celdas D3, D4, D5 y D6 tienen un guion (-) que, en formato de contabilidad, significa 0,00. La celda D2 está vacía.

A continuación nos vamos a menú *Datos, Análisis de hipótesis, Buscar objetivo*, y en la última ventana ubicamos la siguiente información: Definir celda: \$F\$11, Con el valor: 0 (número cero), Cambiando la celda: \$D\$2. Al aceptar la ventana se tendrá que el abono bimestral buscado es \$ 2.816,69.

### Ejercicios

1. Calcule el valor de la cuota anual necesaria para amortizar una deuda de \$ 90.000,00 en 18 años, con una tasa de interés del 12 % anual, con capitalización efectiva.
2. Calcule el valor de la cuota trimestral necesaria para amortizar una deuda de \$ 17.000,00 en 8 años, con una tasa de interés del 15 % anual capitalizable trimestralmente.
3. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 40.000,00, amortizable en pagos semestrales iguales durante 5 años, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule la cuota semestral y elabore la tabla de amortización correspondiente.
4. Una empresa obtiene un préstamo por \$ 99.000,00 a 8 años de plazo, que debe pagarse en cuotas trimestrales, con una tasa de interés del 18 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule la renta y el saldo insoluto, inmediatamente después de pagar la cuota 20.
5. La empresa Riko obtiene un préstamo de \$ 10.000 a 10 años de plazo para amortizarlo mediante pagos semestrales. El primer pago debe hacerlo luego de haber transcurrido 6 meses. Considere una tasa de interés del 14 % anual, capitalizable semestralmente, y calcule el saldo insoluto luego de haber pagado la cuota 12.

6. En el problema anterior calcule: a) la distribución de la cuota 13 en intereses y b) el capital pagado por cuota. Reconstruya la tabla de amortización en los periodos 13 y 14.
7. Una empresa adquiere una propiedad por un valor de \$ 1.200.000 mediante el sistema de amortización gradual. Hipoteca dicha propiedad a una institución financiera, a 25 años de plazo, pagaderos en cuotas mensuales iguales, a una tasa de interés del 12 % anual capitalizable mensualmente. Calcule: a) el valor de la cuota mensual, b) los derechos del acreedor, c) los derechos del deudor, d) ambos, luego de haber pagado la cuota 200.
8. Anita adquiere una casa mediante el sistema de amortización gradual e hipoteca la propiedad a una institución financiera, por un valor de \$ 120.000,00 a 30 años de plazo, pagaderos en cuotas mensuales con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule: a) el valor de la cuota mensual, b) cuánto le queda por pagar luego de la cuota 300, c) cuánto ha pagado de la deuda.
9. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 25.000,00 a 9 años de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable semestralmente, que debe pagarse en cuotas trimestrales. Calcule el valor de la cuota trimestral (necesita calcular la tasa trimestral equivalente).
10. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 36.000,00 a 7 años de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente, que debe ser pagado en cuotas bimestrales. Calcule el valor de la cuota bimestral (necesita calcular la tasa bimestral equivalente).
11. Calcule el valor del depósito trimestral necesario para acumular \$ 20.000,00 en 4 años, considerando una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable trimestralmente.
12. Calcule el valor del depósito trimestral necesario para acumular \$ 35.000,00 en 5 años, a una tasa de interés del 5 % anual, capitalizable trimestralmente, y elabore la tabla de valor futuro correspondiente.
13. La empresa xyz desea constituir un fondo de \$ 40.000,00 para reposición de una maquinaria al cabo de 5 años. Calcule el valor del depósito semestral que debe realizar, si se considera una tasa de interés del 7 % anual, capitalizable semestralmente, y elabore la tabla de fondo de amortización o de valor futuro correspondiente.
14. Una empresa desea acumular un capital de \$ 70.000 en 4 años, mediante depósitos semestrales iguales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule: a) el valor del depósito semestral, b) el valor acumulado, c) el saldo insoluto al final del periodo 6.
15. La empresa Arme consigue un préstamo de \$ 120.000 a 10 años de plazo, incluidos 2 años de gracia, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable semestralmente y una comisión de compromiso del 2 %



- anual, capitalizable semestralmente, sobre saldos deudores. Calcule el valor de la cuota semestral y elabore la tabla de amortización gradual correspondiente.
16. Una persona desea comprar una motocicleta por un valor de \$ 18.000, que debe pagarse en cuotas mensuales fijas, a 3 años de plazo, con una tasa de interés del 2 % mensual. Calcule el valor de la cuota fija mensual para las tres alternativas que le ofrecen y seleccione la más baja: a) por acumulación de intereses o método lagarto, b) sobre saldos deudores, c) por amortización gradual.
  17. Una persona obtiene un préstamo de \$ 30.000,00 a 3 años de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente, que se reajusta luego del primer año al 10 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule: a) la cuota original y b) la cuota con reajuste.
  18. En el problema anterior, construya la tabla de amortización gradual en los primeros 12 periodos.
  19. En el problema 17 reconstruya la tabla de amortización en los periodos 13, 14 y 15 con la nueva renta y la nueva tasa de interés.
  20. En el problema 17 calcule una nueva renta tomando en cuenta el primer reajuste, luego de pagar la cuota número 24, a una tasa de interés reajustada del 6 % anual capitalizable mensualmente y reconstruya la tabla hasta la cuota 36.
  21. Una empresa de turismo desea comprar una flota de buses para transporte de turistas, para lo cual realiza un préstamo de \$ 250.000,00 a 15 años de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable trimestralmente. Al final del tercer año la tasa se reajusta al 10,2 % anual, capitalizable trimestralmente; al final del séptimo año la tasa se reajusta al 7,8 % anual, capitalizable trimestralmente; al final del décimo cuarto año, la tasa se reajusta al 6 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule la cuota original y la cuota para cada reajuste.
  22. Calcule el valor de la cuota semestral necesaria para amortizar una deuda de \$ 50.000 a 5 años de plazo, con una tasa de interés del 11 % anual, capitalizable semestralmente.
  23. Calcule el valor de la cuota mensual necesaria para amortizar una deuda de \$ 15.000 en 6 años, considerando una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente.
  24. Una empresa obtiene un préstamo de \$ 380.000 para amortizarlo en cuotas trimestrales a 10 años de plazo, con una tasa de interés del 8 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule el saldo insoluto luego de pagar la cuota 10.
  25. En el problema anterior, reconstruya la tabla de amortización gradual en el periodo 11.
  26. Federico adquiere una casa por un valor de \$ 95.000 mediante una hipoteca con el sistema de amortización gradual. El plazo es de 15 años,

- con una tasa de interés del 6 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule: a) el valor de la cuota mensual, b) los derechos del acreedor, c) los derechos del deudor, d) ambos, luego del pago 60.
27. Francisco desea adquirir un auto a crédito, por un valor de \$ 36.000 a 3 años de plazo, que debe ser pagado en cuotas fijas mensuales, con una tasa de interés del 1 % mensual. ¿Cuál de las siguientes alternativas le conviene para comprar el auto?
- Método de acumulación de intereses o método lagarto.
  - Método de saldos deudores.
  - Método de amortización gradual.
28. Una empresa obtiene un préstamo por \$ 60.000 a 5 años de plazo, con una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente; los pagos son trimestrales. Calcule el valor del pago trimestral.
29. Una persona obtiene un préstamo de \$ 20.000 a 3 años de plazo y una tasa de interés del 24 % anual, capitalizable mensualmente, la cual se reajusta luego de los primeros 12 meses al 21 % anual, capitalizable mensualmente. Calcule el valor de la renta o pago mensual original y la renta o pago después del reajuste.
30. Una empresa requiere constituir un fondo de valor futuro para reposición de equipos por un valor de \$ 75.000 durante 10 años, que es la vida útil estimada de dichos equipos, mediante depósitos trimestrales con una tasa de interés del 5 % anual, capitalizable trimestralmente. Calcule el valor del depósito trimestral.
31. Cierta empresa requiere acumular un fondo de \$ 50.000 durante 5 años mediante depósitos semestrales, en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 4 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule: a) el valor del depósito semestral, b) el valor acumulado luego del depósito número 4, y c) el del saldo insoluto luego del depósito.
32. Una organización requiere constituir un fondo para pagar eventuales indemnizaciones por cesantía de sus trabajadores, para lo cual retiene el 5 % del sueldo de cada trabajador y como empleador aporta el 7 % mensual. Estos valores se depositan todos los meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 4 % durante los primeros 10 años, 5 % anual durante los siguientes 10 años y 6 % anual por los últimos 15 años. El sueldo promedio de los primeros 10 años fue de \$ 500, en los siguientes 10 años fue de \$ 900 y en los últimos 15 años, de \$ 1.500. Calcule: a) el fondo de cesantía, y b) los intereses generados a favor de cada trabajador.

#### Ejercicios en Microsoft Excel

- Un préstamo de \$ 8.000 se va a amortizar por medio de 6 pagos mensuales iguales. Obtenga el abono mensual si la tasa de interés es de 14 % capitalizable mensualmente y elabore la tabla de amortización.

- ii. Ernesto compra un departamento avaluado en \$ 180.000 y paga el 15 % de entrada o cuota inicial, y el resto, gracias a un préstamo hipotecario, a 20 años, a una tasa de interés de 18 % anual, capitalizable cada mes. Calcule el pago mensual y elabore la tabla de amortización para los primeros 5 meses.
- iii. Pedro compró un torno mecánico en \$ 35.000. La forma de pago es la siguiente: una entrada o cuota inicial de 5 %, cuatro pagos trimestrales iguales, y \$ 5.000 que entregará junto con el último pago. La tasa de interés es de 19 % anual, capitalizable cada trimestre. Por medio de una tabla de amortización calcule el valor del pago trimestral.
- iv. La lotería de cierto pueblo ofrece como primer premio la suma de \$ 10.000. Para la entrega del premio, el municipio establece que el ganador recibirá el 30 % de contado y el resto se depositará en una inversión que reconoce el 9 % mensual capitalizable mensual, y el afortunado podrá retirar \$ 1.450 al final de cada mes. ¿Cuántos retiros podrá hacer el ganador de la lotería y de cuánto cada uno? Resuelva por medio de una tabla de amortización.
- v. Una deuda de \$ 120.000 debe amortizarse mediante 6 cuotas bimestrales vencidos. Los tres primeros pagos serán iguales y por cierta cantidad, el cuarto y quinto el doble del primero, y el sexto será el triple del quinto. A partir de una tabla de amortización obtenga el valor de las tres primeras cuotas, si la tasa de interés es de 15 % bimestral, capitalizado bimestralmente.
- vi. La vida útil de un escáner es de 5 años. Con la finalidad de reemplazarlo al final de este tiempo se crea un fondo de amortización con depósitos anuales vencidos de \$ 501,28, a una tasa de interés de 9 % anual, capitalizado anualmente. La finalidad de este fondo es acumular la suma de \$ 3.000. Realice una tabla de capitalización, o tabla de fondo de amortización, para visualizar cómo se acumula el dinero para este fin, periodo por periodo.
- vii. La vida útil de un torno que acaba de adquirir una mecánica en \$ 150.000 es de 5 años. Con el fin de reponerlo al final del plazo, esta empresa establece un fondo de amortización, y, para ello, va a realizar depósitos vencidos anuales, a una tasa de interés efectiva de 9 %. Calcule el depósito que debe realizar cada año, por medio de la tabla del fondo.
- viii. Se quiere disponer de \$ 20.000 en 6 años, para lo cual Marcelo debe depositar cierta cantidad, a una tasa efectiva de 13 % anual. Encuentre el primer pago, si sabe que el segundo es el doble del anterior, el tercero el doble de segundo, y así en forma sucesiva.
- ix. Armando desea amortizar una deuda de \$ 10.000 en 12 pagos mensuales. En los primeros 5 meses, la tasa es de 3 % mensual, capitalizado mensualmente. De ahí en adelante sube cada mes en 0,5 %, y en los dos últimos meses la tasa es de 6,5 % mensual, capitalizado mensualmente.

- El deudor solicita que los periodos 3, 6 y 9 sean de gracia y ofrece un pago extra de \$ 1.000 en el periodo 10, y de \$ 2.000 en el periodo 12. Calcule las cuotas que debe desembolsar.
- x. Una empresa solicita a un banco un préstamo de \$ 100.000. Ambas partes están de acuerdo con el siguiente plan de pagos: tasa de interés 12 % capitalizable cada trimestre, para el primer año. El segundo año tendrá un incremento de 3 %. El tercer año, otro incremento, pero de 4 %, tiempo de plazo 3 años, pagos trimestrales. El primer pago se efectuará dentro de 3 meses, y de allí en adelante cada pago aumentará en un 2 % trimestral, solamente para el primer año, y de ahí en adelante, el pago se mantendrá constante e igual al último pago del primer año. Calcule el valor del primero y del último pago.
  - xi. Una deuda de \$ 90.000 debe amortizarse mediante 6 pagos bimestrales vencidos: los tres primeros serán de \$ 15.000 cada uno, el cuarto y quinto pago serán por \$ 20.000. Utilizando una tabla de amortización obtenga el valor del último pago, si la tasa de interés es de 12 % anual capitalizable cada semana.
  - xii. Vuelva a resolver el problema anterior, pero asumiendo que la tasa efectiva es de
  - xiii. Víctor Hugo solicita un préstamo de \$ 6.000 al seguro de cesantía, a un plazo de 12 meses y una tasa de 10,50 % anual compuesto cada mes. Elabore la tabla de amortización, aplique los métodos francés, alemán y americano.
  - xiv. También, elabore la tabla de amortización considerando un seguro de desgravamen de 0,2375 % anual. Los gastos administrativos son \$ 5,25 que se cobrarán solamente una vez y al inicio de los pagos mensuales.
  - xv. Marcelo solicita un préstamo de \$ 5.000, a una tasa de 12 % anual capitalizable cada mes; el plazo es de 10 meses. Calcule el abono que debe cancelar mensualmente y elabore la tabla de amortización general.
  - xvi. Doris solicita un préstamo de \$ 15.000, a una tasa de 10 % anual, capitalizable cada trimestre; el plazo es de 5 trimestres. Calcule el abono que debe cancelar mensualmente y elabore la tabla de amortización.
  - xvii. Janeth solicita un préstamo de \$ 5.000, a una tasa de 12 % anual, capitalizable cada mes; el número de pagos mensuales será de 8. Calcule el abono que debe cancelar mensualmente, si el primer pago debe realizarlo dentro de 4 meses, y elabore la tabla de amortización.

### Autoevaluación

1. ¿En qué consiste la amortización gradual?
2. ¿Qué es una tabla de amortización gradual?
3. ¿Cómo se calcula la renta o pago periódico para amortizar una deuda?
4. ¿Qué es el saldo insoluto?
5. ¿Cómo se calcula el saldo insoluto de una deuda?

6. ¿En qué consisten los derechos del acreedor y el deudor? ¿Cómo se pueden calcular?
7. ¿Cómo se puede calcular la nueva renta cuando existe un reajuste en la tasa de interés?
8. ¿Qué debe hacerse cuando el periodo de capitalización de una tasa de interés no coincide con los periodos de pago?
9. ¿Cómo se puede calcular un fondo de valor futuro?
10. ¿En qué consiste la unidad de valor constante? ¿Para qué se utiliza?

## 8. DOCUMENTOS FINANCIEROS

### Presentación

En este capítulo se estudiarán el sistema financiero con las principales normas e instituciones que lo conforman, y los principales documentos financieros, tanto los de renta fija como variable. Dentro de estos documentos se analizarán los conceptos y cálculos vinculados a los diversos tipos de bonos que circulan en los mercados. Otros temas serán los seguros, las tasas de interés real, el valor actual neto y las tasas internas de retorno, necesarias, estas últimas, para evaluar los proyectos empresariales.

Aunque aparezcan tratados de una manera sencilla son conceptos básicos que constituyen un conjunto de conocimientos que complementan los explicados en los capítulos anteriores, y dan una orientación real del área de aplicación de la matemática financiera.

No faltarán aplicaciones en la hoja electrónica Excel.

### Objetivo general

Conocer el sistema financiero, sus normas e instituciones, los documentos financieros, los bonos, seguros y tasas de interés especiales como una aplicación de las matemáticas financieras.

### Objetivos específicos

- Conocer el sistema financiero, sus principales normas y las instituciones que lo integran.
- Diferenciar los principales documentos financieros que se manejan en el sistema financiero.
- Comprender el concepto de bonos y calcular el precio de los mismos.
- Conocer en qué consisten los seguros y su aplicación.
- Comprender el concepto de tasa de interés real y de valor actual neto y tasa interna de retorno.
- Calcular el precio y rendimiento de documentos financieros.
- Utilizar la hoja electrónica Excel en la resolución de problemas de bonos, tasa interna de retorno (TIR) y valor actual neto (VAN).

### 8.1 Sistema financiero

Es un conjunto de instituciones interrelacionadas e interdependientes que regulan y operan las actividades financieras mediante leyes o normas en un país o región geográfica.

Las instituciones que conforman el sistema financiero recogen los excedentes financieros, los ahorros, y los canalizan hacia aquellas personas que los requieren.

Uno de los elementos del sistema está conformado por el conjunto de normas o leyes y disposiciones en general que regulan las actividades de las personas naturales y jurídicas que se dedican a las actividades financieras. Entre ellas, la captación y el manejo del dinero, inversiones, préstamos, ahorros, compraventa de valores o documentos financieros, manejo de las tasas de interés, etc.

Estas normas pueden diferir en su denominación de acuerdo con las leyes o regulaciones de los países. Algunos ejemplos son:

- *Ley General de instituciones del sistema financiero* y otras con similar denominación que regulan las actividades de las instituciones financieras, como los bancos, las sociedades financieras, las cooperativas de ahorro y crédito, las mutualistas, compañías de arrendamiento mercantil, compañías emisoras o administradoras de tarjetas de crédito, la Dirección Nacional del Tesoro, etc.
- *Ley del Mercado de valores* y otras con similar denominación que regulan la operación de un mercado de valores organizado, integrado, eficaz y transparente. Abarca el mercado bursátil y extrabursátil, el Consejo Nacional de Valores, las casas de valores, las administradoras de fondos de inversión, los agentes de bolsa, las calificadoras de riesgo y otras.
- *Ley de Régimen monetario* y otras con similar denominación que regulan la emisión de moneda y la paridad cambiaria, las tasas de interés, los términos de intercambio, la inflación, etc.
- Otras leyes, como la Ley de Compañías, la Ley de Empresas Aseguradoras, el Código Civil, el Código Tributario, etc.
- Otro elemento importante del sistema financiero lo constituyen las instituciones, las cuales se pueden clasificar así:
- *Monetarias*: instituciones públicas que tienen la facultad de emitir dinero, con el respectivo respaldo en oro, divisas u otro medio de pago, como el Banco Central, el Banco de la Moneda, la Junta Monetaria, la Dirección Nacional de Tesoro u otros organismos similares.



- *Operativas*: ministerios de Economía y Hacienda, Ministerio de Economía y Finanzas, Dirección Nacional de Seguro Social; son aquellas que definen y ejecutan las políticas financieras y monetarias.
- *De control*: instituciones públicas que, respaldadas en la respectiva ley, tienen facultad para controlar y sancionar a aquellas personas naturales o jurídicas que incumplan la ley. Además, deben orientar y regular las actividades financieras. Por ejemplo, Superintendencia de Bancos, Superintendencia de Compañías, Junta Bancaria y Consejo Nacional de Valores, entre otros.
- *Entidades bancarias públicas*: son las encargadas de manejar dinero o valores y otorgar créditos, con fines sociales o de servicio, sin ánimo de lucro, tales como: el Banco Nacional de Fomento, el Banco de la Vivienda, la Corporación Financiera Nacional, el Instituto de Crédito Educativo, el Banco de Desarrollo, y otras instituciones financieras públicas que, con diferentes denominaciones, tienen como finalidad impulsar los procesos de desarrollo mediante líneas de crédito, especialmente a los sectores de la población con menores ingresos.
- *Entidades bancarias privadas*: bancos privados de diferente tipo, con alcance geográfico local, nacional e internacional, que son intermediarios en el mercado financiero, ya que captan recursos del público—mediante depósitos—y los utilizan para realizar operaciones de crédito o inversión, con fines de lucro.
- *Otras entidades financieras no bancarias*: su funcionamiento y denominación dependen de las respectivas leyes de cada país. Algunas de ellas son:
  - Cooperativas de ahorros y créditos: mutualistas que financian dinero para vivienda.
  - Servicios financieros: almacenes generales de depósito, compañías de arrendamiento mercantil (*leasing*), compañías emisoras o administradoras de tarjetas de crédito, casas de cambio, corporaciones de garantía y retrogarantía, compañías de titularización, fiduciarias y otras.
  - Servicios auxiliares: transporte de especies monetarias y de valores, servicios de cobranzas, cajeros automáticos, servicios contables y de computación, fomento a las exportaciones y otras.
  - Empresas o instituciones privadas y públicas, incluyendo la seguridad social.

### 8.1.1 Mercado de valores

El mercado de valores abarca el mercado bursátil y el extrabursátil, y las respectivas instituciones públicas y privadas que lo controlan y operan, como la Comisión Nacional del Mercado de Valores, el Consejo Nacional de Valores, las bolsas de valores, las administradoras de fondos de inversión, los agentes de bolsa y los usuarios e inversionistas. Es decir, la administración y negociación de documentos financieros de renta variable y de renta fija. Por ejemplo, en el caso de renta variable, las acciones, y en el caso de renta fija, pagarés, letras de cambio, bonos, cédulas hipotecarias, certificados de tesorería, obligaciones de entidades públicas y del sector privado, aceptaciones bancarias, avales, cartas de crédito, cupones, pólizas y otros.

El mercado bursátil lo integran todos los valores o documentos financieros inscritos en el registro de las bolsas de valores. En cambio, el mercado extrabursátil lo integran aquellos valores o documentos financieros no inscritos en una bolsa de valores, pero sí en el mercado de valores.

### 8.1.2 Principales documentos financieros

Como se señaló, en el mercado de valores existen documentos de renta fija (a corto y largo plazo) y de renta variable.

- a. Los documentos de renta fija poseen las siguientes características:
  - Tienen un valor nominal que consta en el documento.
  - Algunos tienen una tasa de interés nominal que igualmente consta en el documento original.
  - Tienen fechas de suscripción y vencimiento.
  - Pueden negociarse libremente con una tasa de descuento o con una tasa de rendimiento.
  - Pueden ser emitidos por el sector público o el privado.
  - Pueden ser emitidos a corto o a largo plazo, y se pueden negociar a la par, con premio o con castigo.
  - Algunos de estos documentos tienen cupones desprendibles en los que constan los intereses que se deben pagar o cobrar por periodo.

Los documentos de renta fija pueden clasificarse en:

Papeles con descuento: su rendimiento está determinado por el descuento sobre el valor nominal que tienen en el momento de su adquisición:

- Bonos de estabilización monetaria (BEM).
- Bonos de estabilización de divisas.
- Certificados de abono tributario.

- Letras de cambio, pagarés, notas de crédito, aceptaciones bancarias.

Papeles a corto plazo (vencimiento entre 1 y 360 días):<<

- Pólizas de acumulación.
- Certificados financieros.
- Certificados de inversión.
- Bonos del Tesoro o certificados de tesorería.
- Certificados de arrendamiento mercantil.
- Otras obligaciones.

Papeles a largo plazo (vencimiento mayor de 360 días):

- Cédulas hipotecarias.
- Bonos de prenda.
- Bonos de garantía.
- Títulos hipotecarios.
- Bonos del Estado.
- Bonos dólares.
- Bonos de gobiernos seccionales (municipales, departamentales, regionales y provinciales).
- Bonos de estabilización de la deuda externa.
- Certificados de derecho fiduciario (Cdf).

b. Los documentos de renta variable son títulos cuyo rendimiento varía. El principal es la acción, que representa una parte del total en que está dividido el capital social o patrimonio de una empresa. Se caracterizan porque:

- Su valor nominal impreso en la acción casi siempre es un múltiplo de 10.
- Constituyen parte del capital social de la empresa.
- Se emiten cuando se constituye una empresa o cuando se realizan aumentos de capital de una empresa.
- Generan rendimiento que proviene de las utilidades de la empresa (dividendo).
- Pueden negociarse con un precio o valor mayor o menor a su valor nominal.
- El beneficio que generan varía en función de los resultados de la gestión empresarial.

Los documentos de venta fija y de venta variable se pueden negociar en las Ruedas de Bolsa, siempre y cuando estén inscritos en el Registro del Mercado de Valores y en la respectiva Bolsa de Valores.

### 8.1.3 Precio de los documentos financieros

Los documentos financieros de renta fija o de renta variable pueden negociarse en el mercado bursátil, o en el extrabursátil, de acuerdo con la oferta y demanda, las tasas de interés, el rendimiento y determinadas condiciones especiales.

#### Ejemplo

¿Cuál será el precio y el rendimiento de un pagaré cuyo valor nominal es de \$ 10.000,00, suscrito el 12 de marzo con vencimiento en 90 días, si se negocia el 11 de abril del mismo año, a una tasa de descuento del 9 % anual?

Según las condiciones del problema, el pagaré no reconoce una tasa de interés desde la suscripción; se entiende que los \$ 10.000,00 son al vencimiento, por tanto, se puede calcular el precio:

$$\text{Precio} = \text{Valor efectivo} = Cb = M(1 - dt)$$

*Fecha de vencimiento*

= 10 de junio (90 días desde el 12 de marzo)

*Número de días entre el 11 de abril y el 10 de junio*

= 60 días

$$\text{Precio} = 10.000,00 \left[ \left( 1 - 0,09 \frac{60}{360} \right) \right] = \% 9.850,00$$

Es decir que su precio equivale al 98,50 % del valor nominal. Para calcular el rendimiento se pueden tomar dos caminos:

- a. El primero, con la fórmula genérica del rendimiento:

$$\text{Rendimiento} = \left( \frac{100 - P}{P} \right)$$

$$\text{Rendimiento} = \left( \frac{100 - 98,50}{98,50} \right) = \left( \frac{360}{60} \right) = 0,09137$$

$$\text{Rendimiento} = 9,137 \%$$

- b. El segundo, con la fórmula de la tasa de interés en función de la tasa de descuento:

$$i = \frac{d}{1 - dt} = 0,09137 = 9,137 \%$$

También se puede calcular el precio con la fórmula del valor actual y la tasa de rendimiento:

$$C = \frac{10.000,00}{1 + 0,09137 \left( \frac{60}{360} \right)} = \% 9.850,00$$

Igualmente, se puede expresar el precio de la siguiente forma:

$$\text{Precio} = M \left[ 1 - 0,09 \left( \frac{60}{360} \right) \right]$$

*Precio = M(0,985) que es el 98,50 % del valor nominal*

$$\text{Precio} = 10.000,00(0,985) = \$ 9.850,00$$

### Ejemplos documentos que se negocian en la bolsa de valores

Cálculo de precio y rendimiento de documentos que se negocian en la bolsa de valores: letras de cambio, pagarés y papeles comerciales.

Fórmulas utilizadas (de la Bolsa de Valores de Quito)

$$\text{Rendimiento } R = \left[ \frac{\frac{1-p}{n} \cdot 360}{p} \right] 100$$

Donde:

R = rendimiento

p = precio

n = plazo por vencer en días calendario

Divisor año comercial de 360 días:

$$\text{Precio } p = \left[ 1 - \frac{(d \cdot n)}{360} \right] 100$$

Donde:

p = precio

n = plazo por vencer en días calendario

$$d = \text{tasa de descuento} = \frac{i}{1 + i \cdot \frac{n}{360}}$$

i = el rendimiento

Ejemplo del cálculo del rendimiento:

Calcular el rendimiento de una letra de cambio emitida el día de hoy a 147 días de plazo, y negociada con un precio de 98,5 % un día después (figura 8.1).

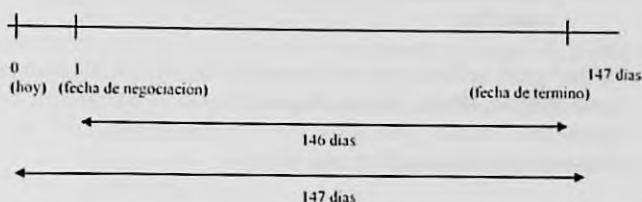


Figura 8.1. Gráfico de rendimiento

$$R = \left[ \frac{1 - 0,985}{\frac{146}{360} * 0,985} \right] 100$$

$$R = 3,75495445 \%$$

Calcular el precio, con los datos anteriores.

Aplicamos la fórmula de la tasa de descuento:

$$d = \frac{0,0375495445}{1 + 0,0375495445 * \frac{146}{360}}$$

$$d = 0,0369863$$

Tomamos la fórmula de precio:

$$p = \left[ 1 - \frac{(0,0369863 * 146)}{360} \right] 100$$

$$p = 98,5 \%$$

## 8.2 Bonos

Bono es una obligación o documento de crédito, emitido por un Gobierno o una entidad particular a un plazo perfectamente determinado, que devenga intereses pagaderos en periodos regulares de tiempo.<sup>42</sup>

Un bono es una promesa escrita de:

Una suma fija, llamada *valor de redención*, en una fecha dada, llamada *fecha de redención*.

<sup>42</sup> Lincoyán Portus Govinden, *Matemática financiera*. Bogotá: McGraw-Hill, 1975, p. 120.

Pagos periódicos conocidos como *pagos de intereses* hasta la fecha de redención.<sup>43</sup>

Según estas definiciones, el bono es un documento financiero que se utiliza para obtener dinero actual (liquidez), con la obligación de reconocer el respectivo interés periódico con los cupones como su valor original (nominal) en la fecha de vencimiento.

### 8.2.1 Características

En todo bono se pueden destacar los siguientes elementos:

- El *valor nominal* que consta en el documento, generalmente, es un múltiplo de 10. Ejemplo: 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, etc. Por lo regular se escriben, en mayúsculas, las iniciales del mes que inicia y el mes que termina cada pago de cupón.
- Ejemplo: un bono al 12 % pagadero en abril y octubre se puede expresar: 12 % AO.
- La *tasa de interés* que se debe pagar puede ser anual, con capitalización semestral, trimestral, etc.; la más común es la semestral.
- La *fecha de redención* es el plazo de terminación o fecha en la cual debe pagarse el valor nominal del bono. Casi siempre coincide con la fecha de pago de intereses.
- El *valor de redención* es el valor del bono a la fecha de finalización o redención. Este valor puede ser:
  - Redimible *a la par*: cuando el valor nominal y el valor de redención son iguales. Por ejemplo, un bono de \$ 1.000 redimible a la par =  $(1.000)(1) = \$ 1.000$ .
  - Redimible *con premio*: cuando el valor de redención es mayor que el valor nominal. Por ejemplo, un bono de \$ 1.000 redimible a 102:  $1000(1,02) = \$ 1.020$ .
  - Redimible *con descuento*: cuando el valor de redención es menor que el valor nominal. Por ejemplo, un bono de \$ 1.000 redimible a 98:  $1.000(0,98) = \$ 980$ .
- *Cupón*: es la parte desprendible del bono que contiene el valor de los intereses por periodo de pago. Por ejemplo, un bono de \$ 10.000 al 12 % FA, emitido el 1° de febrero de 1990 y redimible a la par el 1° de febrero del año 2020, establece los siguientes pagos: el pago de \$ 10.000 el 1° de febrero del año 2020, valor de redención =  $(10.000)(1) = \$ 10.000$ ; sesenta cupones o pagos semestrales de  $(10.000)(0,12/2) = \$ 600$  desde el 1° de agosto de 1990.

<sup>43</sup> Frank Jr. Ayres, *Matemáticas financieras. Teoría y 500 problemas resueltos*. México: McGraw-Hill, 1971, p. 106.



$$\text{Cupón} = 10.000(0,12) = \$ 600,00$$

- *Precio*: es el valor que tiene un bono cuando se negocia; puede ser a la par, con premio o con castigo.
  - *A la par*, cuando la tasa nominal del bono coincide con la tasa de negociación.
  - *Con premio*, cuando la tasa de negociación es menor que la tasa nominal del bono.
  - *Con castigo*, cuando la tasa de negociación es mayor que la tasa nominal del bono.

### Ejemplo

El 1° de junio de 2006 una persona compra un bono de \$ 1.000 al 7 % JD (junio-diciembre), redimible a 101 el 1° de junio de año 2023. ¿Cuál será: a) su valor de redención, b) el número de cupones y c) el valor de cada cupón?

- a.  $\$ 100.000(1,01) = \$ 101.000$  el 1° de junio de 2023.
- b. 40 cupones.
- c.  $(1.000)(0,0035) = \$ 35,00$ ; el primero de ellos el 1° de diciembre del 2006.

### 8.2.2 Fórmula para calcular el precio de un bono

El bono, por ser un documento financiero, es perfectamente negociable y se compra o vende considerando una tasa de interés del inversionista, que es diferente de la del bono. Para calcular su precio en una fecha de pago de interés se puede utilizar la siguiente fórmula, que combina el valor actual del bono con el valor actual de los cupones hasta el vencimiento del mismo:

$$\begin{aligned} \text{Precio de un bono} \\ &= \text{Valor actual del bono} \\ &+ \text{Valor actual de los cupones} \end{aligned}$$

$$P = C(1+i)^{-n} + \text{cupón} \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Fórmula 8.1. Cálculo del precio de un bono

Donde:

P = precio del bono en la fecha de pago de intereses

C = valor de redención del bono

i = tasa de interés por periodo, del inversionista o de negociación

n = número de cupones

Cupón = valor de cada cupón

**Ejemplos**

- a. ¿Cuál será el precio de venta de un bono de \$ 10.000 al 9 % FA, el 1° de febrero de 2003, redimible a la par el 1° de febrero de 2018, si se desea un rendimiento del 8 % anual con capitalización semestral?

$$P = C(1+i)^{-n} + \text{cupón} \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\text{Valor de redención: } 10.000(1) = \$ 10.000$$

$$\text{Número de cupones: } 30$$

$$\text{Valor del cupón} = 1.000,00 \left( \frac{0,09}{2} \right) = \$ 450,00$$

$$\text{Tasa de rendimiento o negociación} = \left( \frac{0,08}{2} \right) = 0,04$$

$$P = 10.000(1 + 0,04)^{-30} + 450 \left[ \frac{1 - (1 + 0,04)^{-30}}{0,04} \right]$$

$$P = 3.083,19 + 450(17,29)$$

$$P = \$ 10.864,60$$

Esta es una negociación con premio para el vendedor pues vende el bono en

$$\$ 10.864,60.$$

- b. ¿Cuál será el precio de compra de un bono de \$ 1.000 al 11 % JD, redimible a 101 el 1° de diciembre del año 2014, si se vende el 1° de diciembre de 2003 con un rendimiento del 11,5 % anual capitalizable semestralmente?

$$\text{Valor de redención: } 1.000(1,01) = \$ 1.010$$

$$\text{Número de cupones: } 22$$

$$\text{Valor del cupón} = 1.010 \left( \frac{0,115}{2} \right) = \$ 55,00$$

$$\text{Tasa de rendimiento o negociación} = \left( \frac{0,115}{2} \right) = 0,0575$$

$$P = 1.010(1 + 0,0575)^{-22} + 55,00 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0575)^{-22}}{0,0575} \right]$$

$$P = 295,225 + 676,93$$

$$P = \$ 972,155$$

Esta es una negociación con castigo para el vendedor pues vende el bono en \$ 972,155

### 8.2.3 Precio de un bono comprado o negociado entre fechas de pago de intereses

Con frecuencia la negociación de un bono se realiza en fechas diferentes a la de pago de intereses o pago de cupones. Para calcular el valor del bono en esas fechas se realiza el siguiente procedimiento:

- Se halla el valor del bono en la última fecha de pago de intereses, inmediatamente antes de la fecha de compra-venta.
- Se calcula el interés simple del referido valor, tomando en consideración los días exactos a partir de la última fecha de pago de intereses. Como procedimiento alternativo se calcula el interés tomando el número de días comprendidos entre la fecha de negociación y la fecha futura de pago de intereses.

#### Ejemplo

¿Cuál es el precio de compra de un bono de \$ 3.000 al 7 % AO, redimible a la par el 1° de abril de 2009, si se compra el 1° de julio de 2003 y se espera obtener un rendimiento del 6 3/4 %, capitalizable semestralmente?

$$\text{Valor de redención: } 3.000(1) = \$ 3.000$$

$$\text{Número de cupones: } 12$$

$$\text{Valor del cupón} = 3.000 \left( \frac{0,07}{2} \right) = \$ 105$$

$$\text{Tasa de rendimiento o negociación} = \left( \frac{0,0675}{2} \right) = 0,03375$$

$$P = 1.010(1 + 0,03375)^{-22} + 55,00 \left[ \frac{1 - (1 + 0,03375)^{-30}}{0,03375} \right]$$

$$P = 2.014,35 + 1.022,16$$

$$P = \$ 3.036,51$$

Este valor se acumula del 1° de abril al 1° de julio de 2003, que es la fecha de negociación del bono, al 6 3/4 % anual, capitalizable semestralmente, utilizando la fórmula del monto a interés simple:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 3.036,51 \left[ 1 + 0,03375 \left( \frac{91}{180} \right) \right] = 3.088,32$$

El precio del bono es de \$ 3.088,32, que es el denominado *bono sucio*; es decir, el valor al que todavía no se le resta el interés redituable.

**8.2.4 Interés redituable de un bono**

El interés redituable de un bono es una parte fraccionaria del pago de intereses en una fecha diferente del pago de cupones. Se obtiene así: el número de días (contados desde la última fecha de pago de un cupón hasta la fecha de compra), se divide por el número de días del periodo de capitalización de intereses, y luego este valor resultante se multiplica por los intereses del periodo completo.

El interés redituable se utiliza para obtener el denominado *bono limpio*; es decir, el bono al que se le ha restado el interés redituable. En el ejemplo anterior:

$$P = \$ 3.036,51 \text{ en la fecha de pago del cupón.}$$

$$P_1 = \$ 3.088,32 \text{ precio del bono sucio.}$$

Número de días desde la fecha de pago de interés: 91.

Capitalización semestral: 180 días.

$$\text{Intereses: } (3.000)(0,07) \frac{180}{360} = \$ 105 \text{ (Valor del cupón)}$$

$$\text{Interés redituable} = \frac{91}{180}(105) = \$ 53,08$$

El interés redituable sirve para calcular:

- a. El precio del bono limpio: precio del bono sucio – interés redituable:

$$3.088,32 - 53,08 = \$ 3.035,24$$

- b. El precio neto o precio con interés: precio del bono sucio + interés redituable:

$$3.088,32 + 53,08 = \$ 3.141,40$$

El más utilizado es el precio del bono limpio.

**8.2.5 Rendimiento de un bono**

Como se mencionó al explicar el precio de un bono en forma conceptual, el rendimiento de un bono está dado en función de la tasa de negociación que acuerden las partes: vendedor y comprador. Por tanto, existe un rendimiento con premio cuando se negocia un bono a una tasa menor que la nominal del bono; existe un rendimiento *a la par* cuando se negocia un bono con una tasa igual a la nominal del bono, y existe un rendimiento con castigo cuando se negocia un bono con una tasa mayor que la nominal del bono.

**Ejemplo**

Un bono de \$ 5.000 al 9 % MN, redimible a la par el 15 de noviembre del año 2015, se vende el 15 de mayo de 2006 con las siguientes opciones de rendimiento:

- Con una tasa de rendimiento del 8 % anual, capitalizable semestralmente.
- Con una tasa de rendimiento del 9 % anual, capitalizable semestralmente.
- Con una tasa de rendimiento del 10 % anual, capitalizable semestralmente.

¿Cuál es el precio para cada opción, así como el respectivo tipo de negociación (si es a la par, con premio o con castigo)?

*Valor de redención:*  $5.000(1) = \$ 5.000$

*Número de cupones:* 19

*Valor del cupón*  $= 5.000(0,09) \left( \frac{180}{360} \right) = \$ 225$

- a. Con  $i = 8\%$

$$P = 5.000(1 + 0,04)^{-19} + 225 \left[ \frac{1 - (1 + 0,04)^{-19}}{0,04} \right]$$

$$P = 2.375,21 + 2.955,14$$

$$P = \$ 5.328,35$$

Esta es una negociación con premio, pues su precio es mayor que el valor nominal.

- b. Con  $i = 9\%$

$$P = 5.000(1 + 0,045)^{-19} + 225 \left[ \frac{1 - (1 + 0,045)^{-19}}{0,045} \right]$$

$$P = 2.166,51 + 2.833,49$$

$$P = \$ 5.000$$

Esta es una negociación a la par, pues su precio es igual al valor nominal del bono.

- c. Con  $i = 10\%$

$$P = 5.000(1 + 0,05)^{-19} + 225 \left[ \frac{1 - (1 + 0,05)^{-19}}{0,05} \right]$$

$$P = 1.978,67 + 2.719,20$$

$$P = \$ 4.697,87$$

Esta es una negociación con castigo, pues su precio es menor que el valor nominal del bono.

### 8.2.6 Bonos cupón cero

Los bonos cupón cero son aquellos que no tienen cupones. Su valor actual o precio se calcula tomando solo como referencia su valor nominal y la tasa de negociación.

#### Ejemplo

¿Cuál será el precio de un bono cupón cero de \$ 9.000 al 7 % JD, redimible a la par el 10 de junio del año 2018, si se negocia el 10 de diciembre de 2006 a una tasa de rendimiento del 8 % anual, capitalizable semestralmente?

$$\text{Precio} = \text{Valor actual}$$

$$\text{Precio} = 9.000 (1 + 0,035)^{-23} = \$ 4.079,57$$

### 8.2.7 Otras clases de bonos

Además de los enunciados, existen diversas clases de bonos que, por razones de espacio, no desarrollaremos en este libro. Entre ellos se destacan:

Bonos seriados.

Bonos de anualidad.

Bonos de estabilidad monetaria (BEM).

Bonos del Estado (a largo plazo).

Bonos dólares.

Bonos con fecha opcional de redención.

Bonos de valor constante (para enfrentar la inflación).

Bonos municipales.

## 8.3 Seguros

Seguro es un contrato por el cual una persona natural o jurídica se obliga a resarcir pérdidas o daños que ocurran en las personas o cosas que corran riesgo.<sup>44</sup>

Seguros sociales: los que, en previsión de ciertos riesgos (accidentes, enfermedad, vejez, paro, defunción, invalidez, etc.), impone el Estado en

<sup>44</sup> Portus Goviden, *op. cit.*, p. 210.

favor de los empleados, de las empresas y de los usuarios de ciertos servicios públicos.<sup>45</sup>

El seguro se fundamenta en dos principios: la solidaridad y la buena fe de las personas.

Es necesario señalar que el seguro como contrato requiere que el asegurado realice un pago o varios pagos periódicos —denominados primas— al asegurador, a fin de que este último se obligue a resarcir las pérdidas o los daños que puedan ocurrir.

En los seguros intervienen los siguientes elementos:

- *Asegurador*: compañía o empresa que se compromete a resarcir el objeto asegurado, si llega a suceder un accidente o evento.
- *Asegurado*: persona u objeto que es protegido por el asegurador, previo pago de una prima periódica, al que se le reconoce una suma de dinero por eventos de muerte, accidente, etc.
- *Póliza*: contrato mediante el cual el asegurador se obliga con el asegurado a mantener la cobertura de un riesgo durante un periodo de tiempo. En este contrato deberán especificarse, entre otras, las coberturas básicas, las exclusiones, el mínimo deducible, el coaseguro y la prima respectiva.
- *Prima*: pago que realiza el asegurado al asegurador por una sola vez o periódicamente.
- *Indemnización*: pago que efectúa el asegurador al asegurado, en el caso de que suceda el evento sujeto del contrato de seguro o termine el plazo del seguro.
- *La persona o el objeto que será asegurado*: persona natural o jurídica, como un agente viajero, una compañía de publicidad, mercadería en tránsito, un vehículo, etc.
- *El riesgo que cubre el seguro*: muerte, accidente, pérdida, terremoto, incendio, robo, etc., que deben estar incluidos en los términos de la póliza de seguros.
- *Valor deducido o valor deducible*: valor mínimo de deducción al valor cubierto o asegurado.
- *Función del seguro*: John E. Magee, en su obra *Seguros generales*, afirma: “La función del seguro consiste en proporcionar certidumbre. Para llegar a este fin, el seguro trata de reducir las consecuencias inciertas de un peligro conocido, de tal manera que el costo de las pérdidas, al afectar a los individuos, sea cierto, o cuando menos relativamente cierto”.

<sup>45</sup> Gran Diccionario Enciclopédico Universal. Valencia: Ortells, 1980.



$$P = 5.000(1 + 0,05)^{-19} + 225 \left[ \frac{1 - (1 + 0,05)^{-19}}{0,05} \right]$$

$$P = 1.978,67 + 2.719,20$$

$$P = \$ 4.697,87$$

Esta es una negociación con castigo, pues su precio es menor que el valor nominal del bono.

### 8.2.6 Bonos cupón cero

Los bonos cupón cero son aquellos que no tienen cupones. Su valor actual o precio se calcula tomando solo como referencia su valor nominal y la tasa de negociación.

#### Ejemplo

¿Cuál será el precio de un bono cupón cero de \$ 9.000 al 7 % JD, redimible a la par el 10 de junio del año 2018, si se negocia el 10 de diciembre de 2006 a una tasa de rendimiento del 8 % anual, capitalizable semestralmente?

$$\text{Precio} = \text{Valor actual}$$

$$\text{Precio} = 9.000 (1 + 0,035)^{-23} = \$ 4.079,57$$

### 8.2.7 Otras clases de bonos

Además de los enunciados, existen diversas clases de bonos que, por razones de espacio, no desarrollaremos en este libro. Entre ellos se destacan:

Bonos seriados.

Bonos de anualidad.

Bonos de estabilidad monetaria (BEM).

Bonos del Estado (a largo plazo).

Bonos dólares.

Bonos con fecha opcional de redención.

Bonos de valor constante (para enfrentar la inflación).

Bonos municipales.

## 8.3 Seguros

Seguro es un contrato por el cual una persona natural o jurídica se obliga a resarcir pérdidas o daños que ocurran en las personas o cosas que corran riesgo.<sup>44</sup>

Seguros sociales: los que, en previsión de ciertos riesgos (accidentes, enfermedad, vejez, paro, defunción, invalidez, etc.), impone el Estado en

<sup>44</sup> Portus Govیدن, *op. cit.*, p. 210.

favor de los empleados, de las empresas y de los usuarios de ciertos servicios públicos.<sup>45</sup>

El seguro se fundamenta en dos principios: la solidaridad y la buena fe de las personas.

Es necesario señalar que el seguro como contrato requiere que el asegurado realice un pago o varios pagos periódicos —denominados primas— al asegurador, a fin de que este último se obligue a resarcir las pérdidas o los daños que puedan ocurrir.

En los seguros intervienen los siguientes elementos:

- *Asegurador*: compañía o empresa que se compromete a resarcir el objeto asegurado, si llega a suceder un accidente o evento.
- *Asegurado*: persona u objeto que es protegido por el asegurador, previo pago de una prima periódica, al que se le reconoce una suma de dinero por eventos de muerte, accidente, etc.
- *Póliza*: contrato mediante el cual el asegurador se obliga con el asegurado a mantener la cobertura de un riesgo durante un periodo de tiempo. En este contrato deberán especificarse, entre otras, las coberturas básicas, las exclusiones, el mínimo deducible, el coaseguro y la prima respectiva.
- *Prima*: pago que realiza el asegurado al asegurador por una sola vez o periódicamente.
- *Indemnización*: pago que efectúa el asegurador al asegurado, en el caso de que suceda el evento sujeto del contrato de seguro o termine el plazo del seguro.
- *La persona o el objeto que será asegurado*: persona natural o jurídica, como un agente viajero, una compañía de publicidad, mercadería en tránsito, un vehículo, etc.
- *El riesgo que cubre el seguro*: muerte, accidente, pérdida, terremoto, incendio, robo, etc., que deben estar incluidos en los términos de la póliza de seguros.
- *Valor deducido o valor deducible*: valor mínimo de deducción al valor cubierto o asegurado.
- *Función del seguro*: John E. Magee, en su obra *Seguros generales*, afirma: “La función del seguro consiste en proporcionar certidumbre. Para llegar a este fin, el seguro trata de reducir las consecuencias inciertas de un peligro conocido, de tal manera que el costo de las pérdidas, al afectar a los individuos, sea cierto, o cuando menos relativamente cierto”.

<sup>45</sup> Gran Diccionario Enciclopédico Universal. Valencia: Ortells, 1980.

- *Concepto de seguro:* Magee define el seguro como “proceso para efectuar certidumbre, cuando existen peligros amenazadores; el seguro puede ser definido, en un concepto amplio, como la garantía que uno da a otro contra alguna posible pérdida accidental [...] La práctica más generalizada es la de contribuir a formar un fondo común y, con ese fondo, pagar a quien haya sufrido una pérdida”.

Como se observa, dentro de estos conceptos se hallan incorporados los citados elementos que se mencionaron, entre los cuales el más importante es el costo de la prima de seguro.

- *Prima de seguro:* más adelante, el mismo autor plantea que: “El costo de una prima de seguro debe incluir el costo actuarial o costo de las pérdidas, el costo de mantenimiento del negocio y el costo de las contribuciones para constituir una reserva para catástrofes”<sup>46</sup>.

Es decir, que la prima de seguro debe ser calculada en forma real, de modo que pueda cubrir la catástrofe en caso de producirse y no ser demasiado alta, para que pueda ser pagada por el asegurado.

- *Reaseguro:* es común que las compañías aseguradoras se aseguren a su vez en otras empresas aseguradoras de mayor envergadura, para garantizarse a sí mismas y a sus clientes. Esto se conoce como reaseguro. Magee divide el seguro en dos grupos, como parte de la estructura económica:

- a. *Seguro social obligatorio:* su finalidad es proporcionar un mínimo de seguridad económica a todos los trabajadores para cubrir accidentes, enfermedades, invalidez, desempleo, muerte prematura, etc. Se caracteriza por su obligatoriedad legal, y porque el Estado lo administra. Esto depende de la respectiva legislación de los diferentes países y de las políticas de seguridad social que se apliquen.

- b. *Seguro voluntario:* es tomado por el asegurado, en forma voluntaria u obligada, para proteger personas o bienes. Este tipo de seguro comprende todo el vasto negocio de seguros desarrollado por compañías de propiedad privada. Cubre seguros de vida, accidentes, seguros marítimos, de incendio, robo, fianzas, etc.

Por ejemplo, en el caso de los seguros de vida, la póliza consiste en:

...un contrato entre una compañía de seguros y una persona llamada asegurado, mediante el cual el asegurado se compromete a pagar una prima ya sea de una vez o en pagos sucesivos (primas), comprometiéndose a su vez la compañía a pagar una suma fija a los beneficiarios al recibir las pruebas de la muerte del asegurado.<sup>47</sup>

---

<sup>46</sup> John E. Magee, *Seguros generales*. México: Uteha, 1970, p. 3.

<sup>47</sup> Idem.

- *Renta perpetua*: para calcular el valor actual de una renta perpetua se puede deducir la siguiente fórmula:

$$\text{Renta perpetua} = \lim_{n \rightarrow \infty} R \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$R \left[ \frac{1 - 0}{i} \right] = \frac{R}{i}$$

Fórmula 8.2. Valor actual de una renta perpetua

Entonces, calculemos el valor actual de una renta perpetua de \$ 1.000 anuales con una tasa del 4 % anual.

$$RP = \frac{1.000}{0,04} = \$ 25.000$$

### 8.3.1 Principios del seguro

Principio de buena fe: “es la confianza o buen concepto que se tiene de una persona o cosa, la actuación clara, responsable y verdadera de quienes suscriben los contratos de seguros: asegurador, asegurado, solicitante, contratante, beneficiario, intermediario, reasegurados y autoridades de control”.

Principio de solidaridad: “es el derecho u obligación común a varias personas, cada una de las cuales debe ejercerlo o cumplirlo por entero, es una forma de no ser indiferente ante los problemas de las demás personas”<sup>48</sup>.

El riesgo, es entendido como: “contingencia o proximidad de un daño, cada una de las contingencias que pueden ser objeto de un contrato de seguros” (según el *Diccionario Enciclopédico Universal AULA*).

De acuerdo con el conjunto de riesgos, características similares y su naturaleza, los seguros se pueden agrupar en dos ramos:

1. Ramos personales: que se refieren a la persona, entre los cuales se tienen:
  - a) Ramo de vida: en caso de vida y en caso de muerte; y mixto de ahorro y riesgo.
  - b) Ramo de accidentes individuales o de accidentes personales.
  - c) Ramo de enfermedad.
2. Ramos patrimoniales: cubre la pérdida o daños materiales causados a los bienes. Entre ellos se destacan:

<sup>48</sup> René Bueno, *Compilación de seguros*. Quito: Editorial Universitaria UCE, 2004, p. 11.

- a) De responsabilidad civil.
- b) De automóviles.
- c) Seguro agrario.
- d) De pérdidas pecuniarias.
- e) De crédito y caución.
- f) De transporte.
- g) De ingeniería.

El Sistema Social de Seguros lo componen aquellas instituciones de seguridad social que protegen a sus afiliados, que en forma obligatoria aportan mensualmente un determinado porcentaje de su remuneración; y otorgan prestaciones de salud, maternidad, cesantía, pensiones de jubilación, montepío y otras.

El sistema privado de seguros está conformado generalmente por:

1. Las empresas de seguros que tienen conformación legal como compañías anónimas, de responsabilidad limitada u otra forma de constitución, pueden ser empresas de seguros generales o empresas de seguros de vida, otorgan cobertura de riesgo a personas naturales o jurídicas.
2. Las empresas de reaseguros otorgan coberturas a una o varias empresas de seguros sobre uno o varios riesgos que hayan asumido; también realizan operaciones de retrocesión (ceden parte del reaseguro).
3. Intermediarios de reaseguros: personas naturales o jurídicas que gestionan o colocan reaseguros o retrocesiones.
4. Peritos de seguros: personas naturales o jurídicas que llevan a cabo actividades de peritaje de seguros; pueden ser inspectores de riesgo, que realizan su trabajo antes de la contratación del seguro, y ajustadores de siniestros, que examinan las causas de los siniestros y valoran las pérdidas para la indemnización respectiva.
5. Asesores productores de seguros: pueden ser agentes de seguros, que son personas naturales que se dedican a gestionar y obtener contratos de seguros a nombre de una o varias empresas de seguros; y las agencias asesoras productoras de seguros, que son personas jurídicas que gestionan y obtienen contratos de seguros para una o varias empresas de seguros o de medicina prepagada.

#### 8.3.1.1 El contrato de seguro

El contrato de seguro es un documento mediante el cual una de las partes, el Asegurador, se obliga, a cambio de una prima, a indemnizar a la otra, el Asegurado, dentro de los límites convenidos, de una pérdida o un daño

producido por un acontecimiento incierto; o a pagar un capital o una renta, si ocurre la eventualidad prevista en el contrato.<sup>49</sup>

Los principios básicos que caracterizan al seguro son: simple, principal, oneroso, mercantil, de buena fe, aleatorio, indivisible, conmutativo y de adhesión o de libre discusión.

Los elementos del contrato de seguro son de tres clases: a) esenciales, materiales o reales; b) personales; c) formales.

- a. Los esenciales o materiales se pueden clasificar en<sup>50</sup>:
- Interés asegurable, que es el objeto del contrato de seguros.
  - El riesgo, que es una contingencia o proximidad de un daño.
  - La prima, que es el precio del seguro, es la aportación económica que el asegurado o contratante paga al asegurador, por la cobertura del riesgo contratado. En general, se conocen dos clases de primas: a) prima pura, neta o de riesgo, calculada estadística y matemáticamente (con probabilidades); b) prima bruta o comercial, que incluye además de la prima neta, gastos administrativos, de producción, beneficio, comisiones y otros gastos.
  - El siniestro, que es la realización del riesgo que se asegura, debe estar incluido en la póliza.
  - La indemnización es una compensación monetaria por parte del asegurador, a favor del asegurado, por una pérdida o siniestro que estén contemplados en la póliza.

*Indemnización*

$$= (\text{Valor de los daños}) \left( \text{Suma} \frac{\text{asegurada}}{\text{Interés}} \text{asegurable} \right)$$

$$I = VD \left( \frac{SA}{IA} \right)$$

- b. Los elementos personales (naturales o jurídicos) del contrato de seguros son:
- Asegurador: es la persona jurídica que asume los riesgos especificados en el contrato de seguros.
  - Solicitante, según el Código de Comercio “es una persona natural o jurídica que contrata el seguro, sea por cuenta propia o por la de un tercero determinado o determinable que traslada los riesgos al asegurador”<sup>51</sup>.

<sup>49</sup> Código de Comercio, Artículo 606. Registro Oficial 1147. Quito, 1963.

<sup>50</sup> *Idem*.

<sup>51</sup> *Idem*.

- Asegurado: es la persona natural o jurídica interesada en la traslación de los riesgos, el titular del interés asegurable, la persona cuyo patrimonio puede resultar afectado por la realización de un riesgo y que, ocurrido el siniestro, tiene derecho a la indemnización establecida en el contrato de seguro.
  - Beneficiario: es el que ha de percibir, en caso de siniestro, el producto del seguro, la persona designada por el asegurado para recibir el monto de la indemnización, de acuerdo con el contrato de seguro.
  - Perjudicado: es la persona que, a consecuencia de un siniestro, sufre un daño o un perjuicio.
- c. Elementos formales del contrato de seguro:
- Origen del contrato: solicitud de seguro, proposición y declaración del asegurado.
  - La póliza (según el curso de *Introducción al seguro*, de Mapfre-Fitse) es el documento que instrumenta el contrato de seguro, en el que se reflejan las normas que regulan las relaciones contractuales convenidas entre asegurador y asegurado; contiene la carátula, condiciones particulares y condiciones especiales, en las cuales se especifican las obligaciones de las partes contratantes, designación del asegurado y beneficiario, objetos asegurados y otros aspectos con sus respectivas responsabilidades.
  - Vida del contrato de seguros: expresa las obligaciones de cada una de las partes, con base en la emisión y formalización de la póliza; esto es, las obligaciones y los derechos del asegurado, asegurador, solicitante, cláusulas especiales y plazos.

### 8.3.2 Técnicas de distribución del riesgo asegurado

El coaseguro constituye la cláusula de una póliza que exige que el asegurado realice un seguro adicional igual a un determinado porcentaje del valor de la propiedad.

El reaseguro, según J. M. Rosemberg, es la

...absorción por una compañía de seguros de todo o parte de un riesgo por póliza suscrita por otra compañía de seguros". Es el sistema o procedimiento mediante el cual se conviene que una de las partes, la cedente o aseguradora, traslade a otra, la reaseguradora o aceptante, una parte o participación fija de las responsabilidades que ha asumido a través de sus seguros directos, a fin de protegerse o reducir sus probables pérdidas. Es la operación de volver a asegurar. La responsabilidad de un reasegurador es para con el asegurador y hacia el asegurador únicamente<sup>52</sup>.

<sup>52</sup> Bueno, *op. cit.*, p. 78.



En el contrato de reaseguro existen conceptos que se deben conocer: aceptación, asegurador directo, cedente, reasegurador, retención y retrocesión. En consecuencia, sus elementos personales son: reasegurador (el que otorga una cobertura de reaseguro, aceptando el riesgo que le transfiere la aseguradora), cedente o reasegurado (entidad aseguradora que tiene un riesgo y lo cede) y retrocesionario (el que acepta el riesgo ofrecido por otro reasegurador).

### 8.3.3 Tipos de reaseguros

Por su naturaleza:

- El reaseguro obligatorio.
- Reaseguro facultativo.
- Reaseguro facultativo - obligatorio.

Por su forma:

- Reaseguro proporcional, que puede ser a su vez:
  - El contrato o reaseguro cuota parte.
  - El contrato o reaseguro excedente.
  - El contrato facultativo-obligatorio como complemento del proporcional.
- Reaseguro no proporcional o de exceso de pérdidas, que puede ser a su vez:

El contrato de pérdida por riesgo, o *excess of loss*.

El contrato de exceso de siniestralidad, *stop loss* o agregado.

#### Ejemplos de reaseguro proporcional, contrato cuota parte

Una empresa de seguros toma un contrato de reaseguros con la modalidad cuota parte, 80/20, para un límite de contrato de \$ 100.000,00 (tabla 8.1).

Nº de casos	Suma asegurada	Retención 20 %	Cesión 80 %	Facultativo
	\$	\$	\$	
1	10.000,00	2.000,00	8.000,00	
2	20.000,00	4.000,00	12.000,00	
3	40.000,00	8.000,00	32.000,00	
4	100.000,00	20.000,00	80.000,00	
5	120.000,00	20.000,00	80.000,00	20.000,00
6	160.000,00	20.000,00	80.000,00	60.000,00

Tabla 8.1. Reaseguros

Como el límite del contrato es de \$ 100.000,00, el excedente puede colocarse en forma facultativa, o en un segundo contrato.

**Casos 1 a 4:** En la eventualidad de ocurrencia de siniestros, el 80 % cubre al reasegurador y el 20 % a la aseguradora.

En los casos 5 y 6 (tabla 8.1), en la eventualidad de siniestros, para reclamos por pérdidas de \$ 4.000,00 y de \$ 12.000,00, respectivamente.

**Caso 5:** \$ 4.000,00 (tabla 8.2).

Descripción	Reaseguro	% de participación	Pérdida
Retención 20 %	\$ 20.000,00	16,67	666,80
Cuota parte 80 %	\$ 80.000,00	66,67	2.666,80
Facultativo	\$ 20.000,00	16,66	666,40
Total	\$ 120.000,00	100	4.000,00

Tabla 8.2. Reaseguros

El porcentaje de participación se calcula con base en \$ 120.000,00.

La pérdida se calcula con base en \$ 4.000,00 multiplicado por el respectivo porcentaje.

**Caso 6:** \$ 12.000,00 (tabla 8.3).

Descripción	Reaseguro	% de participación	Pérdida
Retención 20 %	\$ 20.000,00	12,5	1.500,00
Cuota parte 80 %	\$ 80.000,00	50	6.000,00
Facultativo	\$ 60.000,00	37,5	4.500,00
Total	\$ 160.000,00	100	12.000,00

Tabla 8.3. Reaseguros

El porcentaje de participación se calcula con base en \$ 160.000.

La pérdida se calcula con base en \$ 12.000,00 multiplicado por el respectivo porcentaje.

#### Ejemplo de indemnización

Una persona posee un bien que tiene un costo de \$ 25.000,00 y lo asegura en \$ 20.000,00. Si el valor del siniestro es de \$ 3.000,00, ¿cuál será el valor de la indemnización?

$$I = 3.000,00 \left( \frac{20.000,00}{25.000,00} \right) = \$ 2.400,00$$

**Ejemplo de indemnización con restauración de la suma asegurada (RSA)**

Una empresa tiene un bien cuyo costo es de \$ 50.000,00; lo asegura en \$ 40.000,00, con una tasa de prima asegurable del 4,2 %. Realiza contrato de seguros con un deducible del 10 % del valor de los daños, si se considera una depreciación del 1,8 % mensual. El vencimiento de la póliza es el 20 de septiembre del 2008, y la fecha del siniestro el 24 de marzo del mismo año. El valor de los daños fue de \$ 8.000,00. El derecho de emisión es el 50 % del impuesto de la Superintendencia de Bancos y Seguros (que es del 3,5 % del valor de la prima). La vigencia del contrato de seguros es de un año. Calculemos la indemnización con restauración de la suma agregada (RSA) (tabla 8.4).

Vencimiento de la póliza	20 de septiembre
Fecha del siniestro	24 de marzo
Número de días por cobrar	180(6 meses)
Valor del bien	\$ 50.000,00 = interés asegurable
Suma asegurada	\$ 40.000,00
Deducible	10 % del valor de los daños: 8.000,00(0,10) = \$ 800,00
Valor de los daños	\$ 8.000,00
Depreciación	1,8 % mensual del valor del siniestro (durante 6 meses)

Tabla 8.4. Datos

Indemnización simple:

$$I = VD \left( \frac{SA}{IA} \right) = \$ 8.000,00 \left( \frac{40.000,00}{50.000,00} \right) = 6.400,00$$

Indemnización con depreciación:

$$\begin{aligned} \text{Depreciación durante 6 meses} &= 8.000,00 (0,018)(6 \text{ meses}) \\ &= 864,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Indemnización con depreciación} &= 6.400,00 - 864,00 \\ &= 5.536,00 \end{aligned}$$

Indemnización con deducible:

$$\begin{aligned} \text{Indemnización con depreciación} - \text{deducible} \\ IDED &= 5.536,00 - 800,00 = 4.736,00 \end{aligned}$$

Indemnización con restauración de la suma asegurada RSA:

$$\text{Tasa de prima } 0,042 (4.736,00) = 198,912$$

$$\text{Valor de la prima} = 198,912 \left( \frac{180}{360} \right) = 99,456$$

$$3,5\% \text{ Sup. Bancos y seguros} = 99,456 (0,035) = 3,48$$

$$\text{Derecho de emisión } 50\% = 3,48(0,50) = 1,74$$

$$\text{Total \$ } 104,676$$

$$\text{Indemnización con RSA} = 4.736,00 - 104,676 = \$ 4.631,32$$

#### 8.4 Tasa de interés real

De las tasas de interés estudiadas en este texto se tomará la tasa efectiva o anual que, al ser relacionada con la tasa de inflación o la variación porcentual de índice de precios al consumidor, da lo que se denomina tasa de interés real.

Las tasas de interés real influyen significativamente en las economías de mercado, tanto en el ahorro como en los empréstitos o endeudamiento, y en las decisiones de inversión para poder calcular su rentabilidad. Se pueden calcular mediante dos fórmulas:

$$r = \left[ \frac{\text{Tasa efectiva} - \text{Tasa de inflación}}{1 + \text{Tasa de inflación}} \right]$$

$$r = \left[ \frac{i - d}{1 + d} \right] 100$$

Fórmula 8.3. Cálculo de la tasa de interés real

$$r = 100 \left[ \frac{1 + \text{Tasa de inflación}}{1 + \text{Variación porcentual del índice de precios}} - 1 \right]$$

$$R = 100 \left[ \frac{1 + i}{1 + p} - 1 \right]$$

Fórmula 8.4. Cálculo de la tasa de interés con ajuste de inflación

#### Ejemplos

- a. ¿Qué tasa de interés real se aplica en un país que tiene una tasa efectiva de 5 % y una tasa de inflación del 3 %? ¿Cuánto gana o pierde una persona que invierte \$ 100.000 en un año en ese país?

$$r = \left[ \frac{i - d}{1 + d} \right] 100$$

$$r = 100 \left[ \frac{0,05 - 0,03}{1 + 0,03} \right] = 100 \left( \frac{0,02}{1,03} \right) = 1,94 \%$$

$$r = 1,94 \% \text{ tasa de interés real}$$

O también:

$$r = 100 \left[ \frac{1,05}{1,04} \right] - 1 = 1,94 \%$$

Ganancia o pérdida:

$$I = (c)(r) = 100.000(0,0194)(1) = \$ 1.940$$

- b. ¿Qué tasa de interés real se aplica en un país cuya tasa de interés efectiva es del 4 % y la tasa de inflación o variación porcentual del índice de precios al consumidor es del 5 %? ¿Cuánto gana o pierde una empresa que invierte \$ 100.000 en 1 año?

$$r = \left[ \frac{i - d}{1 + d} \right] 100$$

$$r = 100 \left[ \frac{0,04 - 0,05}{1 + 0,05} \right]$$

$$r = 100 \left[ \frac{-0,01}{1,05} \right] = -0,9524 \%$$

$$I = \$ 100.000 \left( \frac{-0,9524}{100} \right) = -\$ 952,40$$

*Pérdida de -\$ 952,40 en términos financieros.*

### 8.5 Tasas de interés internacionales

Las tasas de interés utilizadas con más frecuencia en préstamos o financiamiento externo son la tasa *libor* (*London Interbank Offered Rate*) y la *prime rate*.

La tasa *libor* es una tasa de interés variable (de base flotante) de un grupo de los principales bancos y mercados de Londres. Es la principal base para las transacciones en el mercado de euros y dólares en el mundo occidental.

Por ejemplo, las transacciones para préstamos internacionales se realizan al 1 o 2 % sobre la tasa *libor*; también varían según el plazo de los créditos; así, en dos fechas diferentes:

a 30 días	2 ¾ %	7 5/8 %	4 ½ %	4 ¾ %
a 180 días	2 5/15 %	7 5/16 %	5 1/5 %	5 1/8 %
a 360 días	3 3/16 %	7 1/8 %	3 2/5 %	3 1/16 %

Su variación afecta directamente el pago de los intereses.

La *prime rate* es la tasa de interés fluctuante que rige en el mercado de capitales de Nueva York para operaciones de crédito. Esta tasa es un promedio de las tasas de interés que cobran los bancos más importantes de Estados Unidos. Es una tasa fluctuante: por ejemplo, en un mes puede variar de 6 a 6 ½ y 6 ¼ %.

Asimismo, su variación afecta directamente el pago de los respectivos intereses. Las referidas tasas de interés son muy utilizadas, especialmente en préstamos internacionales tanto para el Estado como para las empresas privadas que los requieren para financiar sus programas de desarrollo e inversión. Incluso, se utilizan en el sistema de préstamos como amortización gradual y préstamos de proveedores.

## 8.6 Nociones sobre evaluación de proyectos

Con la finalidad de conocer si un proyecto de inversión en el largo plazo es factible de realizar, a menudo se utilizan, entre otros indicadores financieros, el del valor actual neto (VAN) y el de la tasa interna de retorno (TIR), con base en el flujo neto de caja. A continuación se explican brevemente:

### 8.6.1 Valor actual neto

Según Celio Vega, en su obra *Ingeniería económica*, “el valor actual neto (VAN) de una inversión es igual a la suma algebraica de los valores actualizados de los flujos netos de caja asociados a esa inversión [...] Si el valor actual neto de una inversión es positivo, la inversión debe aceptarse, y rechazarse si es negativo”<sup>53</sup>.

Estos conceptos dan a entender que el VAN está relacionado con una tasa de interés y debe ser calculado con la fórmula del valor actual en interés compuesto:

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

donde M es el flujo de caja de un determinado año, durante el número de años que se deseen calcular los flujos de caja como valores actuales.

<sup>53</sup> Celio Vega, *Ingeniería económica*. Quito: Mediavilla, 1983.

El VAN se utiliza en el cálculo de la tasa interna de retorno, como se verá más adelante.

La forma de cálculo es:

$$VAN = -I + \sum_{k=1}^n \frac{FNC_k}{(1+r)^k}$$

Fórmula 8.5. Cálculo del VAN

$VAN > 0$  se acepta la inversión.

$VAN < 0$  no se recomienda la inversión.

### 8.6.2 Tasa interna de retorno

La tasa interna de rendimiento o tasa interna de retorno de la inversión (TIR) es un indicador financiero que se utiliza en la evaluación de proyectos para considerar su factibilidad; en otras palabras, evaluar si un proyecto de inversión es o no rentable, cualquiera que sea. Se obtiene calculando el valor actual neto de la inversión y su posible recuperación en el largo plazo, con diferentes alternativas de tasa de interés.

Hay diversas definiciones de este concepto:

Tasa interna de rendimiento: es aquella por la cual se expresa el lucro o beneficio neto que proporciona una determinada inversión en función de un porcentaje anual, que permite igualar el valor actual de los beneficios y costos y, en consecuencia, el resultado del VAN actual es igual a cero. Si la tasa interna de rendimiento es igual o sobrepasa el costo estimado de oportunidad o de sustitución del capital, la inversión permitirá, por lo menos, recuperar todos los gastos de explotación y de capital.<sup>54</sup>

Tasa interna de retorno (*internal rate of return*) es la tasa de interés que equivale al valor presente de la expectativa futura de recibir el costo del gasto desembolsado. La tasa de rentabilidad se obtiene en pruebas necesarias con distintos tipos de interés hasta conseguir que se igualen los ingresos líquidos y los desembolsos para la inversión, descontados al momento inicial, con lo cual el valor del proyecto se hace cero.<sup>55</sup>

La tasa interna de retorno (TIR) puede calcularse mediante la siguiente ecuación, al tomar los datos del valor actual neto (VAN), el flujo neto de caja

<sup>54</sup> Nelson Dávalos Arcentalles, *Enciclopedia Básica de Administración, Contabilidad y Auditoría*. Quito: Editorial Corporación de Estudios y Publicaciones, 1981, p. 498.

<sup>55</sup> N. A. A. Research Report, *Selección y planificación de inversiones*. Madrid: Ibérico Europea de Ediciones, 1968, p. 218.



(FNC), el número de periodos de duración del proyecto ( $n$ ) y los diferentes periodos ( $k$ , años) que se toman<sup>56</sup>.

$$VAN = -I + \sum_{k=1}^n \frac{FNC_k}{(1 + TIR)^k} = 0$$

Fórmula 8.6. Cálculo de la TIR

Antes de explicar el cálculo del VAN y la TIR, es necesario indicar una de las formas de calcular la tasa de mercado, tasa de descuento o costo del capital:

Tasa de interés del inversionista = tasa pasiva, más tasa de riesgo país, más inflación.

Por ejemplo, calculemos la tasa de interés del inversionista o la tasa mínima que podría esperar ganar el inversionista en un proyecto, si se conoce, según datos oficiales, que la tasa pasiva está en el 4 %, la tasa de riesgo país está en el 5,4 % y la inflación en el 3,5 %:

Tasa del inversionista =  $0,04 + 0,055 + 0,035 = 0,13 = 13 \%$

Tasa de mercado: se calcula con base en la tasa del inversionista y la tasa de interés que cobra la institución financiera que presta el dinero.

### Ejemplos

- a. Calculemos la tasa de mercado de una inversión en un proyecto que presenta los siguientes datos: inversión, \$ 500.000,00; tasa del inversionista, 13 %; tasa que cobra la institución financiera por el préstamo, 11 %; si el inversionista aporta \$ 200.000,00 y obtiene un préstamo de \$ 300.000,00 a un banco:

Tasa de mercado: 11,80 % (tabla 8.5).

Actores	Inversión	%	Tasa de interés (%)	Tasa prorrateada (%)
Inversionista	200.000,00	40	13	5,20
Banco	300.000,00	60	11	6,60
Total:	500.000,00	100		11,80

Tabla 8.5. Tasa de mercado

<sup>56</sup> Vega, *op. cit.*, p. 104.

En este ejemplo, se supone que el inversionista requiere conocer si el proyecto de inversión que desea realizar es o no factible de ejecutarlo: Se cuenta además con los siguientes datos:

Flujos netos de caja (*FNC*) de los próximos 5 años:

$$FNC1 = 75.000,00$$

$$FNC2 = 100.000,00$$

$$FNC3 = 150.000,00$$

$$FNC4 = 200.000,00$$

$$FNC5 = 300.000,00$$

Calculemos el VAN:

$$\begin{aligned} VAN &= -500.000,00 + [75.000,00(1 + 0,1180)^{-1} \\ &\quad + 100.000,00(1 + 0,1180)^{-2} \\ &\quad + 150.000,00(1 + 0,1180)^{-3} + 200.000,00(1 + 0,1180)^{-4} \\ &\quad + 300.000(1 + 0,1180)^{-5}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VAN &= -500.000,00 \\ &\quad + [67.084,08 + 80.004,86 + 107.341,05 \\ &\quad + 128.015,57 + 171.756,13] \end{aligned}$$

$$VAN = -500.000,00 + 554.201,69 = \$ 54.201,69$$

El proyecto es conveniente.

Calculemos la TIR:

$$\begin{aligned} 0 &= -500.000,00 + [75.000,00(1 + r)^{-1} \\ &\quad + 100.000,00(1 + r)^{-2} + \\ &\quad + 150.000,00(1 + r)^{-3} + 200.000,00(1 + r)^{-4} \\ &\quad + 300.000,00(1 + r)^{-5} \end{aligned}$$

$$\text{En donde } r = TIR = 15,20 \% \qquad 15,20 > 11,80 \%$$

El proyecto es factible.

La TIR también se puede calcular con interpolaciones, con dos valores del VAN que correspondan a dos tasas de interés, que den como resultado un VAN positivo y un VAN negativo, como se observa en el siguiente ejemplo.

- b. Calculemos el VAN y la TIR para una empresa que estima los siguientes flujos de caja durante 6 años de un proyecto X. Se considera el costo del capital  $r = 10\%$ , y una inversión inicial de \$ 600.000, en el año cero.

Se requieren los flujos netos de caja con proyección a 6 años y se seleccionan tasas para que den un VAN positivo y otro VAN negativo (tabla 8.6).

Año	0	1	2	3	4	5	6
Ventas	-	500	510	520	530	540	550
Costo de operación	-	350	355	360	365	370	375
Depreciación	-	100	100	100	100	100	100
Utilidad (sin impuestos)	-	50	55	60	65	70	75
Flujo neto de caja (utilidad + depreciación)	600	150	155	160	165	170	175

Tabla 8.6. Tabla de flujos netos de caja

### Cálculo de la TIR

Primero se calcula el valor actual neto para cada año (tabla 8.7).

	Con $r = 15\%$	Con $r = 16\%$	Con $r = 10\%$
	VAN1	VAN2	VAN3
-FNC 0 =	-600.000	-600.000	-600.000
+FNC 1 =	$\frac{150.000}{(1+r)^1} = 130.435$	-600.000	$\frac{150.000}{1,10} = 130,435$
+FNC 2 =	$\frac{150.000}{(1+r)^2} = 117.202$	115.190	$\frac{150.000}{(1,10)^2} = 128,099$
+FNC 3 =	$\frac{150.000}{(1+r)^3} = 105.203$	102.505	$\frac{150.000}{(1,10)^3} = 120,210$
+FNC 4 =	$\frac{150.000}{(1+r)^4} = 94.340$	91.128	$\frac{150.000}{(1,10)^4} = 112,997$
+FNC 5 =	$\frac{150.000}{(1+r)^5} = 84.520$	80.939	$\frac{150.000}{(1,10)^5} = 105,55$
+FNC 6 =	$\frac{150.000}{(1+r)^6} = 75.657$	71.827	$\frac{150.000}{(1,10)^6} = 98,783$
=VANr	7.357	-9.101	101.710
VAN10% =	101.710		

	Con $r = 15\%$	Con $r = 16\%$	Con $r = 10\%$
$VAN_{10\%} > 0$	Entonces conviene	la inversión	

Tabla 8.7. Valor actual neto por año

Como se halló un valor positivo y otro negativo, esto significa que la tasa interna de retorno se encuentra entre los límites:

$$\text{Total: } VAN_1 = 7.357 \quad VAN_2 = -9.101$$

Entonces, la tasa interna de retorno puede calcularse por interpolación de las dos tasas:

$$TIR = r_1 + (r_2 - r_1) \left[ \frac{VAN_1}{VAN_1 - VAN_2} \right]$$

Fórmula 8.7. TIR por interpolación

$$tir = 0,15447$$

$$tir = 15,447\% \quad TIR > \text{Costo del capital}$$

*entonces conviene invertir*

Este resultado indica que la inversión podrá ser ventajosa, ya que el costo del capital es del 10%.

La TIR también puede encontrarse utilizando calculadoras electrónicas o computadoras.

#### Aplicación en Microsoft Excel

Calcule el VAN y el TIR para una empresa que estima los siguientes flujos de caja (tabla 8.8).

Año	0	1	2	3	4	5	6
Flujo neto de caja	800.000	200.000	255.000	280.000	285.000	288.000	290.000

Tabla 8.8. Flujo neto de caja

Considere para los siguientes costos de capital ( $r$ ), a.-)  $r = 20\%$ , b.-)  $r = 22,61\%$ , c.-)  $r = 22,62\%$ .

Primero se va a calcular utilizando las fórmulas planteadas en el presente texto. Como segunda alternativa, con el asistente de funciones financieras. Para el caso de VAN, en Excel hay que ubicar VNA, el cual primero solicita

la tasa; luego, el valor 1, aquí ubicamos el bloque D2:I2 que corresponde a los ingresos del año 1 hasta el 6. Después, se procede a restar la inversión inicial (C2).

Para el TIR, ubicamos la función de Financiera que tiene las mismas letras. Aquí se solicitan dos argumentos: valores, marcamos el bloque C2:I2, teniendo en cuenta que el primer valor corresponde a la inversión inicial, y este valor debe ir con signo negativo por cuanto es un desembolso; el segundo argumento lo dejamos en blanco (figura 8.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Año	C	1	2	3	4	5	6	
2	↓	Hijo neto de	800 000,00	200 000,00	255 000,00	280 000,00	285 000,00	288 000,00	290 000,00	VAN ↓
3	20,00%	FNCI	-800 000,00	169 666,667	17 208,333	162 037,037	137 442,1296	115 740,741	97 120,4132	56 090,32
4	22,61%	FNCI	-800 000,00	163 118,83	169 624,43	151 907,90	126 107,63	103 935,29	85 357,69	51,74
5	22,62%	FNCI	-800 000,00	163 105,529	169 596,762	151 870,735	126 066,476	103 892,914	85 315,9296	-151,65
6										
7			TIR = $r_1 + (r_2 - r_1) * VAN_1 / (VAN_1 - VAN_2)$		$r_1 = 22,61\%$		$r_2 = 22,62\%$			
8					$VAN_1 = 51,74$		$VAN_2 = -151,65$			
9			TIR = 0,22632544 = 22,63%							
10			Con el asistente de funciones							
11										
12										
13	VAN (20%)	56 090,32	=VAN(20%;D2:I2)+C2							TIR = 22,6125436% = TIR(C2:I2)
14	VAN (22,61%)	51,74	=VAN(22,61%;D2:I2)+C2							
15	VAN (22,62%)	-151,65	=VAN(22,62%;D2:I2)+C2							

Figura 8.2. Cálculo de la TIR en Excel

## Ejercicios

- El 1° de enero del 2010, un inversionista compró un bono de \$ 100.000,00 al 20 % EJ, redimible a la par el 1° de julio del año 2019. Calcule: a) cuánto recibirá el 1° de julio del año 2019, b) cuántos cupones cobrará y cuál será el valor de cada uno de ellos.
- El 1° de junio de 2003 se compra un bono de \$ 100.000 al 12 % DJ, redimible a 103 el 1° de diciembre del año 2017. Calcule: a) cuánto recibirá el comprador en la fecha de redención, b) cuántos cupones cobrará y cuál será el valor de cada uno.
- Calcule el precio que se puede pagar por un bono de \$ 10.000 al 13 % FA, redimible a 102 después de 10 años, si se desea un rendimiento del 12 % capitalizable semestralmente.
- Con el propósito de ganar el 17 % anual, capitalizable semestralmente, el 15 de marzo de 2002 se vende un bono de \$ 3.000 al 18 % MS, redimible a la par el 15 de marzo del año 2017. Halle el precio de venta.
- Halle el precio de un bono de \$ 5.000,00 al 16 % MS, redimible a la par el 21 de marzo del año 2020, si se negocia el 21 de septiembre del año 2008 a una tasa de rendimiento del 15 % anual, capitalizable semestralmente.
- Indique en el problema 5 si la negociación es a la par, con premio o con castigo. Justifique la respuesta.

7. Halle el precio de compra de un bono sucio cuyo valor nominal es de \$ 2.000,00 al 9 % MN redimible a la par el 30 de noviembre del año 2023, si se compra el 15 de febrero del año 2017 con un rendimiento del 8,5 % anual, capitalizable semestralmente.
8. En el problema anterior, calcule el precio del bono limpio.
9. Calcule el precio de un bono sucio de \$ 2.000 al 22 % MN, redimible a la par el 30 de noviembre de 2003, si se compra el 15 de febrero de 1997 con un rendimiento del 21 % anual, capitalizable semestralmente.
10. Calcule el precio del bono limpio del problema 9.
11. Calcule la tasa de interés real, si la tasa efectiva es del 15 % y la tasa de inflación del 6 %.
12. Calcule: a) el valor real del interés generado y b) el valor real de la inversión de \$ 100.000 durante un año, según los datos del problema anterior.
13. Calcule la tasa de interés real de una inversión de \$ 76.000.000 durante un año, si la tasa efectiva fue del 12 %, y el índice de precios al consumidor (IPC) o tasa de inflación fue del 9 %.
14. En el problema anterior calcule: a) el valor real de los intereses generados y b) el valor real de la inversión.
15. Calcule la tasa de interés real que se aplica a una inversión de \$ 100.000, si la tasa efectiva es del 18 % y la variación porcentual del índice de precios al consumidor del 12 %.
16. ¿Cuál es la ganancia o pérdida, en términos financieros, de la inversión del problema anterior durante 1 año?
17. Una empresa proporciona los siguientes datos para analizar si su inversión es rentable: inversión, \$ 100.000,00; ingreso anual por renta promedio, \$ 30.000,00; costo anual de operación, \$ 15.000,00; depreciación anual, \$ 10.000,00; costo del dinero o tasa real, 9 % anual. Calcule su valor actual neto y su TIR, si su proyecto tiene una expectativa de 10 años.
18. Calcule el VAN del problema 17 e indique si la inversión es rentable, considerando el rendimiento del dinero con una tasa de interés real del 12 % anual.
19. Una empresa requiere hacer una inversión de \$ 500.000,00 y proyecta los siguientes datos: ingreso anual por ventas, \$ 150.000,00; costo anual de operación, \$ 70.000,00; depreciación anual: \$ 50.000,00. Calcule su VAN si su proyecto tiene una expectativa de 10 años, y el costo del dinero o tasa de descuento se estima en el 9,5 % anual.
20. En el problema 19, calcule la tasa interna de retorno e indique si la inversión es rentable, cuando el costo del dinero está a una tasa de interés real del 8 %.
21. Una empresa desea realizar un proyecto con una inversión de \$ 300.000,00, con una expectativa de 5 años. Se conoce que el costo del

- dinero tiene una tasa del 12 % anual y los siguientes flujos de caja proyectados: primer año, \$ 45.000,00; segundo año, \$ 60.000,00; tercer año, \$ 90.000,00; cuarto año, \$ 135.000,00 y quinto año \$ 175.000,00. Calcule el VAN y la TIR e indique si el proyecto es factible de realizar.
22. Calcule: a) el valor de redención, b) el número de cupones y c) el valor de cada cupón de un bono de \$ 100.000 al 15 % MS, suscrito el 20 de marzo del 2012, redimible a la par el 20 de marzo del 2019.
  23. Un bono de \$ 500.000 al 20 % se suscribió el 15 de abril del 2013, redimible a 101 el 15 de abril del 2018. Calcule: a) el valor de redención, b) el número de cupones y c) el valor de cada cupón.
  24. Calcule el valor de redención, el número de cupones y el valor de cada cupón de un bono de \$ 900.000 al 18 % MN, suscrito el 7 de mayo del 2015, redimible a 99 el 7 de mayo del año 2025.
  25. Calcule el precio de un bono de \$ 1.000.000 al 21 % MS, redimible a la par el 18 de septiembre del 2019, si se negoció el 18 de marzo del año 2014 a una tasa del 20 % anual, capitalizable semestralmente.
  26. En el problema anterior explique qué tipo de negociación lleva a cabo el vendedor: con premio, a la par y con castigo.
  27. En el problema 4, si la tasa de negociación es del 22 % anual, capitalizable semestralmente, calcule el precio del bono e indique qué tipo de negociación es.
  28. En el problema 4 considere una tasa de negociación del 21 % anual, capitalizable semestralmente.
  29. Un bono de \$ 800.000 al 15 % AO, redimible a la par el 24 de octubre del año 2019, se negoció el 6 de junio del año 2015 a una tasa de rendimiento del 14 % anual, capitalizable semestralmente. Calcule el precio del bono al 6 de junio.
  30. Calcule el precio del bono limpio en el problema anterior.
  31. Calcule la tasa de interés real que se aplica en un país que tiene una tasa efectiva del 25 % y una tasa de inflación o variación porcentual del índice de precios al consumidor del 21 % anual. ¿Cuánto gana o pierde una empresa, en términos reales, si invierte \$ 900.000,00 en un año?
  32. Calcule el precio y el rendimiento de un pagaré cuyo valor nominal es de \$ 3.000, suscrito el 17 de mayo a 180 días de plazo, si se negocia el 4 de septiembre del mismo año, a una tasa de descuento del 9 % anual.
  33. Una empresa desea invertir \$ 750.000,00 en un proyecto que tiene una expectativa de 10 años. Conoce los siguientes datos estimados: tasa de inflación 4 %, riesgo país 5,5 %, tasa de interés pasiva 6 %. La inversión se financia con \$ 300.000,00 de aportes de los socios y \$ 450.000,00 mediante un préstamo bancario, con una tasa de interés del 9 % anual. Los flujos de caja proyectados son: 1º año \$ 75.000,00; 2º año \$ 100.000,00; 3º año \$ 125.000,00; 4º año \$ 150.000,00; 5º año \$ 175.000,00; 6º año \$ 200.000,00; 7º año \$ 225.000,00; 8º año



\$ 250.000,00; 9° año \$ 275.000,00; 10° año \$ 300.000,00. Calcule el VAN y la TIR e indique si es factible realizar el proyecto.

#### Ejercicios en Microsoft Excel

- i. Calcule el valor actual neto (VAN) de un negocio si se invierten \$ 10.000 y se reciben neto anualmente \$ 3.000, \$ 5.500, \$ 8.800, \$ 12.200 y \$ 18.000. Considere que la tasa de oportunidad del inversionista es de 10 %.
- ii. Resuelva el problema anterior utilizando el asistente de funciones financieras de Excel.
- iii. Un proyecto estima el siguiente flujo de dinero: aporte inicial, \$ 200.000; ingresos anuales por \$ 80.000, \$ 90.000 y \$ 50.000; la tasa de interés está al 10 % anual. Encuentre el VAN del proyecto utilizando la hoja electrónica Excel y por medio de las funciones financieras de Excel.
- iv. El costo de una mina es de \$ 1.000.000, además produce ganancias de fin de año de \$ 125.000 para el primer año, de \$ 200.000, \$ 300.000, \$ 350.000, y de \$ 450.000 para el segundo, tercer, cuarto y quinto respectivamente. El inversionista quiere conocer cuál es el valor neto actual, si se considera que la tasa de oportunidad es de 10 %. ¿Es conveniente invertir en este proyecto?
- v. Considere el mismo problema anterior, pero en el sexto año se debe realizar un desembolso de \$ 100.000. ¿Cuál es el valor del VAN?
- vi. Pedro piensa comprar un vehículo para arrendar. La diferencia entre los ingresos y los egresos se estima que está alrededor de \$ 5.000 al año a favor de Pedro, durante 8 años. ¿A qué precio debería comprar para recuperar su inversión? Considere una tasa de oportunidad de 12 %.
- vii. A un inversionista le proponen invertir \$ 200.000 y le aseguran que en los próximos 6 años recibirá \$ 30.000 cada año. Si la tasa de oportunidad es de 20 % anual, ¿le conviene al inversionista el negocio?
- viii. Se hizo una inversión de \$ 100.000, el 5 de enero de 2015, y se recibieron los siguientes beneficios: el 6 de marzo del mismo año, \$ 16.000; el 15 de abril, \$ 5.000; el 5 de mayo, \$ 30.000; el 6 de agosto, \$ 10.000; el 12 de octubre, \$ 25.000; y el 23 de diciembre \$ 28.000. La tasa de oportunidad del inversionista es de 18 %. ¿Fue acertada la inversión?
- ix. Diana invierte \$ 10.000 y recibe al final del primero y del segundo año la suma de \$ 5.500. Calcule el TIR.
- x. Vanesa invierte el día de hoy la suma de \$ 20.000 en un negocio que le propone su cuñada. Después de 2 años recibe \$ 28.000. Calcule el TIR.

#### Ejercicios de bono: Bolsa de Valores de Quito

Estos problemas fueron tomados de casos reales de la Bolsa de Valores de Quito, en los cuales se aplica el interés simple para la elaboración de la tabla,

para el pago de intereses y de la amortización del capital, diferenciando los trimestres en que solamente paga intereses y los semestres en que paga intereses y capital.

- I. Un documento financiero de \$ 10.000.000 al 8 % anual, capitalizable trimestralmente, debe pagarse en cuotas de capital semestral; pero los intereses se calculan trimestralmente. Elabore la tabla de reducción de la deuda o del documento financiero y calcule los intereses totales hasta la cancelación de la deuda. Calcule la tasa efectiva, los intereses, la amortización o cuota de capital, y el valor actual de cada pago.
- II. Una entidad pública emite bonos a un plazo de 5 años, a una tasa de 5,07 % anual; el tramo es de \$ 8.000.000,00, la fecha es el 1 de octubre de 2013. El pago de intereses es mensual y la amortización de capital se hace en dos pagos el penúltimo y el último semestre. Hay 60 pagos mensuales de intereses. Para el caso presente se analizará un bono de \$ 50.000,00.
- III. Una empresa emitió \$ 20.000.000,00 en obligaciones corporativas con amortización semestral y pagos de intereses trimestrales en dos alternativas: a) \$ 10.000.000,00 a 1.440 días, a una tasa de 8 % anual, 8 pagos semestrales iguales de capital y 16 pagos trimestrales de intereses; y b) \$ 10.000.000,00 a 1.800 días, a una tasa de 8,25 % anual, 10 pagos semestrales iguales de capital y 20 pagos trimestrales de intereses. Como base de cálculo considere años de 360 días.

#### Autoevaluación

1. ¿Qué es un sistema financiero? ¿Cuáles son sus componentes principales?
2. ¿En qué consiste el mercado de valores?
3. ¿En qué se diferencian los documentos de renta fija de los de renta variable?
4. ¿Cómo se calculan el precio y el rendimiento de los documentos financieros?
5. ¿Qué es un bono? ¿Cuáles son sus características?
6. ¿Cómo se calcula el precio de un bono?
7. ¿Cómo se calcula el precio de un bono sucio y de un bono limpio?
8. ¿Qué es un seguro?
9. ¿En qué consiste la tasa de interés real? ¿Cómo se calcula?
10. ¿Qué son valor actual neto y tasa interna de retorno?

## 9. DESARROLLO Y RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS

### 9.1.1 Respuestas

1. a) 6,00      b) 60,00      c) 81,25      d) 1.212,50  
e) 3.812,50      f) 22.800,00      g) 9.000,00      h) 2.062,50  
i) 37,50      j) 1.500,00
2. a) 25 %      b) 0,85 %      c) 1,25 %      d) 0,0125 %  
e) 0,50 %      f) 25 %
3. a) 32,00      b) 45,00      c) 3.000,00      d) 90.000,00  
e) 1.408,00      f) 4.900.000,00
4. a) 537,60      b) 62,40      c) 10,40 %
5. a) 427,77      b) 22,23      c) 4,94 %
6. a) 5.000,00      b) 20 %      c) 16,67 %
7. a) \$ 49,95      b) \$ 50,00      c) la opción (b)
8. Precio de venta \$ 1,0625      Utilidad = \$ 0,2125
9. Precio = \$ 1,875      Utilidad = \$ 0,375
10. \$ 3.375,00
11. a) \$ 0,02 por unidad      b) \$ 3.400,00 anual
12. a) \$ 1,6875 por hora      b) \$ 13.500,00 anual
13. a)  $i = 1\%$       b)  $i = 0,75\%$       c)  $i = 2\%$   
d)  $i = 0,75\%$       e)  $i = 10\frac{1}{16}\%$
14. a)  $n = 85$       b)  $n = 60$       c)  $n = 58$   
d)  $n = -120$       e)  $n = -180$       f)  $n = -150$
15. a) 41 y 440      b)  $9\frac{1}{2}$  y 95      c) 210 y 1.350  
d)  $-21\frac{3}{4}$  y  $-40$       e) 73 y 700      f)  $-57$  y  $-570$   
g) 92 y 890      h)  $57x$  y  $570x$       i)  $-132x$  y  $-1.310x$
16. \$ 2.201,73
17. 15.000 clientes
18. \$ 24.300,00
19. a) 1.024 y 2.046      b)  $-39.366$  y  $-59.048$       c) 1.024 y 682  
d) 5.859.375 y 7.324.218      e) 19.683 y 29.524

20. \$382.640,50
21. a) 4    b) 1,25    c) 1,3333333    d) 2.500
22. a)  $C$ ;  $C(1+i)$ ;  $C(1+i)^2 \dots$     b)  $(1+i)$
23. \$14.063,32
24. 17 años
25.  $(2.000)(0,25) = 500$
26.  $900 \text{ --- } 30\%$   
 $x \text{ --- } 100\%$   

$$x = \frac{(900)(100)}{30} = 3.000$$
27.  $8.000 \text{ --- } 100\%$   
 $50 \text{ --- } x\%$   

$$x = \frac{(900)(100)}{30} = 3.000$$
28.  $PV = PC + \text{Utilidad } PV = 25 + (0,35)(25)$   
 $PV = 25 + 8,75$   
 $PV = \$33,75$
29.  $PC = PV - \% PV$   
 $0,80 = PV - 0,20(PV)$   
 $0,80 = PV(1 - 0,20)$   
 $0,80 = PV(0,80)$   

$$PV = \frac{0,80}{0,80} = \$1,00$$
  

$$\text{Utilidad} = 1,00 - 0,80 = \$0,20$$
30.  $(1+i)^{60} = 10,519627$   
 $(1+i)^{60/60} = (10,519627)^{1/60}$   
 $1+i = 1,04$   
 $i = 1,04 - 1$   
 $i = 4\%$
31.  $1 + (0,03)n = 34,710987$   
 $n \log(1,03) = \log 34,710987$

$$n(0,012837) = 1,540467$$

$$n = 120$$

$$32. a = 8; n = 15; d = 7$$

$$u = 8 + (15 - 1)(7)$$

$$u = 106$$

$$2S = 15(8 + 106)$$

$$S = (7,5)(144)$$

$$S = 855$$

$$33. a = ar^n$$

$$u = 9(3)^9 = 177.147$$

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

$$S = \frac{9(3)^{10} - 9}{3 - 1} = 265.716$$

$$34. 5 + 0,5x + 8,5x - 2,5x - 48 = 12,50 + 4,5 + 1,5x$$

$$9x - 4x = 17 + 43$$

$$5x = 60$$

$$x = \frac{60}{5} = 12$$

### 9.1.2 Respuestas en Microsoft Excel

I.

$$a. = (4 + 4) / (4 * 2) \quad \text{Respuesta: 1}$$

$$b. = 3 * 2 / (2 + 4) \quad \text{Respuesta: 1}$$

$$c. = (4 + 2) / (3 * 2) / ((5 + 5) / (4 * 2 + 2)) \quad \text{Respuesta: 1}$$

$$d. = 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / (1 + 1 / 2))) \quad \text{Respuesta: 0,625}$$

$$e. = (27^{1/3} + 2^4) / (2 + 16^{3/4}) \quad \text{Respuesta: 1,9}$$

II.

$$a. LOG10(355) = 2,55022835$$

$$b. LOG(355; 3) = 5,34503196$$

$$c. LN(355) = 5,87211779$$

$$d. EXP(2) = 7,3890561$$

e.  $POTENCIA(8;3) = 512$

f.  $RAIZ(714025) = 845$

g.  $ABS(500 - 620) = 120$

## III. Figura 1.10

	A	B	C	D	E
1	Inversión	Acciones	Acciones	Pólizas de	Monedas de
2	en:	Supermercado	Ferretería	acumulación	oro
2	(%)	25%	15%	30%	30%
3	Valores	12.500,00	7.500,00	15.000,00	15.000,00
4					
5		Capital	50.000,00		

Figura 1.10. Tabla en Excel

Procedimiento: armamos la tabla con los datos disponibles. En la celda E2 utilizamos la fórmula  $=100\% - B2 - C2 - D2$ . En la celda C5, la fórmula empleada es  $=D3/D2$ . En la celda B3, la fórmula es  $=B2 * C5$ ; en C3,  $=C2 * C5$  y en E3,  $=E2 * C5$ .

## IV. Figuras 1.11 y 1.12

	A	B	C	D	E
1					
2	Depreciación anual =		9.000,00	$=(50000 - 0,1 * 50000) / 5$	
3					
	Año	Cargo por depreciación	Fondo para depreciación	Valor en libros	
5	0			50.000,00	
6	1	9.000,00	9.000,00	41.000,00	
7	2	9.000,00	18.000,00	32.000,00	
8	3	9.000,00	27.000,00	23.000,00	
9	4	9.000,00	36.000,00	14.000,00	
10	5	9.000,00	45.000,00	5.000,00	

Figura 1.11. Tabla en Excel

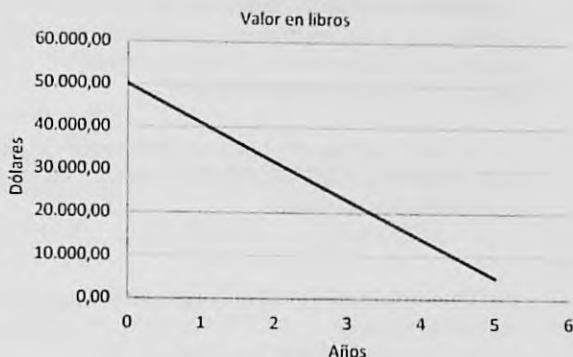


Figura 1.12. Valor en libros

Para elaborar la gráfica presionamos la tecla Control (Ctrl), y con el ratón marcamos el bloque A5:A10, soltamos el ratón, y no dejamos de presionar la tecla Ctrl, y de nuevo con el ratón marcamos el bloque D5:D10. A continuación vamos al menú insertar, localizamos gráficos, y allí buscamos Insertar gráficos de dispersión (X,Y) o de burbujas, escogemos dispersión con líneas rectas y así obtendremos la gráfica requerida. Luego localizamos los títulos correspondientes.

La gráfica corresponde a la función lineal cuya ecuación es  $y = mx + b$ , donde  $m$  es la pendiente;  $y$  es igual al valor de la depreciación anual con signo negativo, ya que la función es decreciente, y el valor de  $b$ , la ordenada al origen, es \$ 50.000 por cuanto la recta intercepta al eje vertical en 50.000.

Por tanto, la fórmula requerida es:

$$y = -9.000x + 50.000$$

#### V. Figura 1.13

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Datos:	3	9	27	81	...						
2			3	3	3	Por lo tanto es una progresión geométrica						
3	Contador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	PG	3	9	27	81	243	729	2.187	6.561	19.683	59.049	88.572

Figura 1.13. Tabla en Excel



A primera vista da la impresión de que se trata de una progresión geométrica, y lo verificamos calculando la razón común (fila 2) y dividiendo un término con el inmediato anterior, lo cual nos da la razón igual a 3. Se concluye que es una PG.

En la fila 4 está la PG hasta el término 10, se obtiene simplemente multiplicando la celda anterior por la razón 3. En la celda L4 está el valor de la sumatoria solicitada.

## VI.

Escribimos la ecuación en la hoja electrónica, de la siguiente forma: en A2 está el valor de x, en B2 la ecuación, en el bloque C2:F2 se observa la fórmula introducida en B2 (figura 1.14).

	A	B	C	D	E	F
1	Valor de x	Ecuación				
2	0,00010	20,00160	=6*A2^5+13*A2^4-18*A2^3-37*A2^2+16*A2+20			

Figura 1.14. Tabla en Excel

Damos un primer valor a x de 0,0001, y la ecuación tendrá el valor de 20,0016. A continuación, nos vamos a Datos, en Previsión, Análisis de hipótesis, damos un clic y escogemos Buscar objetivo. En Definir celda damos un clic en B2; con el valor localizamos el número cero y en Cambiando la celda damos un clic en A2, la respuesta es (figura 1.15).

	A	B
1	Valor de x	Ecuación
2	-0,66667	0,00000

Figura 1.15. Tabla en Excel

Una raíz de la ecuación es  $-0,66667 = -2/3$ , y el valor de la ecuación es cero.

## 9.2 Capítulo 2

### 9.2.1 Respuestas

1. \$ 450,00
2. a) \$ 337,50    b) \$ 343,75    c) \$ 332,75    d) \$ 339,04
3. a) \$ 1.537,50    b) \$ 1.571,67    c) \$ 1.516,4384    d) \$ 1.550,1370
4. a) \$ 135,00 y \$ 1.635    b) \$ 19,40 y \$ 299,04    c) \$ 2,11 y 52,11  
d) \$ 4,318 y 89,318    e) \$ 497,25 y \$ 4.997,25

- f) \$ 157,50 y \$ 2.657,50      g) \$ 135,00 y \$ 3.135,00
5. 144 días
  6. 180 días
  7. 13,50 % anual
  8. 2,5 % mensual
  9.  $C = \$ 25.000,00$
  10. a) \$ 495,4128      b) \$ 500,00      c) \$ 509,4340      d) \$ 524,2718  
e) \$ 529,4118
  11. a) 16 de octubre      b) \$ 954,00      c) \$ 911,61
  12. \$ 1.650,7177
  13. \$ 740,26
  14. tiempo: 240 días;  $M = \$ 7.280,00$
  15.  $i = 12\%$
  16. \$ 231,45
  17. \$ 94.059,4059
  18. a) \$ 28,80      b) \$ 23,58
  19. a) \$ 154,00      b) \$ 127,75      c) tasa: 9,25 % anual
  20. \$ 15.894,32
  21. \$ 493,00
  22. La fórmula para calcular el interés simple es:

$$I = Cit$$

en donde I es el interés generado; C, el capital inicial; i es la tasa de interés (que puede ser anual, semestral, trimestral, bimestral, mensual, diaria o expresada en cualquier otra unidad de tiempo) y t el tiempo (que generalmente está dado en días).

23. Se aplica la fórmula para calcular el interés simple:

$$I = (3.000)(0,30)\frac{90}{360} = \$ 225,00$$

Se dividió 90 entre 360 pues se trata de una tasa de interés anual, y el tiempo se expresa en días.

24. El interés simple puede calcularse de las siguientes maneras:
- a. El tiempo aproximado y el año comercial.
  - b. El tiempo aproximado y el año calendario.

- c. El tiempo exacto y el año comercial.  
 d. El tiempo exacto y el año calendario.
25. La fórmula para calcular el monto es:

$$M = \text{Capital} + \text{Interés simple}$$

26. Se calcula el tiempo (figura 2.22)

Mes	Exacto	Aproximado
Mayo	26	25
Junio	30	30
Julio	31	30
Agosto	31	30
Septiembre	30	30
Octubre	31	30
Noviembre	5	5
Total	184 días	180 días

Figura 2.22. Tabla de cálculo del tiempo

El año puede ser comercial (360 días) o calendario (365 días).  
 Entonces tenemos cuatro formas de cálculo:

- a. Con el tiempo aproximado y el año comercial:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{180}{360} = \$ 900$$

- b. Con el tiempo aproximado y el año calendario:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{180}{365} = \$ 887,67$$

- c. Con el tiempo exacto y el año comercial:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{184}{360} = \$ 920$$

- d. Con el tiempo exacto y el año calendario:

$$I = (20.000)(0,09) \frac{184}{365} = \$ 907,40$$

27. Se calcula el monto en el ejercicio 2:

$$M = C + I; M = 3.000 + 225 = \$ 3.225$$

o también:

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 3.000 \left[ 1 + (0,30) \frac{90}{360} \right] = \$ 3.225$$

Asimismo, el monto en el ejercicio 5:

- a.  $M = 20.000 + 900 = \$ 20.900$
- b.  $M = 20.000 + 887,17 = \$ 20.887,17$
- c.  $M = 20.000 + 920 = \$ 20.920,00$
- d.  $M = 20.000 + 907,401 = \$ 20.907,40$

28. Las tres fórmulas solicitadas pueden deducirse de la fórmula principal:  
 $I = Cit$

$$a) i = \frac{I}{Ct} \quad b) t = \frac{I}{Ci} \quad c) \frac{I}{it}$$

29. La fórmula para calcular el valor actual puede deducirse de la fórmula del monto:

$$M = C(1 + it)$$

$$C = \frac{M}{1 + it}; C = M(1 + it)^{-1}$$

30. a) Se calcula la fecha de vencimiento (figura 2.23).

Marzo	17
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	10
Total	180 días

Figura 2.23. Tabla de cálculo del tiempo

- b) La gráfica de tiempos y valores (figura 2.24).

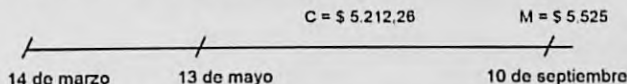


Figura 2.24. Solución gráfica del problema

- c) El monto:

$$M = 5.000 \left[ 1 + (0,21) \frac{180}{360} \right] = \$ 5.525$$

Número de días comprendidos entre la fecha de negociación y vencimiento (figura 2.25).

Marzo	17
Abril	30
Mayo	31
Junio	30
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	10
Total	180 días

Figura 2.25. Tabla de cálculo del número

31. Calculemos el saldo:

$$\text{Saldo deuda} = 60.000 - 0,25(60.000) = \$ 45.000$$

a. Por el método de acumulación de intereses:

$$M = 45.000 \left[ 1 + (0,03) \frac{1.080}{30} \right] = \$ 93.600$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{93.600}{36} = \$ 2.600 \text{ cada mes}$$

b. Por el método de saldos deudores:

$$\text{Cuota de capital} = \frac{45.000}{36} = \$ 1.250$$

Interés de la primera cuota

$$I = 45.000(0,03) \frac{30}{30} = \$ 1.350$$

Primera cuota

$$\text{Primera cuota} = 1.250 + 1.350 = \$ 2.600$$

Interés de la última cuota:

$$I = 1.250(0,03) \frac{30}{30} = \$ 37,50$$

Última cuota

$$\text{Última cuota} = 1.250 + 37,50 = \$ 1.287,50$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{a + u}{2} = \frac{2.600 + 1.287,50}{2} = \$ 1.943,75$$

## 9.2.2 Respuestas en Microsoft Excel

- I.  $C = 3.000$ ;  $i = 25,5\%$  anual;  $t = 100/360$  año =  $0,27777778$  año;  $I = ?$  (figura 2.26).

	A	B	C	D	E
1 Variable		I	C	i	t
2 Datos del problema			3.000,00	25,50%	0,27777778
3 Respuestas		212,50			

Figura 2.26. Tabla de cálculo en Excel

En la celda E2 introducimos la fórmula = 100/360 y el *software* escribe el resultado de la operación. La respuesta es \$ 212,50.

- II.  $C = 5.000$ ;  $I = 416,67$ ;  $i = 0,30/360$  diario;  $t = ?$  Días (figura 2.27).

	A	B	C	D	E
1 Variable		I	C	i	t
2 Datos del problema		416,67	5.000,00	0,08333333%	
3 Respuestas		0,00	#DIV/0!	#DIV/0!	100,00

Figura 2.27. Tabla de cálculo en Excel

Respuesta 100 días.

- III.  $C = 1.000$ ;  $t = 205$  días;  $i = ?$  Diario;  $I = 85,42$  (figura 2.28).

	A	B	C	D	E
1 Variable		I	C	i (diario)	t
2 Datos del problema		85,42	1.000,00		205
3 Respuestas		0,00	#DIV/0!	0,00041668	#DIV/0!
4					
5		i (anual)	15,0006%		

Figura 2.28. Tabla de cálculo en Excel

La tasa diaria es 0,0004167, y la tasa anual es 15,00 %.

- IV.  $C = 3.500$ ;  $i = 0,08/360$  diario;  $M = ?$  (figura 2.29).

	A	B	C	D	E
1		Fecha inicio		Fecha final	
2		01/02/2014		15/09/2014	
3 Variable		M	C	i	t
4 Datos del problema			3.500,00	0,02222222%	226
5 Respuestas		3.675,78	0,00	-0,00442478	-4.500,00

Figura 2.29. Tabla de cálculo en Excel

La respuesta es  $M = \$ 3.675,78$

- V.  $C = 4.500$ ;  $M = 5.199,75$ ;  $i = ?$  Diario;  $t = ?$  (figura 2.30).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E
1		Fecha Inicio		Fecha final	
2		30/01/2012		06/12/2012	
3	Variable	M	C	i(diaria)	t
4	Datos del problema	5.199,75	4.500,00		311
5	Respuestas	4.500,00	5.199,75	0,0005	#DIV/0!
6					
7		Tasa anual	18,00%		

Figura 2.30. Tabla de cálculo en Excel

La tasa diaria es 0,05 % y la anual 18 %.

VI. En el eje horizontal el tiempo y en el vertical el monto (figura 2.31).

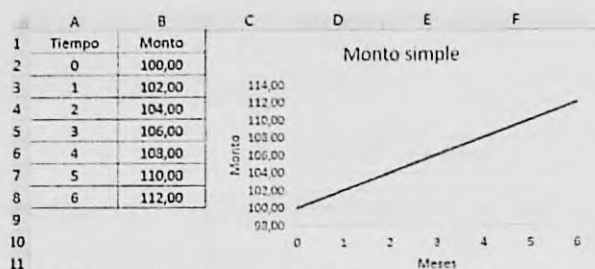


Figura 2.31. Tabla de cálculo en Excel y gráfica

VII. (figura 2.32).

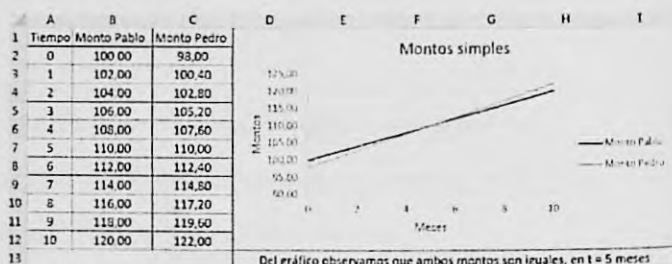


Figura 2.32. Tabla de cálculo en Excel y gráfica

En la gráfica se observa que cuando el tiempo es 5 meses, ambos tienen acumulado un monto de \$ 110. En este punto las dos rectas se interceptan. También se puede comprobar en la tabla elaborada.



## 9.3 Capítulo 3

## 9.3.1 Respuestas

1. \$ 2.427,184466
2. \$ 72,81553398
3.  $Dr = \$ 108,27$
4.  $Dr = \$ 309,1618$
5.  $Dr = \$ 130,83$
6.  $Db = \$ 7,67$
7.  $Db = \$ 10,00$
8.  $Cb = \$ 752,00$
9.  $Db = \$ 93,8655$   $Cb = \$ 2.666,8845$
10.  $Cb = \$ 9.200,00$   $Cb = \$ 800,00$
11.  $C = \$ 9.259,26$   $Dr = \$ 740,74$
12.  $Db = \$ 286,20$   $Cb = \$ 6.073,80$
13.  $C = \$ 184,306$   $Cb = \$ 183,933$
14.  $d = \frac{0,022727}{1+0,022727\left(\frac{180}{30}\right)} = 0,02$
15.  $Cb = \$ 859,50$   $Cb = \$ 877,50$  (banco que redescuenta)
16.  $Db = \$ 558,90$   $Cb = \$ 18.071,10$
17. \$ 2.730,00
18. a) 07 de octubre    b)  $C = \$ 2.199,82$ .    c)  $Dr = \$ 200,18$   
       d)  $Db = \$ 218,40$     e) \$ 2.181,60
19. \$ 1.612,90
20. \$ 5,737,50
21. Solución del problema mediante un gráfico (figura 3.14, tabla 3.4)

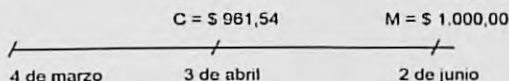


Figura 3.14. Solución gráfica

Plazo		Tiempo de descuento
Marzo	27	
Abril	30	27 días
Mayo	31	31 días
Junio	2	2 días
Total días	90	60 días

Tabla 3.4. Cálculo del número de días

$$Dr = M - C \text{ (fórmula 3.1)}$$

$$C = \frac{1.000}{1 + (0,24)\left(\frac{60}{360}\right)} = \$ 961,54$$

$$Dr = 1.000 - 961,54 = \$ 38,46$$

$$Dr = \$ 38,46$$

$$22. Db = Mdt \text{ (fórmula 3.2)}$$

$$db = 1.000(0,24)\frac{60}{360} = \$ 40,00$$

23. Solución del problema mediante un gráfico (figura 3.15, tabla 3.5).

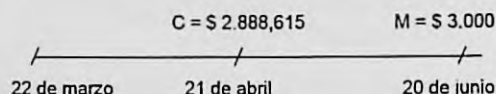


Figura 3.15. Solución gráfica

Plazo		Tiempo de descuento
Marzo	9	
Abril	30	9 días
Mayo	31	31 días
Junio	20	20 días
Total días	90	60 días

Tabla 3.5. Cálculo del número de días

$$Dr = M - C \text{ (fórmula 3.1)}$$

$$C = \frac{3.000}{1 - (0,24)\left(\frac{60}{360}\right)} = \$ 2.884,61$$

$$Dr = 1.000 - \$ 2.884,61 = \$ 115,39$$

$$Dr = \$ 115,39$$

24.  $Db = Mdt$  (fórmula 3.2)

$$Db = 3.000(0,24)\frac{60}{360} = \$ 120,00$$

25. Se emplea la fórmula 3.3:

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$Cb = 3.000 \left[ 1 - (0,24)\frac{60}{360} \right] = \$ 2.880,00$$

26. Solución del problema mediante un gráfico (figura 3.16, tabla 3.6).

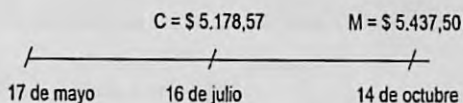


Figura 3.16. Solución gráfica del problema 6

Plazo		Tiempo de descuento
Mayo	14	
Junio	30	
Julio	31	15 días
Agosto	31	31 días
Septiembre	30	30 días
Octubre	14	14 días
Total días	150	90 días

Tabla 3.6. Cálculo del número de días

$$M = 5.000 \left[ 1 + 0,21 \left( \frac{150}{360} \right) \right] = \$ 5.437,50$$

$$Dr = M - C \text{ (fórmula 3.1)}$$

$$C = \frac{\$ 5.437,50}{1 - (0,20) \left( \frac{90}{360} \right)} = \$ 5.178,571$$

$$Dr = 5.437,50 - \$ 5.178,571 = \$ 258,93$$

$$Dr = \$ 258,93$$

27. Se aplica la fórmula 3.2:

$$Db = Mdt$$

$$Db = 5.437,50(0,20)\frac{90}{360} = \$ 271,875$$

28. Se emplea la fórmula 3.3:

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$Cb = 5.437,50 \left[ 1 - (0,20) \frac{90}{360} \right] = \$ 5.165,625$$

29. Solución del problema mediante un gráfico (figura 3.17, tabla 3.7).

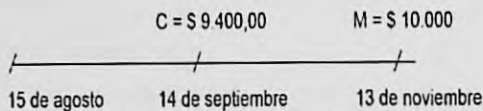


Figura 3.17. Solución gráfica

Plazo		Tiempo de descuento
Agosto	16	
Septiembre	30	16 días
Octubre	31	31 días
Noviembre	13	13 días
Total días	90	60 días

Tabla 3.7. Cálculo del número de días

Se aplica la fórmula 3.3:

$$Cb = M(1 - dt)$$

$$Cb = 10.000 \left[ 1 - (0,36) \frac{90}{360} \right] = \$ 5.165,625$$

30. Se aplica la fórmula del valor actual:

$$C = \frac{10.000}{1 + 0,36 \left( \frac{60}{360} \right)} = \$ 9.433,96$$

$$\text{Precio racional} = \$ 9.433,96$$

### 9.3.2 Respuestas en Microsoft Excel

I. Figuras 3.18 y 3.19

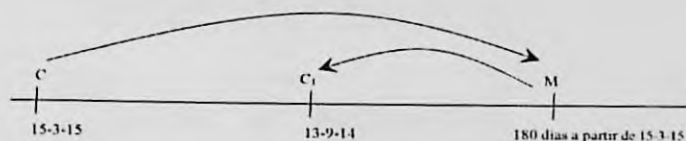


Figura 3.18. Solución gráfica

	A	B	C	D	E	F
	Fecha de	Fecha de	Número de días	Fecha de	Número de días	Número de días
	suscripción	vencimiento	entre	negociación	entre	entre
			suscripción y		suscripción y	negociación y
			vencimiento		negociación	vencimiento
1						
2	15/05/2015	11/11/2015	180	03/09/2015	111	69
3		=A2+C2			=D2-A2	=B2-D2
4	M	C	i	t		
5	4.120,00	4.000,00	0,000166667	180		
6			=0,06/360	=C2		
7						
8	M	C <sub>1</sub>	i	t		
9	4.120,00	4.050,14	0,00025	69		
10	=A6		=0,09/360	=F2		
11						
12	Descuento racional = D <sub>r</sub> =		69,85			
13			=A9-B10			

Figura 3.19. Tabla de cálculo en Excel

En la celda B2 está la respuesta de la pregunta b; en A6, la pregunta c; en F2, la pregunta d; en B10, la pregunta e; en C12, la pregunta f.

## II. Figuras 3.20 y 3.21

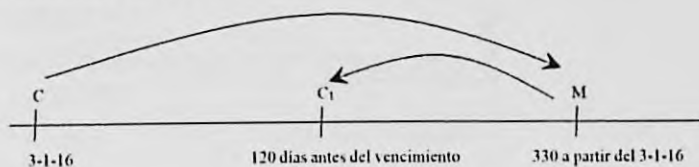


Figura 3.20. Solución gráfica

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	F	F
	Fecha de	Fecha de	Número de	Fecha de	Número de	Número de
	suscripción	vencimiento	días entre	negociación	suscripción y	días entre
			suscripción y		negociación	negociación y
			vencimiento			vencimiento
1						
2	03/01/2016	28/11/2016	330	31/07/2016		120
3		=A2+C2				=B2-D2
4	M	C	i	t		
5	5.827,71	5.500,00	0,00018056	330		
6			=0,065/360	=C2		
7						
8	M	C <sub>1</sub>	i	t		
9	5.827,71	5.667,14	0,00023611	120		
10	=A6		=0,085/360	=F2		
11						
12	Descuento racional = D <sub>r</sub> =		160,57			
13			=A9-B10			

Figura 3.21. Tabla de cálculo en Excel

### III. Figuras 3.22 y 3.23

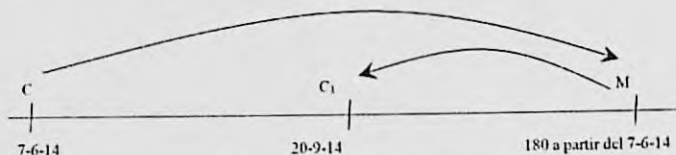


Figura 3.22. Solución gráfica

	A	B	C	D	E	F
	Fecha de	Fecha de	Número de	Fecha de	Número de	Número de
	suscripción	vencimiento	días entre	negociación	suscripción y	días entre
			suscripción y		negociación	negociación y
			vencimiento			vencimiento
1						
2	07/06/2014	04/12/2014	180	20/03/2014		75
3		=A2+C2				=B2-D2
4	M	C	i	t		
5	10.300,00	10.000,00	0,00016667	180		
6			=0,06/360	=C2		
7						
8	M	C <sub>1</sub>	i	t		
9	10.300,00	10.048,78	0,00033333	75		
10	=A6		=0,12/360	=F2		
11						
12	Descuento racional = D <sub>r</sub> =		251,22			
13			=A9-B10			
14	M		d	t		
15	10.300,00		0,00033333	75		
16	=A6		=0,12/360	=F2		
17						
18	Descuento bancario = D <sub>b</sub> =		257,50	=A15*C15*D15		
19	Valor efectivo = C <sub>e</sub> =		10.042,50	=A15*(1-C15*D15)		

Figura 3.23. Tabla de cálculo en Excel

## 9.4 Capítulo 4

### 9.4.1 Respuestas

1. \$ 55.429,66
2. \$ 55.199,275
3. \$ 28.865,40
4. \$ 25.109,40
5. a) \$ 1.347.457,627    b) \$ 1.390.987,35    c) \$ 1.410.385,094  
 La tercera oferta es la más conveniente para el propietario o vendedor y la primera oferta para el comprador.
6. a)  $x = \$ 25.202,45$  cada pago, considerando la fecha focal a los 12 meses  
       b)  $x = \$ 25.203,38$  cada pago, considerando la fecha focal a los 7 meses.
7. a) \$ 10.010,00.    b) \$ 10.055,00.    c) \$ 10.064,00. La tercera oferta es la más conveniente.
8. \$ 349,12
9. \$ 512,45
10. \$ 59.972,73
11. \$ 36.400
12. a) \$ 31.308,33.    b) \$ 30.850,00
13. \$ 24.720
14. \$ 25.200
15. \$ 12.036,00
16. \$ 12.072,00
17. \$ 2.079,24
18. \$ 2.089,59
19. \$ 2.079,00
20. \$ 2.089,50
21. Primero se plantea el problema gráficamente (figura 4.20).



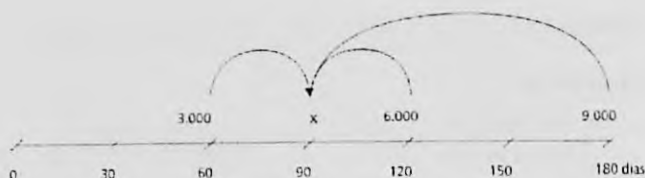


Figura 4.20. Solución gráfica

Luego se calcula el tiempo:

$$t_1 = 90 - 60 = 30$$

$$t_2 = 90 - 120 = -30$$

$$t_3 = 90 - 180 = -90$$

Podemos expresar la ecuación de valor:

$$x = 3.000 \left[ 1 + 0,21 \left( \frac{30}{360} \right) \right] + \frac{6.000}{1 + 0,21 \left( \frac{30}{360} \right)} + \frac{9.000}{1 + 0,21 \left( \frac{90}{360} \right)}$$

$$x = 3.210,00 + 6.210,00 + 9.000,00 = 18.420,00$$

- a. Se plantea el problema gráficamente, con la nueva fecha focal de 180 días (figura 4.21).

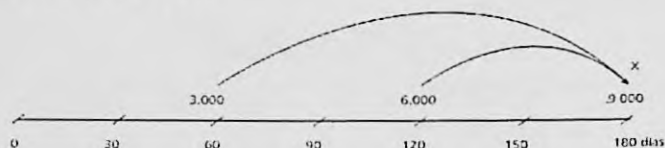


Figura 4.21. Solución gráfica

$$t_1 = 180 - 60 = 120$$

$$t_2 = 180 - 120 = 60$$

$$t_3 = 180 - 180 = 0$$

$$x = 3.000 \left[ 1 + 0,21 \left( \frac{30}{360} \right) \right] + \frac{6.000}{1 + 0,21 \left( \frac{30}{360} \right)} + \frac{9.000}{1 + 0,21 \left( \frac{90}{360} \right)}$$

$$x = \$ 18.420,00$$

- b. Se toma la fecha focal en el tiempo de cero o con referencia al valor actual (figura 4.22).

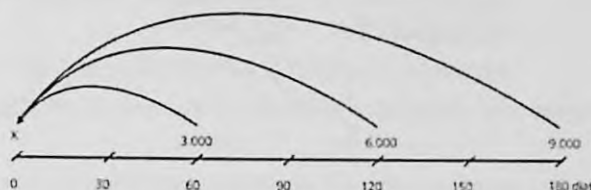


Figura 4.22. Solución gráfica

$$t_1 = 0 - 60 = -60/$$

$$t_2 = 0 - 120 = -120/$$

$$t_3 = 0 - 180 = -180/$$

$$x = \frac{3.000}{1 + 0,21 \left( \frac{60}{360} \right)} + \frac{6.000}{1 + 0,21 \left( \frac{120}{360} \right)} + \frac{9.000}{1 + 0,21 \left( \frac{180}{360} \right)}$$

$$x = \$16.650,83$$

- c. Los cálculos se realizan con descuento bancario o bursátil:

$$x = 3.000 \left[ 1 - 0,21 \left( \frac{60}{360} \right) \right] + 6.000 \left[ 1 - 0,21 \left( \frac{120}{360} \right) \right] + 9.000 \left[ 1 - 0,21 \left( \frac{180}{360} \right) \right]$$

$$x = \$16.530,00$$

22. Se elabora un gráfico de tiempos y valores para cada propuesta y se toma como fecha focal el tiempo cero.

- a. Figura 4.23

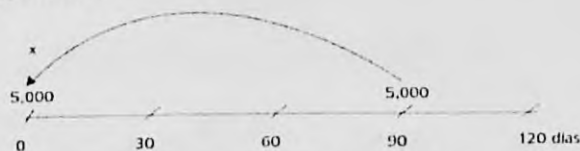


Figura 4.23. Solución gráfica de la primera propuesta

$$x_1 = 5.000 + \frac{5.000}{1 + 0,24\left(\frac{90}{360}\right)} = \$ 9.716,98$$

b. Figura 4.24

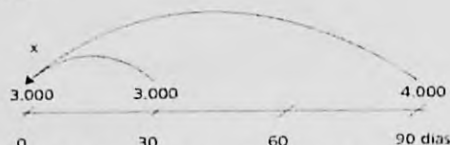


Figura 4.24. Solución gráfica de la segunda propuesta

$$x_2 = 3.000 + \frac{3.000}{1 + 0,24\left(\frac{30}{360}\right)} + \frac{4.000}{1 + 0,24\left(\frac{90}{360}\right)} = \$ 9.714,76$$

c. Figura 4.25

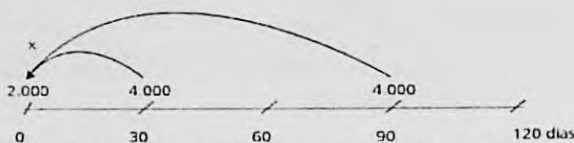


Figura 4.25. Solución gráfica de la tercera propuesta

$$x_3 = 2.000 + \frac{4.000}{1 + 0,24\left(\frac{30}{360}\right)} + \frac{4.000}{1 + 0,24\left(\frac{90}{360}\right)} = \$ 9.709,45$$

La tercera propuesta, \$ 9.709,45, es la que conviene aceptar.

23. Para este problema se toma el valor actual de cada propuesta o fecha focal tiempo cero. Se sugiere elaborar el gráfico respectivo para cada propuesta.

a. 
$$x_1 = 30.000 + \frac{30.000}{1 + 0,48\left(\frac{123}{360}\right)}$$

$$x_1 = 30.000 + 25.773,19 = \$ 55.773,19$$

b. 
$$x_2 = 20.000 + \frac{20.000}{1 + 0,48\left(\frac{60}{360}\right)} + \frac{20.000}{1 + 0,48\left(\frac{120}{360}\right)}$$

$$x_2 = 20.000 + 18.518,51 + 17.241,38 = \$ 55.759,90$$

$$c. \quad x_3 = 15.000 + \frac{35.000}{1+0,48\left(\frac{30}{360}\right)} + \frac{10.000}{1+0,48\left(\frac{150}{360}\right)}$$

$$x_3 = 15.000 + 33.553,85 + 8.333,33 = \$ 56.987,18$$

La primera propuesta, \$ 56.987,18, es la que le conviene aceptar.

24. Aunque en este problema se consideran los mismos criterios que en el anterior, notará que la respuesta cambia debido a la gran diferencia entre las tasas de interés, del 48 % al 4 % anual.

$$a. \quad x_1 = 30.000 + \frac{30.000}{1+0,04\left(\frac{123}{360}\right)}$$

$$x_1 = 30.000 + 29.595,53 = \$ 59.595,53$$

$$b. \quad x_2 = 20.000 + \frac{20.000}{1+0,04\left(\frac{60}{360}\right)} + \frac{20.000}{1+0,04\left(\frac{120}{360}\right)}$$

$$x_2 = 20.000 + 19.867,55 + 19.736,84 = \$ 59.604,39$$

$$c. \quad x_3 = 15.000 + \frac{35.000}{1+0,04\left(\frac{30}{360}\right)} + \frac{10.000}{1+0,04\left(\frac{150}{360}\right)}$$

$$x_3 = 15.000 + 34.883,72 + 9.836,07 = \$ 59.604,39$$

La segunda propuesta, \$ 59.604,39, es la que conviene aceptar.

25. En este problema, a la empresa le interesa la propuesta más baja. Para los cálculos se utiliza el criterio del valor actual.

$$a. \quad x_1 = 60.000 + \frac{60.000}{1+0,18\left(\frac{150}{360}\right)}$$

$$x_1 = 60.000 + 55.813,95 = \$ 115.813,95$$

$$b. \quad x_2 = 30.000 + \frac{90.000}{1+0,18\left(\frac{150}{360}\right)}$$

$$x_2 = 30.000 + 89.905,66 = \$ 114.905,66$$

$$c. \quad x_3 = 10.000 + \frac{110.000,00}{1 + 0,18 \left( \frac{90}{360} \right)}$$

$$x_3 = 10.000 + 105.263,16 = \$ 115.263,16$$

La propuesta b, \$ 114.905.66, es la que conviene aceptar.

26. Primero se calcula el tiempo en días (figura 4.26).

Julio	31			
Agosto	31	6		
Septiembre	30	30	12	
Octubre	31	31	31	
Noviembre	30	30	30	26
Diciembre	31	31	31	31
Total	184	128	104	57

Figura 4.26. Número de días

Luego se calcula el interés simple en cada transacción:

Depósito de apertura:

$$I = 100(0,18) \left( \frac{184}{360} \right) = \$ 9,20$$

Depósito del 14 de julio:

$$I = 20(0,18) \left( \frac{170}{360} \right) = \$ 1,70$$

Retiro del 15 de septiembre:

$$I = 30(0,18) \left( \frac{107}{360} \right) = -\$ 1,106$$

Depósito de 15 de octubre:

$$I = 150(0,18) \left( \frac{77}{360} \right) = \$ 5,775$$

Total intereses: \$ 16,675 a favor y \$ 1,605 en contra; lo cual da un neto de \$ 15,07 para acreditarse en la cuenta.

El saldo al 31 de diciembre, sin intereses, es de \$ 240.

En consecuencia, la cuenta tendrá un acumulado, al 31 de diciembre, de:

$$240 + 15,07 = \$ 255,07$$

27. Para esta segunda forma de liquidación se calcula el tiempo que transcurre entre cada transacción (Número de días):

a. Hasta el 14 de julio	14 días
b. Del 15 de julio al 15 de septiembre	63 días
c. Del 15 de septiembre al 15 de octubre	30 días
d. Del 15 de octubre al 31 de diciembre	77 días
e. Total	184 días

Luego se calcula el interés simple sobre el valor de los saldos:

Valor de apertura:

$$I = 100(0,18) \left( \frac{14}{360} \right) = \$ 0,70$$

Saldo al 14 de julio:

$$I = 120(0,18) \left( \frac{63}{360} \right) = \$ 3,78$$

Saldo al 15 de septiembre:

$$I = 90(0,18) \left( \frac{30}{360} \right) = -\$ 1,35$$

Saldo al 15 de octubre:

$$I = 240(0,18) \left( \frac{77}{360} \right) = \$ 9,24$$

Total intereses: \$ 15,07

Saldo de la cuenta con intereses:  $240,00 + 15,07 = \$ 255,07$

#### 9.4.2 Respuestas en Microsoft Excel

- Como amigo del señor Ojeda usted debe buscar el valor mínimo por cancelar, para lo cual se debe hacer variar la fecha focal desde 0 hasta 9 meses (figura 4.27).

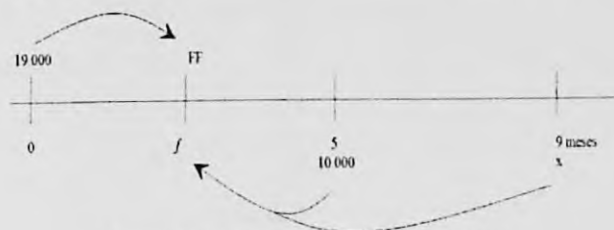


Figura 4.27. Solución gráfica, primer escenario

Ecuación de valor, primer escenario:  $0 \leq f \leq 5$

$$19.000(1 + 0,01f) = 10.000/(1 + 0,01(5 - f)) + x/(1 + 0,01(9 - f))$$

Despejando el valor de  $x$  se tiene:

$$x = (19.000(1 + 0,01f) - 10.000/(1 + 0,01(5 - f))) * (1 + 0,01(9 - f))$$

Figura 4.28



Figura 4.28. Solución gráfica, segundo escenario

Ecuación de valor, segundo escenario:  $5 < f < 9$

$$19.000(1 + 0,01f) = 10.000(1 + 0,01(f - 5)) + x/(1 + 0,01(9 - f))$$

Despejando el valor de  $x$  se tiene:

$$x = (19.000(1 + 0,01f) - 10.000(1 + 0,01(f - 5))) * (1 + 0,01(9 - f))$$

Esta información la ponemos en una tabla de Excel (figura 4.29).

	A	B
1	f	x
2	0	10.329,05
3	1	10.340,58
4	2	10.348,25
5	3	10.352,04
6	4	10.351,96
7	5	10.348,00
8	6	10.341,20
9	7	10.332,60
10	8	10.322,20
11	9	10.310,00

Figura 4.29. Tabla en Excel

En la celda B2 está la fórmula:



$$= (19000 * (1 + 0,01 * A2) - 10000 / (1 + 0,01 * (5 - A2))) * (1 + 0,01 * (9 - A2))$$

Esta fórmula se copió hasta la celda B7, por cuanto  $0 \leq f \leq 5$

En la celda B8, la fórmula:

$$= (19000 * (1 + 0,01 * A8) - 10000 * (1 + 0,01 * (A8 - 5))) * (1 + 0,01 * (9 - A8))$$

La fórmula presentada se copió hasta B11; A2 y A8 representan la localización de la fecha focal.

De la tabla se concluye que se debería recomendar la fecha focal en el mes de vencimiento.

## II. Figuras 4.30 y 4.31

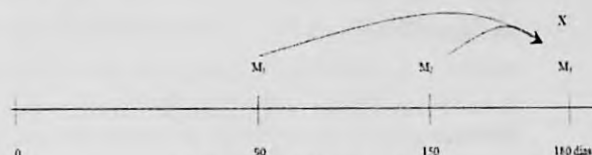


Figura 4.30. Solución gráfica

	A	B	C	D	E
1					
2	M <sub>1</sub> =	1.024,00	=1000*(1+0,008/30*90)		
3	M <sub>2</sub> =	1.000,00			
4	M <sub>3</sub> =	2.000,00			
5	t <sub>1</sub> =	90	días		
6	t <sub>2</sub> =	150,00	días		
7	t <sub>3</sub> =	180,00	días		
8	i	0,00833333	=0,01/30	diario	
9	Ecuación de valor				
10	X =	4.064,72	=B2*(1+B8*(B7-B5))+B3*(1+B8*(B7-B6))+B4		

Figura 4.31. Tabla en Excel

## III. Figura 4.32

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	5,50%	anual	0,0001507	diario	
2	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	25/07/2016			4.000,00	5	3,0136986
4	30/07/2016	4.050,00		8.050,00	11	13,343151
5	10/08/2016		8.000,00	50,00	6	0,0452055
6	16/08/2016	350,00		400,00	5	0,3013699
7	21/08/2016		200,00	200,00	4	0,1205479
8	25/08/2016			200,00		
9	Total de intereses					16,82
10						
11	Número de días (periodo)		31			
12	Saldo promedio diario		3.601,61			
13	Total de intereses		16,82			

Figura 4.32. Tabla en Excel

Las fórmulas empleadas son:

$$\text{en } D4, = D3 + B4 - C4; \quad \text{en } E3, = A4 - A3;$$

$$\text{en } F3, = D3 * E3 * \$D\$1 \quad \text{en } F8, = \text{SUMA}(F3:F7)$$

$$\text{en } D11, = (D3 * E3 + D4 * E4 + D5 * E5 + D6 * E6 + D7 * E7) / 31$$

Si se conoce el saldo promedio diario (SPD) se pueden calcular los intereses ganados en el periodo de análisis, de la siguiente forma:

$$I = C * i * t = SPD * i * t$$

$$I = 3.601,61 * \frac{0,055}{365} * 31$$

$$I = 16,82$$

### IV. Figura 4.33

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	7,30%	anual	0,0002	diario	
2	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	25/07/2016			4.000,00	5	4,00
4	30/07/2016	4.050,00		8.050,00	11	17,71
5	10/08/2016		8.000,00	50,00	6	0,06
6	16/08/2016	350,00		400,00	5	0,40
7	21/08/2016		200,00	200,00	4	0,16
8	25/08/2016			200,00		
9	Total intereses					22,33
10						
11	Número de días (periodo)		31			
12	Saldo promedio diario		3.601,61			
13	Total de intereses		22,33			

Figura 4.33. Tabla en Excel

Para resolver este problema se utilizó la misma plantilla del ejercicio anterior, con la única diferencia de que en el problema 3, en la celda D1 se utilizó la fórmula  $= B1/365$ , y en B1 se puso una tasa de 5,5 % anual. Ahora, en D1 se puso la tasa de 0,02 % diario y en la celda B1 la fórmula  $= D1 * 365$ . En el resto no hay cambios.

- V. Primero elaboramos una tabla, tal como se presenta a continuación (figura 4.34).

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	5,00%	anual	0,00013889	diario	
2	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	31/10/2015	800,00		800,00	14	1,55555556
4	14/11/2015	500,00		1.300,00	11	1,98611111
5	25/11/2015		1.250,00	50,00	3	0,02083333
6	28/11/2015			50,00	2	0,01388889
7	30/11/2015					
8	Total de intereses					3,58
9						
10	Número de días (periodo)			30		
11	Saldo promedio diario			858,33		
12	Total de intereses			3,58		

Figura 4.34. Tabla en Excel

En la celda D12 se aplica la fórmula  $I = SPD * i * t$ ; o sea,  $= D11 * D1 * D10$ . Lo demás es semejante al problema anterior.

En la celda B6 se debe realizar un depósito, se puede poner un número cualquiera, por ejemplo 5, o la dejamos en blanco, tal como se observa en la figura 33. Ahora debemos encontrar un número, de tal manera que en la celda D11 aparezca el número 861,44. Para localizar ese número llamamos a la función *Buscar objetivo* y en la ventana respectiva llenamos de la siguiente forma: *Definir celda:* D11; *Con el valor* 861,44; Cambiando la celda B6. Al aceptar se tiene la (figura 4.35).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	5,00%	anual	0,00013889	diario	
2	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	31/10/2015	800,00		800,00	14	1,55555556
4	14/11/2015	500,00		1.300,00	11	1,98611111
5	25/11/2015		1.250,00	50,00	3	0,02083333
6	28/11/2015	46,60		96,60	2	0,02683333
7	30/11/2015					
8				Total de intereses		3,59
9						
10		Número de días (periodo)		30		
11		Saldo promedio diario		861,44		
12		Total de intereses		3,59		

Figura 4.35. Tabla en Excel

La celda D12 confirma que los intereses ganados son de \$ 3,95.

Nota: en este ejemplo se utilizó la misma plantilla del ejercicio anterior, con nueva información.

VI. Este problema es el mismo del punto 4.5.2 segundo ejemplo (figura 4.36).

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	7,00%	anual	0,00019178	diario	
2	Fecha	Depósito	Retiro	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	30/06/2015			4.000,00	56	42,9589041
4	25/03/2015		250,00	3.750,00	24	17,260274
5	18/09/2015	300,00		4.050,00	47	36,5054795
6	04/11/2015		600,00	3.450,00	57	37,7136986
7	31/12/2015					
8				Total de intereses		134,438356

Figura 4.36. Tabla en Excel

La respuesta es \$ 134.44 redondeando, varía con un centavo en relación con los métodos analizados anteriormente, y esto se debe a que, como se observa, aquí trabajamos con todos los decimales.

VII. En la tabla del ejercicio anterior solamente hacemos un cambio: en la celda B1, en vez del 7 %, ponemos 5 % y resuelto el problema (figura 4.37).

	A	B	C	D	E	F
1	Tasa	5%	anual	0,000137	diario	
2	Fecha	Depósitos	Retiros	Saldo	Tiempo de permanencia	Intereses
3	30/06/2015			4.000,00	56	30,684932
4	25/08/2015		250,00	3.750,00	24	12,328767
5	18/09/2015	300,00		4.050,00	47	26,075342
6	04/11/2015		600,00	3.450,00	57	26,938356
7	31/12/2015			3.450,00		
8				Suma de intereses		96,027397

Figura 4.37. Tabla en Excel

## 9.5 Capítulo 5

### 9.5.1 Respuestas

1. Monto a interés compuesto = \$ 24.846,78567; monto a interés simple = \$ 17.600,00.
2. Monto = \$ 110.274,12; interés compuesto = \$ 80.274,12.
3. Monto = \$ 20.661,26; interés compuesto = \$ 15.661,26.
4. Habrá en la cuenta de ahorros = \$ 4.976,9891.
5. Por la forma matemática \$ 2.232,26; por la forma comercial \$ 2.232,98.
6.  $M = \$ 10.306,38$ .
7.  $M = \$ 944.299.148,50$ ;  $I = \$ 886.299.148,50$ .
8.  $M = \$ 943.640.948,81$ ;  $I = \$ 885.640.948,81$ .
9.  $M = \$ 3.138.083,58$ ;  $I = \$ 138.083,58$ .
10. Precio = \$ 7.063.324,00.
11.  $i = 12,36\%$  efectiva.
12.  $j = 12\%$  anual capitalizable semestralmente.
13.  $i = 9,3083318\%$  efectiva, anual.
14.  $i = 9\%$  anual capitalizable trimestralmente.
15.  $i = 8\%$  anual capitalizable trimestralmente;  $i = 8,243216\%$  efectiva.
16.  $i = 5\%$  efectiva, anual.
17.  $t = 9,9$  años = 9 años, 10 meses y 25 días.
18. 3,405818 años.
19.  $C = \$ 2.402,50$ .
20.  $C = \$ 6.475,66$ .
21. Valor de la venta del documento = \$ 4.489,146167.

22. La oferta a)  $X = \$ 13.654,67542$ ; b)  $\$ 14.232,50$ .
23. a)  $\$ 7.744,3293$  (con castigo); b)  $\$ 9.505,7006$  (a la par); c)  $\$ 11.342,8902$  (premio).
24. Valor de la venta  $\$ 4.545,19$  y  $\$ 4.543,61$ .
25.  $D_c = \$ 2.275,20$ ;  $D_b = \$ 2.547,61$ .
26. a)  $T_e = 5,368206$  años =  $10,736412$  semestres;  
b) pago único =  $\$ 18.398.403,52$ .
27.  $m = \frac{360}{180} = 2$   $i = \frac{0,24}{2} = 0,12 = \text{semestral}$   

$$n = \left( \frac{6(12) + 9}{6} \right) = 13,5$$
28.  $m = \frac{360}{90} = 4$   $i = \frac{0,18}{4} = 0,045 = \text{trimestral}$   

$$n = \left( \frac{6(12) + 9}{6} \right) = 122$$
  

$$M = C(1 + i)^{22} = \$ 13,168,26$$
29.  $M = 5.000 e^{0,18(5,5)}$   $M = 5.000 e^{0,99} = 5.000(2,691234472)$   
 $M = 13.456,17$
30.  $i = \frac{0,15}{4} = 0,0375$  *trimestral*  $n = (18) \frac{12}{3} = 72$   

$$M = 900(1 + 0,0375)^{72} = \$ 12.746,36$$
31.  $m = \frac{360}{90} = 4$   $1 + i = \left( 1 + \frac{0,36}{4} \right)^4$   $1 + i = 1,411582$   $i = 41,1582\%$  *efectiva*
32.  $1 + 0,411582 = \left( 1 + \frac{j}{4} \right)^4$   
 Elevamos ambos miembros de la ecuación a la potencia  $\frac{1}{4}$   

$$1 + 0,411582 = \left( 1 + \frac{j}{4} \right)$$
  
 $j = 36\%$  *anual capitalizable trimestralmente*
33.  $1 + i = e^{0,07}$ ;  $1 + i = 1,072508181818181$ ;  $i = 0,0725081818181$   
 $i = 7,250818181818\%$
34.  $1 + 0,072508181818181 = e^x$   
 $1,072508181818181 = e^{x \ln 1,0725081818181} = x \ln e^{0,07}$   
 $= x(1)$

$$7\% = x$$

## 35. Método analítico

- a. Primera opción:

$$i = 42\% \quad i = 0,42 \text{ efectiva, anual}$$

- b. Segunda opción:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,39}{2}\right)^2$$

$$1 + i = 1,428025$$

$$i = 42,8025\%$$

- c. Tercera opción:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,38}{4}\right)^4$$

$$1 + i = 1,437661$$

$$i = 43,7661\%$$

- d. Cuarta opción:

$$1 + i = \left(1 + \frac{0,36}{12}\right)^{12}$$

$$1 + i = 1,425761$$

$$i = 42,5761\%$$

En este caso, le conviene analíticamente la tercera opción:  $i = 43,7661\%$

## Método práctico

- a. Primera opción: tasa efectiva del 42%:

$$M = 50.000(1 + 0,42)^{1,25}$$

$$M = \$ 77.505,127$$

$$I = 77.505,127 - 50.000 = \$ 27.505,127$$

- b. Segunda opción: tasa del 39% anual capitalizable semestralmente:

$$M = 50.000 \left(1 + \frac{0,39}{2}\right)^{2,5}$$

$$M = \$ 78.053,03$$

$$I = 78.053,03 - 50.000 = \$ 28.053,03$$

- c. Tercera opción: tasa del 38% anual capitalizable trimestralmente:



$$M = 50.000 \left( 1 + \frac{0,38}{4} \right)^5$$

$$M = \$ 78.711,937$$

$$I = 78.711,937 - 50.000 = \$ 28.711,937$$

- d. Cuarta opción: tasa del 36 % anual capitalizable mensualmente:

$$M = 50.000 \left( 1 + \frac{0,36}{12} \right)^{15}$$

$$M = \$ 77.898,37$$

$$I = 77.898,37 - 50.000 = \$ 27.898,37$$

- e. En este caso le conviene la tercera opción:  $M = \$ 78.711,937$ ;  $I = \$ 28.711,937$

36. Se elabora el gráfico del problema (figura 5.35).

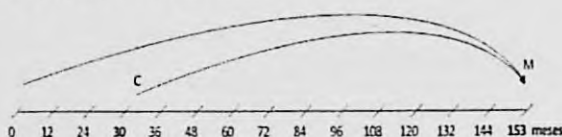


Figura 5.35. Solución gráfica de problema

$$i = 0,09$$

$$t = \frac{(12 \times 12 + 9)}{12} = 12,75$$

$$M = 7.500 e^{0,09(12,75)} = 7.500 e^{1,1475} = 7.500(3,15073)$$

$$M = 23,627,30$$

$$t = \frac{(12 \times 12 + 9) - (2 \times 12 + 6)}{12} = \frac{123}{12} = 10,25 \quad i = 0,0875$$

$$C = 23.627,30 e^{-(10,25)(0,0875)} = 23.627,30 e^{-0,896875} \\ = 23.627,30(0,407842)$$

$$C = \$ 9.636,21$$

37. Se expresa gráficamente el problema (figura 5.36).

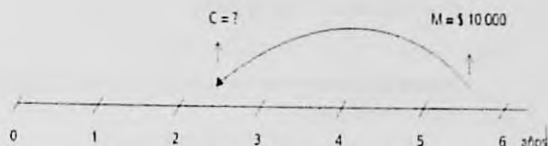


Figura 5.36. Solución gráfica del problema

$$\text{a. } n = \frac{[(5)(12)+6]-[(2)(12)+3]}{3} = 13$$

$$\text{b. } C = \$ 5.642,73$$

38. Se expresa gráficamente el problema (figura 5.37).

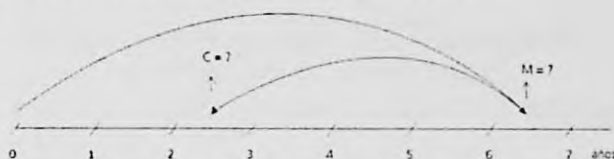


Figura 5.37. Solución gráfica del problema

Negociación con una tasa del 18 % efectiva:

$$M = 4.000 \left( 1 + \frac{0,15}{2} \right)^{13,50}$$

$$M = 4.000$$

$$M = \$ 10.618,77$$

$$n = \frac{[(6)(12) + 9] - [(2)(12) + 6]}{12} = 4,25$$

$$C = \$ 10,618,77(1 + 0,18)^{-4,25}$$

$$C = \$ 5.255,03(\text{con castigo})$$

Negociación con una tasa del 15 % anual capitalizable semestralmente:

$$n = \frac{[(6)(12) + 9] - [(2)(12) + 6]}{12} = 8,5$$

$$C = \$ 10,618,77 \left( 1 + \frac{0,15}{2} \right)^{-8,5}$$

$$C = \$ 5.742,52 \text{ (a la par)}$$

Negociación con una tasa del 12 % anual capitalizable trimestralmente:

$$n = \frac{[(6)(12) + 9] - [(2)(12) + 6]}{12} = 17$$

$$C = \$ 10,618,77 \left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^{-17}$$

$$C = \$ 5.742,52 \text{ (a la par)}$$

39. Se expresa el problema gráficamente (figura 5.38).

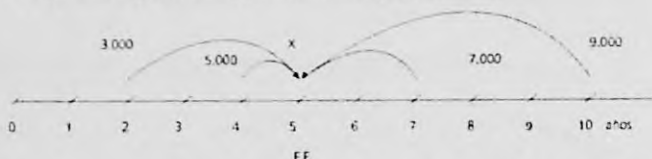


Figura 5.38. Solución gráfica del problema

$$n_1 = \frac{5(12) - (2)(12)}{6} = 6$$

$$n_2 = \frac{5(12) - (4)(12)}{3} = 2$$

$$n_3 = \frac{5(12) - (8)(12)}{3} = -6$$

$$n_4 = \frac{5(12) - (10)(12)}{3} = -10$$

$$x = 3.000(1 + 0,14/2)^6 + 5.000(1 + 0,07)^2 + 7.000(1 + 0,07)^{-2} + 9.000(1 + 0,07)^{-10}$$

$$x = 19.466,23$$

Un solo pago de \$ 19.466,23.

40. Se expresa el problema gráficamente (figura 5.39).

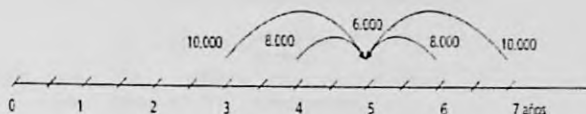


Figura 5.39. Solución gráfica del problema

$$TE = \frac{10.000(6) + 8.000(8) + 6.000(10) + 8.000(12) + 10.000(14)}{10.000 + 8.000 + 6.000 + 8.000 + 10.000}$$

$$TE = 10 \text{ semestres} = 5 \text{ años}$$

Calculamos el valor del pago único:

$$n1 = 10 - 6 = 4 \quad n3 = 10 - 10 = 0 \quad n5 = 10 - 14 = -4$$

$$n2 = 10 - 8 = 2 \quad n4 = 10 - 12 = -2$$

$$x = 10.000(1 + 0,03)^4 + 8.000(1,03)^2 + 6.000(1,03)^0 + 8.000(1,03)^{-2} + 10.000(1,03)^{-4}$$

$$x = 11.255,09 + 8.487,20 + 6.000 + 7.540,77 + 8.884,87$$

$$x = \$42.167,93$$

Pago único: \$42.167,93.

### 9.5.2 Respuestas en Microsoft Excel

#### I. Figura 5.40

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	C =	10.000,00			
3	$i_{\text{periodo}}$ =	0,02	=0,01*2 bimestral		
4	n =	10	años =	60	bimestres
5	M =	32.810,31	=B2*(1+B3)^D4		

Figura 5.40. Resolución del problema

#### II. Figura 5.41

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	M =	24.000,00				
3	$i_{\text{periodo}}$ =	0,013333	=0,08/6 bimestral			
4	n =	4	años =	24	=B4*6 bimestres	
5	C =	17.464,47	=B2/(1+B3)^D4			

Figura 5.41. Resolución del problema

#### III. Figura 5.42

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	C =	10.000,00				
3	M =	15.000,00				
4	n =	18	meses	36	=B4*2	quincenas
5	$i_{\text{periodo}}$ =	0,011326585	=(B3/B2)^(1/D4)-1 quincenal			
6	$i_{\text{anual}}$ =	27,18380%	=B5*24 anual			

Figura 5.42. Resolución del problema

## IV. Figura 5.43

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Datos:							
2	M =	4,00						
3	C =	1,00						
4	$i_{\text{periodo}}$ =	0,04	cuatrimestral					
5	n =	35,34597517	cuatrimestres					
6		= LOG10(B2/B3)/LOG10(1+B4)						
7	n =	11,78199179	años					
8	n =	11	años	0,78199179	años			
9		=ENTERO(D7)						
10	n =	11	años	9,383901481	meses			
11		=D8*12						
12	n =	11	años	9	meses	12	días	
13		=ENTERO(D10)						
14	n = 11 años, 9 meses y 12 días							

Figura 5.43 Resolución del problema

Se requiere de 35,3459 cuatrimestres para cuadruplicar el capital, pero en la realidad, el capital debe permanecer invertido en un número entero de periodos de capitalización.

## V. Figura 5.44

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2					
3	$j_{eq} =$	$((1 + j/m)^{m/k} - 1) k$			
4	j =	10,00%	anual capitalizable cada trimestre		
5	m =	4	trimestre por año		
6	k =	2	semestres por año		
7	$i_{eq} =$	10,1250%	anual capitalizable cada semestre		
8		= ((1+B2/B3)^(B3/B4)-1)*B4			

Figura 5.44. Resolución del problema

## VI. Figura 5.45

	A	B	C	D
1	Datos:			
2				
3		$J = ((1 + i)^{1/m} - 1)m$		
4	i =	0,0855	anual capitalizable cada año	
5	m =	52	semanas por año	
6	j =	0,0821055	anual capitalizable cada semana	
7		$=((1+B4)^{(1/B5)}-1)*B5$		
8	Otra forma de resolver			
9	Con el asistente de funciones financieras de Excel			
10	J =	0,0821055	anual capitalizable cada semana	
11		$=TASA.NOMINAL(B4,B5)$		

Figura 5.45. Resolución del problema

## VII. Figura 5.46

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	C =	4.500,00					
3	j =	0,0755	anual capitalizable cada quincena			0,0031458	quincenal
4	n =	2	años	48	quincenas		
5	M =	5.232,24	$=B2*(1+F3)^{D4}$				
6							
7	Con el asistente de funciones financieras						
8	M =	\$ 5.232,24	$=VF(F3;D4;0;-B2;0)$				

Figura 5.46. Resolución del problema

## VIII. Figura 5.47

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	M=	18.500,00					
3	j=	0,15	anual capitalizable	cada bimestre		0,025	bimestral
4	n=	48	meses =	24	bimestres		
5	C=	10.228,19	$=B2/(1+F3)^{D4}$				
6							
7	Con el asistente de funciones financieras						
8	C=	\$ 10.228,19	$=VA(F3;D4;0;-B2;0)$				
9	Otra forma de resolver con el asistente						
10	C=	\$ 10.228,19	$=VA(B3/6,B4/2;0;-B2;0)$				

Figura 5.47. Resolución del problema

## IX. Figura 5.48

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2					
3	$M = Ce^{i \cdot t}$		$i = \frac{\ln(\frac{M}{C})}{t}$		
4	M =	4,00			
5	C =	1,00			
6	t =	5	años		
7	i =	27,72589%	anual capitalizado continuamente		
8		$=\text{LN}(B4/B5)/B6$			

Figura 5.48. Resolución del problema

## X. Figuras 5.49 y 5.50

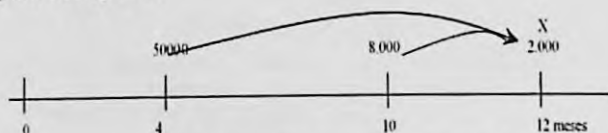


Figura 5.49. Solución gráfica del problema

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	M <sub>1</sub> =	950,00		n <sub>1</sub> =	4	semestres	
3	M <sub>2</sub> =	2 000,00		n <sub>2</sub> =	8	semestres	
4	M <sub>3</sub> =	5.000,00		n <sub>3</sub> =	12	semestres	
5	M =	7.950,00					
6	i =	0,08	anual capitalizable cada semestre			0,04	semestral
7							
8	ecuación de valor						
9	n =	9,8783102	semestres				
10		=LOG10(B5/(B2/(1+F6)^F2+B3/(1+F6)^F3+B4/(1+F6)^F4))/LOG10(1+F6)					
11	n =	4,9391551	años				
12	n =	4	años	11	meses	9	días
13							
14	Fórmulas, empujadas para calcular el tiempo						
15	Celda	B12	=ENTERO(B11)				
16	Celda	D12	=ENTERO((B11-B12)*12)				
17	Celda	F12	=REDONDEAR.MAS((((B11-B12)*12-D12)*30),0)				

Figura 5.50. Resolución del problema

## XI. Figuras 5.51 y 5.52

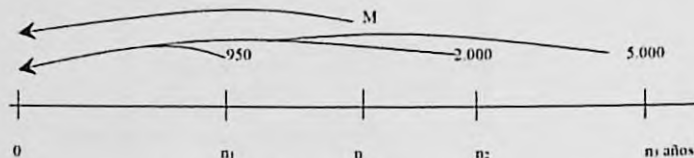


Figura 5.51. Solución gráfica del problema

$$\frac{M}{(1+i)^n} = \frac{M_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{M_3}{(1+i)^{n_3}}$$

$$(1+i)^n = \frac{M}{\frac{M_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{M_3}{(1+i)^{n_3}}}$$



$$\log((1+i)^n) = \log\left(\frac{M}{\frac{M_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{M_3}{(1+i)^{n_3}}}\right)$$

$$n = \log\left(\frac{M}{\frac{M_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{M_3}{(1+i)^{n_3}}}\right) \div \log(1+i)$$

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	M <sub>1</sub> =	5.000,00		n <sub>1</sub> =	4	meses
3	M <sub>2</sub> =	8.000,00		n <sub>2</sub> =	8	meses
4	M <sub>3</sub> =	2.000,00		n <sub>3</sub> =	12	meses
5	i =	0,02	mensual capitalizable cada mes			
6	X =	16.533,85	=B2*EXP((E4-E2)*B5)+B3*EXP((E4-E3)*B5)+B4			

Figura 5.52. Resolución del problema

- XII. Si se analiza con detenimiento vemos que es el mismo problema anterior, pero en ese caso, el pago único era la suma de las tres deudas, ahora se da un valor determinado; y, que el periodo de capitalización es en meses y no semestres. Para resolver el problema se va a utilizar la misma plantilla anterior y solo se harán pequeños cambios; el diagrama de tiempo es el mismo que el anterior (figura 5.53).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	M <sub>1</sub> =	1.950,00	n <sub>1</sub> =	3	año	36	meses
3	M <sub>2</sub> =	4.000,00	n <sub>2</sub> =	6	año	72	meses
4	M <sub>3</sub> =	15.000,00	n <sub>3</sub> =	10	año	120	meses
5	M =	20.000,00					
6	i =	0,085	anual capitalizable cada mes			0,0070833	mensual
7							
8	Evaluación de valor						
9	n =	93,339158 meses					
10		=LOG10(B5/(B2/(1+F6)^F2+B3/(1+F6)^F3+B4/(1+F6)^F4))/LOG10(1+F6)					
11	n =	7,7782632 años					
12	n =	7	años	9	meses	11	días

Figura 5.53. Resolución del problema

## 9.6 Capítulo 6

### 9.6.1 Respuestas

1.  $S = \$62.913,09$   $I = \$14.913,09$
2.  $A = \$74.989,50$   $I = \$87.010,50$

3.  $S = \$23.843,48$      $I = \$13.343,48$
4.  $S = \$81.401,84$      $I = \$21.401,84$
5.  $A = \$40.947,37$
6. La segunda opción, \$ 11.952,81
7. \$ 62,38
8. \$ 159,15
9. \$ 170,70
10. 17 depósitos de \$ 300 y un último depósito de \$ 747,93.
11. 17 depósitos de \$ 300 y uno adicional de \$ 100,29.
12. 144 pagos completos de \$ 180,00, y un pago adicional de \$ 41,94.
13. 144 pagos completos de \$ 180,00, y un pago adicional, un mes más tarde, de \$ 42,46.
14. 4,44 % anual capitalizable trimestralmente.
15. a) 9 % anual capitalizable mensualmente. b) 9,38 % efectiva anual.
16. \$ 36.174,58
17.  $A = \$222.694,515$      $I = \$113.305,485$
18. \$ 27.096,75
19. \$ 1.223,05
20. \$ 29,75
21. Un retiro mensual por jubilación de \$ 472,87
22. Un monto acumulado de \$ 57.186,15756  
 $I = 57.186,15756 - 16.800,00 = \$40.386,15756$   
 Un valor pagado de \$ 7.002,81  
 $I = 16.800,00 - 7.002,81 = \$9.797,19.$
23.  $R = \$100$ ;  $i = \frac{0,08}{4} = 0,02$ ;  $n = \frac{[(6)(12)+9]}{3} = 27$   

$$S = 100 \frac{(1 + 0,02)^{27} - 1}{0,02} = \$3.534,43$$
24.  $I = s - n(R)$      $I = 3.534,43 - (27)(100) = \$834,43$
25.  $R = \$200$ ;  $i = \frac{0,06}{12} = 0,005$ ;  $n = (18)(12) = 216$   

$$S = 200 \frac{(1 + 0,005)^{216} - 1}{0,005} = \$77.470,64$$

$$26. I = s - n(R) I = 77.470,64 - (216)(200) = \$ 34.270,64$$

$$27. R = \$ 900; i = \frac{0,04}{4} = 0,01; n = \frac{[(10)(12)]}{3} = 40$$

$$S = 900 \frac{(1 + 0,01)^{40} - 1}{0,01} = \$ 43.997,74$$

$$28. R = \$ 900; i = \frac{0,12}{12} = 0,01; n = (5)(12) = 60$$

$$A = 900 \frac{1 - (1 + 0,01)^{-60}}{0,01} = \$ 31.468,53$$

$$29. I = (n)(R) - (A) I = (60)(700) - 31.468,53 I = 42.000,00 - 31.468,53$$

$$I = 10.531,47$$

$$30. S = 90.000; i = \frac{0,06}{4} = 0,01; n = \frac{[(7)(12)]}{3} = 28$$

$$R = \frac{90.000}{\frac{(1 + 0,015)^{28} - 1}{0,015}} = \$ 2.610,10$$

$$31. A = 35.000; i = \frac{0,09}{12} = 0,0075; n = (10)(12) = 120$$

$$R = \frac{35.000}{\frac{1 - (1 + 0,0075)^{-120}}{0,0075}} = \$ 443,3652$$

$$32. I = (n)(R) - (A) I = (120)(443,3652) - 35.000 I = 53.203,83 - 35.000$$

$$I = \$ 18.203,82$$

33. Se requiere calcular la tasa equivalente:

$$\left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^4 = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^{12} \quad 1,013 = \left(1 + \frac{j}{12}\right)^3$$

$$1,03^{0,333333} = 1 + \frac{j}{12} \quad 1,009901634 = 1 + \frac{j}{12}$$

$$j = 0.1188196086$$

Entonces, aplicando la fórmula de la renta en función del valor actual de una anualidad:

$$R = \frac{60.000,00(0,009901634)}{1 - (1 + 0,009901634)^{-120}} = \$ 856,74$$

120 pagos mensuales de \$ 856,74.

## 9.6.2 Respuestas en Microsoft Excel

## I. Figura 6.29

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	1.500,00			
3	i =	0,025	semestral		
4	n =	3,5	años =	7	semestres
5					
6	n	R	M		
7	0				
8	1	1.500,00	1.739,54	=B8*(1+\$B\$3)^(\$D\$4-A8)	
9	2	1.500,00	1.697,11		
10	3	1.500,00	1.655,72		
11	4	1.500,00	1.615,34		
12	5	1.500,00	1.575,94		
13	6	1.500,00	1.537,50		
14	7	1.500,00	1.500,00		
15	Monto = S =		11.321,15	=SUMA(C8:C14)	

Figura 6.29. Resolución del problema

## II. Figura 6.30

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	800,00			
3	i =	0,05	semestral		
4	n =	3,5	años =	7	semestres
5					
6	n	R	M		
7	0				
8	1	800,00	761,90	=B8*(1+\$B\$3)^-A8	
9	2	800,00	725,62		
10	3	800,00	691,07		
11	4	800,00	658,16		
12	5	800,00	626,82		
13	6	800,00	596,97		
14	7	800,00	568,55		
15	Valor actual = A =		4.629,10		

Figura 6.30. Resolución del problema

## III. Figura 6.31

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	300,00			
3	i =	0,01	mensual		
4	n =	6	meses		
5					
6	n	R	M		
7	0	300,00	318,46	=B7*(1+\$B\$3)^(\$B\$4-A7)	
8	1	300,00	315,30		
9	2	300,00	312,18		
10	3	300,00	309,09		
11	4	300,00	306,03		
12	5	300,00	303,00		
13	6				
14	Monto = S =		1.864,06		
15	Interés ganado		64,06	=C14-B2*B4	

Figura 6.31. Resolución del problema

## IV. Figura 6.32

	A	B	C
1	Datos:		
2	R =	1.000,00	
3	i =	0,008333333	mensual
4	n =	6	meses
5			
6	n	R	C
7	0	1.000,00	1.000,00
8	1	1.000,00	991,74
9	2	1.000,00	983,54
10	3	1.000,00	975,41
11	4	1.000,00	967,35
12	5	1.000,00	959,36
13	6		
14	Valor de contado		5.877,39

Figura 6.32. Resolución del problema

## V. Figura 6.33

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	Entrada =	20%					
3	Deuda = A =	¿?					
4	i =	0,01	mensual				
5	n =	6	meses				
6	Tiempo de gracia =	2	meses				
7	R =	10.000,00					
8							
9	n	n (gracia)	n (anualidad)	R	C		
10	0	0					
11	1	1					
12	2	2	0				
13	3		1	10.000,00	9.705,90	=D13/(1+SC\$4)^A13	
14	4		2	10.000,00	9.609,80		
15	5		3	10.000,00	9.514,66		
16	6		4	10.000,00	9.420,45		
17	7		5	10.000,00	9.327,18		
18	8		6	10.000,00	9.234,83	=D18/(1+SC\$4)^A18	
19	Valor actual				56.812,83		
20	Interés ganado				3.187,17	=C7*CS-E19	
21	Precio de contado del departamento				71.016,03	=E19/(1-C2)	

Figura 6.33. Resolución del problema

VI. Como se debe trabajar en trimestres, el primer pago será dentro de 3 trimestres (figura 6.34).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Datos:							
2	i=	0.03	trimestral					
3	n=	10	trimestres					
4	Tiempo gracia=	2	trimestres					
5	R =	500,00						
6								
7	n	n (gracia)	n (anualidad)	R	C			
8	0	0						
9	1	1						
10	2	2	0					
11	3		1	500,00	652,39	=D11*(1+SC\$2)^(SAS20-A11)		
12	4		2	500,00	633,39			
13	5		3	500,00	614,94			
14	6		4	500,00	597,03			
15	7		5	500,00	579,64			
16	8		6	500,00	562,75			
17	9		7	500,00	546,36			
18	10		8	500,00	530,45			
19	11		9	500,00	515,00			
20	12		10	500,00	500,00	=D20*(1+SC\$2)^(SAS20-A20)		
21	Monto				5.731,94			

Figura 6.34. Resolución del problema

## VII. Figura 6.35

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	R =	300,00				
3	Incremento =	50,00	cada quincena			
4	n =	4	meses =	8	quincenas	
5	i =	0,01	quincenal			
6						
7	n	R y el incremento	M			
8	0					
9	1	300,00	=B2	321,64	=B9*(1+\$B\$5)^(SD\$4-A9)	
10	2	350,00	=B9+\$B\$3	371,53		
11	3	400,00	=B10+\$B\$3	420,40		
12	4	450,00		468,27		
13	5	500,00		515,15		
14	6	550,00		561,06		
15	7	600,00		606,00		
16	8	650,00		650,00		
17	Suma de los pagos	3.800,00	Monto del gradiente aritmético	3 914,05		
18	Intereses pagados		114,05	=D17-B17		

Figura 6.35. Resolución del problema

## VIII. Figura 6.36

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	n =	5	meses	
3	i =	0,01	mensual	
4	R =	550,00	mensual	
5	Gradiente	2	el doble del anterior	
6				
7	n	R y gradiente		C
8	0			
9	1	550,00	=B4	544,55
10	2	1.100,00	=B9*\$B\$5	1.078,33
11	3	2.200,00	=B10*\$B\$5	2.135,30
12	4	4.400,00		4.228,31
13	5	8.800,00		8.372,90
14	Valor actual del gradiente geométrico			16.359,39

Figura 6.36 Resolución del problema

IX. Figura 6.37

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	n =	6	meses	
3	i =	0,015	mensual	
4	R =	883,00	mensual	
5	Gradiente	0,03	en porcentaje (cada mes)	
6				
7	n	R y gradiente		C
8	0			
9	1	883,00	=B4	869,95
10	2	909,49	=B9*(1+\$B\$5)	882,81
11	3	936,77	=B10*(1+\$B\$5)	895,85
12	4	964,88		909,09
13	5	993,82		922,53
14	6	1.023,64		936,16
15	Valor actual del gradiente geométrico			5.416,39

Figura 6.37. Resolución del problema

X. Figura 6.38

	A	B	C
1	Datos:		
2	A =	100.000,00	
3	n =	5	meses
4	i =	0,015	mensual
5	R =	¿?	
6	Se asume que R = 100,00		
7	n	R	C
8	0		
9	1	100,00	98,52
10	2	100,00	97,07
11	3	100,00	95,63
12	4	100,00	94,22
13	5	100,00	92,83
14	Valor actual = A =		478,26

Figura 6.38. Resolución del problema



Elaboramos la tabla, tal como se vio en el problema 2, y asumimos una renta de \$ 100. A continuación acudimos a la función Buscar objetivo; en Definir la celda, damos un clic en C14; con el valor escribimos 100000; y en Cambiando la celda, damos un clic en B9; por último, aceptamos (figura 6.39).

	A	B	C
1	Datos:		
2	A =	100.000,00	
3	n =	5	meses
4	i =	0,015	mensual
5	R =	¿?	
6			
7	n	R	C
8	0		
9	1	20.908,93	20.599,93
10	2	20.908,93	20.295,50
11	3	20.908,93	19.995,57
12	4	20.908,93	19.700,07
13	5	20.908,93	19.403,93
14	Valor actual = A =		100.000,00

Figura 6.39. Resolución del problema

La renta que va a recibir el señor Gómez es de \$ 20.908,93 mensuales.

- XI. Este problema se resuelve con el asistente de funciones financieras (figura 6.40).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	Entrada =	1.200,00		
3	R =	300,00	mensuales	
4	i =	0,01	mensual	
5	n =	36	meses	
6	A =			
7	Valor de contado =	\$ 9.032,25	=VA(B4;B5;-B3;0;0)	
8	Valor de contado =	\$ 10.232,25	=B7+B2	

Figura 6.40. Resolución del problema

- XII. El problema se resuelve utilizando el asistente de funciones de Excel (figura 6.41).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	R =	300,00	mensuales	
3	n =	96	meses	
4	i =	0,01333333	mensual	
5	S =	\$ 57.742,80	=VF(B4;B3;-B2;0;0)	

Figura 6.41. Resolución del problema

XIII. Figura 6.42

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	i =	0,10	anual		
3	j =	0,00183457	=TASA.NOMINAL(B2;52)/52	semanal	
4	n =	260	semanas		
5	S =	16.639,05			
6	R =	\$ 50,00	=PAGO(B3;B4;0;-B5;0)	semanal	

Figura 6.42. Resolución del problema

XIV. Figura 6.43

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	1.000,00	trimestral		
3	S =	25.544,66			
4	i =	0,025	trimestral		
5	n =	20	=NPER(B4;-B2;0;B3;0)	trimestres	
6	n =	5	años		

Figura 6.43. Resolución del problema

XV. Se trata de una anualidad anticipada (figura 6.44).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	Donación =	20.000,00		
3	R =	100,00	bimestral	
4	i =	0,02333333	bimestral	
5	n =	102	bimestres	
6	M <sub>donación</sub> =	210.269,51	=B2*(1+B4)^B5	
7	S <sub>anualidad</sub> =	41.723,39	=VF(B4;B5;-B3;0;1)	
8	M <sub>total</sub> =	251.992,90	=B6+B7	

Figura 6.44. Resolución del problema

XVI. Figura 6.45

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	50,00	semanal		
3	A =	2.139,67			
4	i =	0,50%	semanal		
5	n =	48	=NPER(B4;-B2;B3;0;1)	semanas	

Figura 6.45. Resolución del problema

## XVII. Figura 6.46

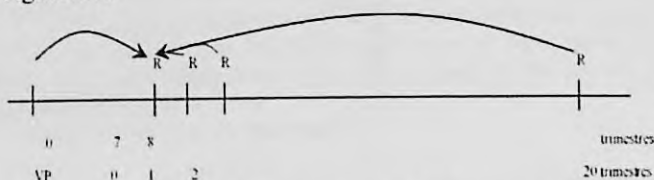


Figura 6.46. Expresión gráfica del problema

Ecuación de valor:

$$VP(1+i)^k = R(1 - (1+i)^{-n})/i$$

Con el asistente de funciones (figura 6.47).

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	j =	0,120596049	anual capitalizado cuatrimestral			
3	m =	3	cuatrimestres por año			
4	j <sub>1</sub> =	0,12	=((1+B2/B3)^(B3/B5)-1)*B5	anual capitalizable cada trimestre		
5	m <sub>1</sub> =	4	trimestres por año			
6	i =	0,03	trimestral			
7	R =	2.500,00	trimestral			
8	Periodo de gracia	7	trimestres			
9	n =	20	trimestres			
10	A (de la anualidad) =	\$ 37.193,69	=VA(B6/B9; B7,0,0)			
11	(1+i) <sup>k</sup> =	1,229873865	=(1+B6)^B8			
12	Valor presente = VP	\$ 30.241,87	=B10/B11			

Figura 6.47. Resolución del problema

## XVIII. Fórmula de valor actual de una anualidad con capitalización continua:

$$C = R \left( \frac{1 - e^{-n \cdot i}}{e^i - 1} \right)$$

Donde:

C = valor actual

e = número irracional e

n = número de periodos

i = tasa del periodo

R = la renta

Las unidades de i y de n deben coincidir (figura 6.48).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2			$i = \frac{\ln(\frac{M}{C})}{t}$		
3	$M = Ce^{i \cdot t}$				
4	M =	4,00			
5	C =	1,00			
6	t =	5	años		
7	i =	27,72589% anual capitalizado continuamente			
8		=LN(B4/B5)/B6			

Figura 6.48. Resolución del problema

XIX. Fórmula de monto de una anualidad con capitalización continua:

$$M = R \left( \frac{e^{n \cdot i} - 1}{e^i - 1} \right)$$

Donde:

M = monto

e = número irracional e

n = número de periodos

i = tasa del periodo

R = la renta

Las unidades de  $i$  y de  $n$  deben coincidir (figura 6.49).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	R =	200,00	mensual		
3	n =	300	meses		
4	i =	0,0083333	mensual		
5	M =	267.263,16	=B2*(EXP(B3*B4)-1)/(EXP(B4)-1)		
6	Datos (segunda parte):				
7	i =	0,0083333	mensual		
8	A =	267.263,16			
9	n =	240	meses		
10	R =	\$ 2.579,15	=PAGO(B7;B9;-B8;0,0) mensual		

Figura 6.49. Resolución del problema

XX. Figura 6.50

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	Precio =		86.749,26		
3	Entrada =	10%	8.674,93		
4	Deuda = A =		78.074,33		
5	n =	300	meses		
6	R =	1.000,00	mensuales		
7	i =	1,2500%	=TASA(B5;-B6;C4;0;0)	mensual	
8	i =	15,00%	anual		

Figura 6.50. Resolución del problema

## 9.7 Capítulo 7

### 9.7.1 Respuestas

1.  $R = \$ 12.414,3580$
2.  $R = \$ 921,08$
3.  $R = \$ 5.055,1529$
4. a)  $R = \$ 5.896,7564$   
b) Saldo insoluto =  $\$ 53.770,05$
5. Saldo insoluto =  $\$ 5.636,48$
6. a) Intereses =  $\$ 394,55$   
b) Capital pagado por cuota =  $\$ 549,38$
7. a) Cuota mensual =  $\$ 12.638,69$   
b) Derechos del acreedor =  $\$ 796.602,46$   
c) Derechos del deudor =  $\$ 403.397,54$
8. a) Cuota mensual =  $\$ 965,5471$   
b) Saldo por pagar =  $\$ 46.513,6611$   
c) Ha pagado =  $\$ 73.486,3389$
9. Valor de la cuota trimestral =  $\$ 1.016,61$
10. Valor de la cuota bimestral =  $\$ 1.162,76$
11.  $R = \$ 1.115,30$
12.  $R = \$ 1.551,2136$
13.  $\$ 3.409,65$
14. a) Valor del depósito =  $\$ 6.700,89$   
b) Valor acumulado =  $\$ 48.541,39$   
c) Saldo insoluto =  $\$ 21.458,60$
15.  $\$ 11.469,90$  incluido el 2 % de comisión

16. a) \$ 860,00  
 b) \$ 685,00 (es la más baja)  
 c) \$ 706,19
17. a) Renta original = \$ 953,99  
 b) nueva renta = \$ 963,60
18. Figura 7.22

Período	Saldo insoluto	Intereses	Renta por cuota	Capital pagado
1	30000	225	\$ 953,99	\$ 728,99
2	\$ 29.271,01	219,53256	\$ 953,99	\$ 734,46
3	\$ 28.536,55	214,024115	\$ 953,99	\$ 739,97
4	\$ 27.796,58	208,474356	\$ 953,99	\$ 745,52
5	\$ 27.051,06	202,882973	\$ 953,99	\$ 751,11
6	\$ 26.299,95	197,249656	\$ 953,99	\$ 756,74
7	\$ 25.543,21	191,574088	\$ 953,99	\$ 762,42
8	\$ 24.780,79	185,855954	\$ 953,99	\$ 768,14
9	\$ 24.012,66	180,094934	\$ 953,99	\$ 773,90
10	\$ 23.238,76	174,290706	\$ 953,99	\$ 779,70
11	\$ 22.459,06	168,442947	\$ 953,99	\$ 785,55
12	\$ 21.673,51	162,551329	\$ 953,99	\$ 791,44

Figura 7.22. Tabla de amortización, periodo 1 a 12

19. Figura 7.23

Período	Saldo insoluto	Intereses	Renta por cuota	Capital pagado	Saldo deuda
13	\$ 20.882,07	\$ 174,02	\$ 963,60	\$ 789,58	\$ 20.092,49
14	\$ 20.092,49	\$ 167,44	\$ 963,60	\$ 796,16	\$ 19.296,32
15	\$ 19.296,32	\$ 160,80	\$ 963,60	\$ 802,80	\$ 18.493,52

Figura 7.23. Tabla de amortización, periodo 13 a 15

20. Renta reajustada = \$ 943,33  
 (El saldo insoluto luego del pago 24 es de \$ 10.960,48).
21. Cuota original: \$ 7.633,83; para el primer reajuste: \$ 8.095,54; para el segundo reajuste: \$ 7.423,00; para el cuarto reajuste: \$ 7.348,98.

$$22. i = \frac{0,11}{2} = 0,055 \text{ semestral } n = \frac{(5)(12)}{6} = 10$$

$$R = \frac{50.000}{\frac{1 - (1 + 0,055)^{-10}}{0,055}} = \$ 6.633,39$$

$$23. i = \frac{0,09}{2} = 0,075 \text{ mensual } n = (12)(6) = 72$$

$$R = \frac{15.000}{\frac{1 - (1 + 0,075)^{-72}}{0,075}} = \$ 270,38$$

24. Primero se calcula la renta:

$$i = \frac{0,08}{4} = 0,02 \text{ trimestral; } n = \frac{(10)(12)}{3} = 40$$

$$R = \frac{380.000}{\frac{1 - (1 + 0,02)^{-40}}{0,02}} = \$ 13.891,18$$

El saldo insoluto (P), luego del pago 10, se calcula utilizando la fórmula del saldo insoluto:

$$n = 40; m = 10; k = 40 - 10 = 30$$

$$P_{10} = 13.891,18 \left[ \frac{1 - (1 + 0,02)^{-30}}{0,02} \right]$$

$$P_{10} = \$ 311.113,20$$

25. Se toma el saldo insoluto luego del pago 10, que es el mismo valor al inicio del periodo 11 y se procede a reconstruir la tabla (figura 7.24).

$$\text{Saldo insoluto al inicio del período 11} = \$ 311.113,20$$

$$\text{Interés} = \$ 311.113,20(0,02) = 6.222,26$$

$$\text{Cuota o renta} = \$ 13.891,18$$

$$\text{Capital pagado por cuota} = \$ 13.891,18 - 6.222,26 = 7.668,92$$

$$\text{Saldo deuda} = 311.113,20 - 7.668,92 = \$ 303.444,28$$

Período	Capital insoluto	Intereses vencidos	Cuota	Capital pagado	Saldo deuda al final del período
11	\$ 311.113,20	\$ 6.222,26	\$ 13.891,18	\$ 7.668,92	\$ 303.444,28

Figura 7.24. Reconstrucción de la tabla de amortización en el periodo 11

26. Primero se calcula la renta:



$$i = \frac{0,06}{12} = 0,005 \text{ mensual}; n = (15)(12) = 180$$

$$R = \frac{95.000}{\frac{1 - (1 + 0,005)^{-180}}{0,005}} = \$ 801,66$$

El saldo insoluto (P), luego del pago 10, se calcula utilizando la fórmula del saldo insoluto:

$$k = 180 - 60 = 120$$

$$P_{60} = 801,66 \left[ \frac{1 - (1 + 0,005)^{-120}}{0,005} \right]$$

$$P_{60} = \$ 72.208,29$$

Por definición, el saldo insoluto constituye los derechos del acreedor.

Al emplear la ecuación:

$$\text{Derechos del acreedor} + \text{Derechos del deudor} \\ = \text{Deuda original}$$

Entonces:

$$\text{Derechos del deudor} = 95.000 - 72.208,29 = \$ 22.791,71$$

27. Se calcula la cuota fija durante los 36 meses, mediante cada uno de los citados métodos.

- a. Este método acumula los intereses; por tanto, utiliza la fórmula del monto en interés simple:

$$M = 36.000[1 + 0,01(36)] = \$ 48.960$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{48.960}{36} = \$ 1.360$$

- b. Este método calcula la cuota mensual sobre los saldos.

$$\text{Primera cuota} = \$ 1.360$$

$$\text{Cuota de capital} = \frac{36.000}{360} = \$ 1.000$$

$$\text{Última cuota} = 1.000 + 1.000(0,01) = \$ 1.010$$

$$\text{Cuota fija} = \frac{a + 2}{2}$$

- c. Este método calcula la cuota mensual sobre los saldos:

$$i = 0,01$$

$$R = \frac{36.000(0,01)}{1 - (1 + 0,01)^{-36}} = \$ 1.95,72$$

Le conviene el método de saldos deudores, pues le da una cuota de \$ 1.185. Le sigue en prioridad el método de amortización gradual: \$ 1.195,72.

28. Como el periodo de pago es diferente del periodo de capitalización de los intereses, se requiere utilizar la ecuación de equivalencia.

$$\left(1 + \frac{j}{4}\right)^4 = \left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{12} \quad 1 + \frac{j}{4} = (1,0075)^3$$

$j = 9,068\%$  *anual capitalizable trimestralmente*

Es decir, una tasa de interés del 9 % anual, capitalizable mensualmente, equivale a una tasa del 9,068 % anual, capitalizable trimestralmente.

Entonces, para calcular la renta:

$$i = \frac{0,098068}{4} = 0,02267 \text{ trimestralmente } n = \frac{(5)(12)}{3} = 20$$

$$R = \frac{60.000}{\frac{1 - (1 + 0,02267)^{-20}}{0,02267}} = \$ 3.764,63$$

29. Renta original:

$$i = \frac{0,24}{12} = 0,02 \text{ mensual } n = (3)(12) = 36$$

$$R = \frac{20.000}{\frac{1 - (1 + 0,02)^{-36}}{0,02}} = \$ 784,66$$

Nueva renta:

Se calculaba el saldo insoluto luego del pago 12:

$$k = 36 - 12$$

$$P_{12} = 784,66 \left[ \frac{1 - (1 + 0,02)^{-24}}{0,0175} \right] = \$ 12.840,95$$

$$i = \frac{0,21}{12} = 0,0175 \text{ mensual } n = 24$$

$$R = \frac{14.840,95}{\frac{1 - (1 + 0,0175)^{-24}}{0,0175}} = \$ 762,61$$

30.  $i = \frac{0,05}{4} = 0,0125 \quad n = \frac{(10)(12)}{3} = 40$

$$R = \frac{75.000}{\frac{(1 + 0,0125)^{40} - 1}{0,0125}} = \$ 1.456,61$$

$$31. i = \frac{0,04}{4} = 0,2 \text{ semestral } n = \frac{(5)(12)}{3} = 10$$

$$R = \frac{50.000}{\frac{(1 + 0,02)^{10} - 1}{0,02}} = \$ 4.566,33$$

Fondo acumulado luego del depósito 4:

$$S = 4.566,33 \left( \frac{(1 + 0,02)^4 - 1}{0,02} \right) = \$ 18.820,62$$

Saldo insoluto:

$$50.000 - 18.820,62 = \$ 31.179,38$$

32. Solución gráfica (figura 7.25).

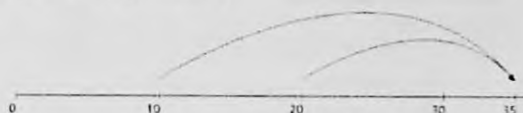


Figura 7.25. Solución gráfica del problema

Se suman las tasas del 5 % + 7 % = 12 % para calcular el valor de cada depósito mensual (R) y se procede al cálculo de variables  $n$  e  $i$ :

$$R_1 = 500(0,012) = 60$$

$$i_1 = \frac{0,04}{12} = 0,00333 \text{ mensual}$$

$$n_1 = (10)(12) = 120$$

$$R_2 = 900(0,012) = 108$$

$$i_2 = \frac{0,05}{12} = 0,004167 \text{ mensual}$$

$$n_2 = (10)(12) = 120$$

$$R_3 = 1.500,00(0,012) = 180,00$$

$$i_3 = \frac{0,06}{12} = 0,005 \text{ mensual}$$

$$n_3 = (15)(12) = 180$$

Todos los depósitos se acumulaban durante el plazo de 15 años, en forma periódica de acuerdo con la tasa de interés.

Se utiliza la fórmula del monto de una anualidad (fórmula 6.1).

$$S = R \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$S = 60 \left[ \frac{(1 + 0,00333)^{120} - 1}{0,00333} \right] (1 + 0,004167)^{120} (1 + 0,005)^{180} +$$

$$108 \left[ \frac{(1 + 0,004167)^{120} - 1}{0,004167} \right] (1 + 0,005)^{180}$$

$$+ 108 \left[ \frac{(1 + 0,005)^{180} - 1}{0,005} \right]$$

$$S = 35.710,94 + 41.157,22 + 52.347,37 = \$ 129.215,61$$

$$\text{Interés} = 129.215,61 - [60(120) + 108(120) + 180(180)]$$

$$\text{Interés} = \$ 76.655,61$$

## 9.7.2 Respuestas en Microsoft Excel

## I. Figura 7.26

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Datos:							
2	A =	8.000,00						
3	n =	6	meses					
4	i =	0,0116667	mensual					
5	R =	\$ 1.388,30	=PAGO(B4,B3;-B2,0,0)	mensual				
6								
7	Tabla de amortización							
8	Mes	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto			
9	0				8.000,00	=B2		
10	1	1.294,97	=F10-D10	93,33	=G9*\$B\$4	1.388,30	6.705,03	=G9-B10
11	2	1.310,08		78,23		1.388,30	5.394,95	
12	3	1.325,36		62,94		1.388,30	4.069,59	
13	4	1.340,83		47,48		1.388,30	2.728,76	
14	5	1.356,47		31,84		1.388,30	1.372,29	
15	6	1.372,29		16,01		1.388,30	0,00	

Figura 7.26. Tabla de amortización

## II. Figura 7.27

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	Precio =	180.000,00			
3	Entrada =	15%	27.000,00		
4	A =	153.000,00			
5	n =	240	meses		
6	i =	0,015	mensual		
7	R =	\$ 2.361,27	=PAGO(B6,B5;-B4,0,0)	mensual	
8					
9	Tabla de amortización				
10	Mes	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
11	0				153.000,00
12	1	66,27	2.295,00	2.361,27	152.933,73
13	2	67,26	2.294,01	2.361,27	152.866,47
14	3	68,27	2.293,00	2.361,27	152.798,20
15	4	69,29	2.291,97	2.361,27	152.728,91
16	5	70,33	2.290,93	2.361,27	152.658,58

Figura 7.27. Tabla de amortización

- III. Elaboramos la tabla de la siguiente forma: en la celda D12 dejamos en blanco; en D13 ponemos  $=D12$  y copiamos la fórmula hasta D15; en esta última celda agregamos el valor de 5,00; la fórmula que está en este casillero es:  $=D14 + 5000$  (figura 7.28).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	Precio =	35.000,00			
3	Entrada =	5%	1.750,00		
4	A =	33.250,00			
5	n =	4	trimestres		
6	i =	0,0475	trimestral		
7					
8	Tabla de amortización				
9	Trimestres	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
10	0				33.250,00
11	1	-1.579,38	1.579,38		34.829,38
12	2	-1.654,40	1.654,40	0,00	36.483,77
13	3	-1.732,98	1.732,98	0,00	38.216,75
14	4	3.184,70	1.815,30	5.000,00	35.032,04

Figura 7.28. Tabla de amortización

Ahora, acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda, damos un clic en E15; en Con el valor, ponemos el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en D12. De esta forma tendremos la respuesta (figura 7.29).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	Precio =	35.000,00			
3	Entrada =	5%	1.750,00		
4	A =	33.250,00			
5	n =	4	trimestres		
6	i =	0,0475	trimestral		
7					
8	Tabla de amortización				
9	Trimestres	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
10	0				33.250,00
11	1	6.578,74	1.579,38	8.158,12	26.671,26
12	2	6.891,24	1.266,88	8.158,12	19.780,02
13	3	7.218,57	939,55	8.158,12	12.561,45
14	4	12.561,45	596,67	13.158,12	0,00

Figura 7.29. Tabla de amortización

- IV. Se puede calcular el número de retiros aplicando la fórmula correspondiente; como se pide por medio de una tabla, se asume un valor de  $n$ , que en este caso fue de 6 (figura 7.30).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	A =	7.000,00	=10000*0,7		
3	n =	¿?	meses		
4	i =	0,0075	mensual		
5	R =	1.450,00			
6					
7	Tabla de amortización				
8	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
9	0				7.000,00
10	1	1.397,50	52,50	1.450,00	5.602,50
11	2	1.407,98	42,02	1.450,00	4.194,52
12	3	1.418,54	31,46	1.450,00	2.775,98
13	4	1.429,18	20,82	1.450,00	1.346,80
14	5	1.439,90	10,10	1.450,00	-93,10
15	6	1.450,70	-0,70	1.450,00	-1.543,80

Figura 7.30. Tabla de amortización

De la tabla se concluye: a) el número de retiros es 5, b) el retiro 5 no es de \$ 1.450, sino de menor valor. La pregunta es: ¿qué valor debemos restar? Para calcular este valor, en la tabla anterior borramos la fila sexta (fila 15 de Excel), y ahora, la celda D15 representará la diferencia, es decir el valor que debemos restar a \$ 1.450 de la celda D14, para tener el valor que se debe pagar en el quinto año. En la celda D14 debe ir la fórmula = D13 - D15. A continuación acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en E14; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en D15. La respuesta será (figura 7.31).

	A	B	C	D	E
1	Datos:				
2	A =	7.000,00	=10000*0,7		
3	n =	¿?	meses		
4	i =	0,0075	mensual		
5	R =	1.450,00			
6					
7	Tabla de amortización				
8	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
9	0				7.000,00
10	1	1.397,50	52,50	1.450,00	5.602,50
11	2	1.407,98	42,02	1.450,00	4.194,52
12	3	1.418,54	31,46	1.450,00	2.775,98
13	4	1.429,18	20,82	1.450,00	1.346,80
14	5	1.346,80	10,10	1.356,90	0,00
15		Diferencia		93,10	

Figura 7.31. Tabla de amortización

Las cuotas 1, 2, 3 y 4 son de \$ 1.450 y la quinta de \$ 1.356,90.

## V. Figura 7.32

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	A =	120.000,00				
3	n =	6	bimestrales			
4	i =	0,15	bimestral			
5	R =	¿?				
6						
7	Tabla de amortización					
8	Meses	Amortización	Intereses	Abono		Saldo insoluto
9	0					120.000,00
10	1	-18.000,00	18.000,00			138.000,00
11	2	-20.700,00	20.700,00	0,00	=D10	158.700,00
12	3	-23.805,00	23.805,00	0,00	=D11	182.505,00
13	4	-27.375,75	27.375,75	0,00	=D12*2	209.880,75
14	5	-31.482,11	31.482,11	0,00	=D13	241.362,86
15	6	-36.204,43	36.204,43	0,00	=D14*3	277.567,29

Figura 7.32. Tabla de amortización

Como se observa, la tabla ha sido armada igual a las anteriores, solamente hay una diferencia en el abono: en el primer abono dejamos la celda vacía, las fórmulas empleadas se pueden ver en la columna E.

A continuación acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en F15; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en D10 (figura 7.33).

	A	B	C	D	E	F
1	Datos:					
2	A =	120.000,00				
3	n =	6	bimestrales			
4	i =	0,15	bimestral			
5	R =	¿?				
6						
7	Tabla de amortización					
8	Meses	Amortización	Intereses	Abono		Saldo insoluto
9	0					120.000,00
10	1	-893,92	18.000,00	17.106,08		120.893,92
11	2	-1.028,01	18.134,09	17.106,08	=D10	121.921,93
12	3	-1.182,21	18.289,29	17.106,08	=D11	123.104,15
13	4	-1.346,53	18.465,62	17.106,08	=D12*2	107.357,61
14	5	-1.528,51	16.103,64	14.212,15	=D13	89.249,10
15	6	-1.729,10	13.387,36	10.263,46	=D14*3	0,00

Figura 7.33. Tabla de amortización

En los tres primeros meses los intereses son mayores que el abono; por tanto, no estamos pagando la amortización y una parte de intereses; por esa razón el saldo insoluto, en vez de rebajar, sigue creciendo.



## VI. Figura 7.34

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos:						
2	S =	3 000,00					
3	n =	5	años				
4	i =	0,09	anual				
5	R =	501,28					
6							
7	Años	Intereses	Depósitos			Montos	
8	0						
9	1		501,28	=B5	501,28	501,28	
10	2	45,1152	=B54+F9	=D9	1 047,63	=F9+B10+D10	
11	3	94,290768	501,28	=D10	1 643,25		
12	4	147,69214	501,28		2 292,42		
13	5	206,31763	501,28		3 000,02		

Figura 7.34. Tabla de amortización

## VII. Construimos una tabla asumiendo que el abono o depósito es de \$ 10. (figura 7.35).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	S =	150.000,00		
3	n =	5	años	
4	i =	0,09	anual	
5	R =	¿?		
6				
7	Años	Intereses	Depósitos	Montos
8	0			
9	1		10,00	10,00
10	2	0,90	10,00	20,90
11	3	1,88	10,00	32,78
12	4	2,95	10,00	45,73
13	5	4,12	10,00	59,85

Figura 7.35. Tabla de amortización

Luego acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda, damos un clic en D13; en Con el valor, ponemos el número 150000; y en Cambiando la celda, un clic en C9. (figura 7.36).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	S =	150.000,00		
3	n =	5	años	
4	i =	0,09	anual	
5	R =	¿?		
6				
7	Años	Intereses	Depósitos	Montos
8	0			
9	1		25.063,87	25.063,87
10	2	2.255,75	25.063,87	52.383,49
11	3	4.714,51	25.063,87	82.161,87
12	4	7.394,57	25.063,87	114.620,30
13	5	10.315,83	25.063,87	150.000,00

Figura 7.36. Tabla de amortización

VIII. Este ejemplo se resuelve de la misma manera que el problema 7 (figura 7.37).

	A	B	C	D
1	Datos:			
2	S =	20 000,00		
3	n =	5	años	
4	i =	0,13	anual	
5	R =	¿?		
6				
7	Años	Intereses	Depósitos	Montos
8	0			
9	1		281,02	281,02
10	2	36,53	562,03	879,58
11	3	114,35	1.124,07	2.117,99
12	4	275,34	2.248,13	4.641,47
13	5	603,39	4.496,27	9.741,12
14	6	1.266,35	8.992,53	20.000,00

Figura 7.37. Tabla de amortización

IX. Elaboramos la tabla tal como se ha hecho anteriormente, pero agregamos una columna de tasa, y, en ella, la información proporcionada. En la tabla se pueden apreciar las fórmulas utilizadas. Las celdas de color gris son los datos proporcionados por el problema. Como no se da el valor de las cuotas asumimos, por facilidad, que es \$ 10,00. (figura 7.38).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					Tabla de amortización				
2	Mes	Amortización	Tasa		Intereses		Abono		Saldo inscrito
3	0								10.000,00
4	1	-290,00	0,03	=C4	300,00	=I3*C4	10,00		10.290,00
5	2	-298,70	0,03	=C4	308,70	=I4*C5	10,00	=G4	10.588,70
6	3	-317,66	0,03	=C5	317,66	=I5*C6			10.906,36
7	4	-317,19	0,03	=C6	327,19	=I6*C7	10,00	=G5	11.223,55
8	5	-325,71	0,03	=C7	336,71	=I7*C8	10,00	=G7	11.550,76
9	6	-404,26	0,035	=C8+0,005	404,26	=I8*C9			11.954,52
10	7	-468,18	0,04	=C9+0,005	478,18	=I9*C10	10,00	=G8	12.422,70
11	8	-549,02	0,045	=C10+0,005	559,02	=I10*C11	10,00	=G10	12.971,72
12	9	-648,59	0,05	=C11+0,005	648,59	=I11*C12			13.620,31
13	10	-760,88	0,055	=C12+0,005	749,12	=I12*C13	1.010,00	=G11+1000	13.359,42
14	11	-858,36	0,065		858,36	=I13*C14	10,00	=G11	14.217,78
15	12	-1.035,84	0,065	=C14	924,16	=I14*C15	2.010,00	=G14+2000	13.131,94

Figura 7.38. Tabla de amortización

Como siguiente paso acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en la celda i15; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en G4. (figura 7.39).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Tabla de amortización								
2	Mes	Amortización	Tasa		Intereses		Abono		Saldo insóluto
3	0								10.000,00
4	1	825,46	0,03		300,00	=I3*C4	1.125,46		9.174,54
5	2	850,23	0,03	=C4	275,24	=I4*C5	1.125,46	=G4	8.324,31
6	3	249,73	0,03	=C5	249,73	=I5*C6			8.574,04
7	4	868,24	0,03	=C6	257,22	=I6*C7	1.125,46	=G5	7.705,79
8	5	834,29	0,03	=C7	231,17	=I7*C8	1.125,46	=G7	6.811,50
9	6	238,40	0,035	=C8+0,005	238,40	=I8*C9			7.049,91
10	7	843,47	0,04	=C9+0,005	282,00	=I9*C10	1.125,46	=G8	6.206,44
11	8	846,17	0,045	=C10+0,005	279,29	=I10*C11	1.125,46	=G10	5.360,26
12	9	268,01	0,05	=C11+0,005	268,01	=I11*C12			5.628,28
13	10	1.815,91	0,055	=C12+0,005	309,56	=I12*C13	2.125,46	=G11+1000	3.812,37
14	11	877,66	0,065		247,60	=I13*C14	1.125,46	=G11	2.934,71
15	12	2.934,71	0,065	=C14	190,76	=I14*C15	3.125,46	=G14+2000	0,00

Figura 7.39. Tabla de amortización

- X. Elaboramos una tabla igual que las anteriores para el primer pago, asumimos que es \$ 10, o podemos dejar en blanco dicha celda (E5), en E6 escribimos  $=E5 * 1,02$ ; y copiamos esta fórmula hasta la celda E8; en E9 la fórmula es  $=E8$ ; en C5,  $=D1$ ; en C9,  $=C8 * 1,03$ ; en C13,  $=C12 * 1,04$  (figura 7.40).

	A	B	C	D	E	F
1	anual	0,12	trimestral	0,03		
2	Tabla de amortización					
3	Trimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insóluto
4	0					100.000,00
5	1	-2.990,00	0,03	3.000,00	10,00	102.990,00
6	2	-3.079,50	0,03	3.089,70	10,20	106.069,50
7	3	-3.171,68	0,03	3.182,09	10,40	109.241,18
8	4	-3.266,62	0,03	3.277,24	10,61	112.507,80
9	5	-3.465,88	0,0309	3.476,49	10,61	115.973,68
10	6	-3.572,97	0,0309	3.583,59	10,61	119.546,66
11	7	-3.683,38	0,0309	3.693,99	10,61	123.230,04
12	8	-3.797,20	0,0309	3.807,81	10,61	127.027,23
13	9	-4.071,54	0,032136	4.082,15	10,61	131.098,77
14	10	-4.202,38	0,032136	4.212,99	10,61	135.301,15
15	11	-4.337,43	0,032136	4.348,04	10,61	139.638,57
16	12	-4.476,81	0,032136	4.487,43	10,61	144.115,39

Figura 7.40. Tabla de amortización

A continuación acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en F16; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en E5. (figura 7.41).

	A	B	C	D	E	F
1	anual	0,12	trimestral	0,03		
2	Tabla de amortización					
3	Trimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
4	0					100.000,00
5	1	6.604,50	0,03	3.000,00	9.604,50	93.395,50
6	2	6.994,73	0,03	2.801,86	9.796,59	86.400,77
7	3	7.400,50	0,03	2.592,02	9.992,52	79.000,27
8	4	7.822,37	0,03	2.370,01	10.192,37	71.177,90
9	5	7.992,98	0,0309	2.199,40	10.192,37	63.184,93
10	6	8.239,96	0,0309	1.952,41	10.192,37	54.944,97
11	7	8.494,57	0,0309	1.697,80	10.192,37	46.450,39
12	8	8.757,06	0,0309	1.435,32	10.192,37	37.693,34
13	9	8.981,06	0,032136	1.211,31	10.192,37	28.712,27
14	10	9.269,68	0,032136	922,70	10.192,37	19.442,60
15	11	9.567,57	0,032136	624,81	10.192,37	9.875,03
16	12	9.875,03	0,032136	317,34	10.192,37	0,00

Figura 7.41. Tabla de amortización

El primer pago es de \$ 9.604,50, y el último pago será de \$ 10.192,37.

- XI. La tasa citada está expresada con capitalización semanal, por tanto, es necesario transformarla a una tasa anual capitalizada por bimestre; en la celda B2 está su cálculo y la fórmula utilizada en la celda C2. El resto es igual a las anteriores tablas (figura 7.42).

	A	B	C	D	E	F
1	j anual capitalizado por semana	0,12		Número de capitalizaciones por año	52	semanas por año
2	j anual capitalizado por bimestre	0,121067	$=((1+B1/E1)^A (E1/E2)^{1/E2})$	Número de capitalizaciones por año	6	bimestres por año
3	Tabla de amortización					
4	Bimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
5	0					90.000,00
6	1	13.183,99	0,0201778	1.816,01	15.000,00	76.816,01
7	2	13.450,02	0,0201778	1.549,98	15.000,00	63.365,99
8	3	13.721,41	0,0201778	1.278,59	15.000,00	49.644,57
9	4	13.998,28	0,0201778	1.001,72	20.000,00	30.646,29
10	5	19.381,62	0,0201778	618,38	20.000,00	11.264,67
11	6	227,30	0,0201778	227,30		11.491,97

Figura 7.42. Tabla de amortización

A continuación acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en F12; en Con el valor; el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en E12. (figura 7.43).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F
1	j anual capitalizado por semana	0,12		Número de capitalizaciones por año	52	semanas por año
2	j anual capitalizado por bimestre	0,121067	$=((1+B1/E1)^{A1/E2}-1)*E2$	Número de capitalizaciones por año	6	bimestres por año
3	Tabla de amortización					
4	Bimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
5	0					90.000,00
6	1	13.183,99	0,0201778	1.816,01	15.000,00	76.816,01
7	2	13.450,02	0,0201778	1.549,98	15.000,00	63.365,99
8	3	13.721,41	0,0201778	1.278,59	15.000,00	49.644,57
9	4	18.998,28	0,0201778	1.001,72	20.000,00	30.646,29
10	5	19.381,62	0,0201778	618,38	20.000,00	11.264,67
11	6	11.264,67	0,0201778	227,30	11.491,97	0,00

Figura 7.43. Tabla de amortización

El último abono es de \$ 11.491,97.

- XII. Se vuelve a emplear la misma tabla utilizada en el problema anterior, con la diferencia de que ahora, en vez de calcular la tasa equivalente, acudimos a la función de financiera *Tasa.nominal* para el cálculo respectivo. (Figura 7.44).

	A	B	C	D	E	F
1	i efectiva (anual) =	0,12				
2	i anual capitalizado por bimestre	0,11440574	=TASA.NOMINAL	Número de capitalizaciones a por año =	6	bimestres por año
3	Tabla de amortización					
4	Bimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
5	0					90.000,00
6	1	13.283,91	0,01905762	1.716,09	15.000,00	76.716,09
7	2	13.537,21	0,01905762	1.462,79	15.000,00	63.178,88
8	3	13.795,33	0,01905762	1.204,67	15.000,00	49.383,55
9	4	19.058,37	0,01905762	941,63	20.000,00	30.325,18
10	5	19.421,77	0,01905762	578,23	20.000,00	10.903,41
11	6	-207,90	0,01905762	207,90		11.111,31

Figura 7.44. Tabla de amortización

A continuación acudimos a la función *Buscar objetivo*; en Definir celda damos un clic en F12; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en E12. (figura 7.45).

	A	B	C	D	E	F
1	$i_{\text{efectiva}}$ (anual) =	0,12				
2	$i_{\text{anual}}$ capitalizado por	0,11440574	=TASA.NOMIN	Número de capitalizaciones	6	bimestres
3	bimestre =		AL(B1;E2)	a por año =		por año
4	Tabla de amortización					
5	Bimestres	Amortización	Tasa	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
6	0					90.000,00
7	1	13.283,91	0,01906762	1.716,09	15.000,00	76.716,09
8	2	13.537,21	0,01906762	1.462,79	15.000,00	63.178,88
9	3	13.795,33	0,01906762	1.204,67	15.000,00	49.383,55
10	4	19.058,37	0,01906762	941,63	20.000,00	30.325,18
11	5	19.421,77	0,01906762	578,23	20.000,00	10.903,41
12	6	10.903,41	0,01906762	207,90	11.111,31	0,00

Figura 7.45. Tabla de amortización

El último abono es de \$ 11.111,31.

XIII. Primero debemos calcular la cuota por pagar, cálculo que se realiza aplicando las funciones de financieras de Excel, específicamente Pago. La elaboración de la tabla es igual a los ejercicios propuestos anteriormente. En el alemán, primero hay que calcular la amortización constante, que es igual a la deuda dividida por el número de periodos de pago. Los intereses se calculan de la misma forma que el francés. El abono será la suma de la amortización y de los intereses (figura 7.46).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Préstamo =	6.000,00									
2	n =	12	meses				Amortización	500	=B1/B2		
3	i =	0,00675	mensual								
4	R =	\$ 528,89	=PAGO(B3;B2;D1;0;0)								
5	Tabla de amortización: método francés										
6	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto						
7	0				6.000,00						
8	1	476,39	52,50	528,89	5.523,61						
9	2	480,56	48,33	528,89	5.043,05						
10	3	484,76	44,13	528,89	4.558,28						
11	4	489,01	39,88	528,89	4.069,28						
12	5	493,29	35,61	528,89	3.575,99						
13	6	497,60	31,29	528,89	3.078,39						
14	7	501,96	26,94	528,89	2.576,43						
15	8	506,35	22,54	528,89	2.070,09						
16	9	510,78	18,11	528,89	1.559,31						
17	10	515,25	13,64	528,89	1.044,06						
18	11	519,76	9,14	528,89	524,30						
19	12	524,30	4,59	528,89	0,00						
20	Suma	6.000,00	346,70	6.346,70							
21	Tabla de amortización: método alemán										
22	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto						
23	0				6.000,00						
24	1	500,00	52,50	552,50	5.500,00						
25	2	500,00	48,13	548,13	5.000,00						
26	3	500,00	43,75	543,75	4.500,00						
27	4	500,00	39,38	539,38	4.000,00						
28	5	500,00	35,00	535,00	3.500,00						
29	6	500,00	30,63	530,63	3.000,00						
30	7	500,00	26,25	526,25	2.500,00						
31	8	500,00	21,88	521,88	2.000,00						
32	9	500,00	17,50	517,50	1.500,00						
33	10	500,00	13,13	513,13	1.000,00						
34	11	500,00	8,75	508,75	500,00						
35	12	500,00	4,38	504,38	0,00						
36	Suma	6.000,00	341,25	6.341,25							
37	Intereses										
38			346,70						341,25		

Figura 7.46. Tabla de amortización. Métodos francés y alemán

Una vez calculado por ambos métodos, se concluye que el más conveniente es el alemán debido a que se pagan menos intereses que

en el francés. Cuando se haya cancelado la cuota sexta en el caso alemán, el saldo insoluto será de \$ 3.000; en cambio, en el francés será de \$ 3.078,39. Como se puede ratificar, el método alemán es más conveniente.

Para el caso particular analizado, en los primeros 11 pagos solo se cancelan intereses, y en el último pago se liquidan intereses más capital. Como el capital se paga al final es lógico suponer que los intereses son mayores que en los anteriores métodos (figura 7.47).

	A	B	C	D	E
1	Préstamo =	\$ 6.000,00			
2	n =	12 meses			
3	i =	0,00875 mensual			
4					
5	Tabla de amortización: método americano				
6	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
7	0				6.000,00
8	1	0,00	52,50	52,50	6.000,00
9	2	0,00	52,50	52,50	6.000,00
10	3	0,00	52,50	52,50	6.000,00
11	4	0,00	52,50	52,50	6.000,00
12	5	0,00	52,50	52,50	6.000,00
13	6	0,00	52,50	52,50	6.000,00
14	7	0,00	52,50	52,50	6.000,00
15	8	0,00	52,50	52,50	6.000,00
16	9	0,00	52,50	52,50	6.000,00
17	10	0,00	52,50	52,50	6.000,00
18	11	0,00	52,50	52,50	6.000,00
19	12	6.000,00	52,50	6.052,50	0,00
20	Suma	\$ 6.000,00	\$ 630,00	\$ 6.630,00	
21					
22		Intereses	\$ 630,00		

Figura 7.47. Tabla de amortización. Método americano

En el seguro de desgravamen simple solo cubrirá ante el fallecimiento del contratante (figura 7.48).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Préstamo =	6.000,00						
2	i =	0,105	anual	0,00875	mensual			
3	R =	528,89	=PAGO(02,12; 81)					
4	Tasa desgravamen =	0,002375	anual	0,0001979	mensual			
5	Pago constante único =	5 5,25						
6								
7	Periodo	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto	Seg. Des.	Pago extra	Cuota
8	0				6.000,00			
9	1	476,39	52,50	528,89	5.523,61	1,19	5,25	535,33
10	2	480,56	48,33	528,89	5.043,05	1,09		529,98
11	3	484,76	44,13	528,89	4.558,28	1,00		529,89
12	4	489,01	39,88	528,89	4.069,28	0,90		529,79
13	5	493,29	35,61	528,89	3.575,99	0,81		529,70
14	6	497,60	31,29	528,89	3.078,39	0,71		529,60
15	7	501,96	26,94	528,89	2.576,43	0,61		529,50
16	8	506,35	22,54	528,89	2.070,09	0,51		529,40
17	9	510,78	18,11	528,89	1.559,31	0,41		529,30
18	10	515,25	13,64	528,89	1.044,06	0,31		529,20
19	11	519,76	9,14	528,89	524,30	0,21		529,10
20	12	524,30	4,59	528,89	0,00	0,10		529,00
21	Suma	6.000,00	346,70	6.346,70				6.359,79

Figura 7.48. Tabla de amortización con desgravamen

Para elaborar la tabla con seguro de desgravamen, primero se hace una tabla de amortización con el método francés; a continuación, se agrega una columna del seguro de desgravamen, cuyo cálculo es el producto del saldo insoluto multiplicado por la tasa del seguro de desgravamen mensual. Otra columna donde ponemos el pago de gastos administrativos y, por último, la columna de la cuota que se debe cancelar mensualmente, que es igual a la suma del abono (columna D) más seguro desgravamen (columna F) y más pagos extras (columna G).

XIV. En este problema se aplica una tabla general, en la que solamente cambiamos los datos de entrada, y la hoja electrónica Excel automáticamente resuelve el problema (figura 7.49).



## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E
1	Año	Semestres	Trimestres	Meses	
2	1	2	4	12	
3					
4	Préstamo =		5.000,00		
5	Número de pagos =		10	Meses	
6	Tasa	0,12	anual	0,01	Meses
7	Pago por periodo		527,91	=PAGO(D6,C5,-C4,0,0)	
8					
9	Tabla de amortización: método francés				
10	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
11	0				5.000,00
12	1	477,91	50,00	527,91	4.522,09
13	2	482,69	45,22	527,91	4.039,40
14	3	487,52	40,39	527,91	3.551,88
15	4	492,39	35,52	527,91	3.059,49
16	5	497,32	30,59	527,91	2.562,18
17	6	502,29	25,62	527,91	2.059,89
18	7	507,31	20,60	527,91	1.552,58
19	8	512,38	15,53	527,91	1.040,19
20	9	517,51	10,40	527,91	522,68
21	10	522,68	5,23	527,91	0,00

Figura 7.49. Tabla de amortización general

Para armar la tabla se consideraron los siguientes aspectos:

Al activar la celda D5 sale a la derecha una flecha a la que se da clic para que despliegue una ventana con 4 alternativas: año, semestres, trimestres y meses. En la presente tabla solamente se consideraron estas cuatro alternativas (figura 7.50).

	A	B	C	D
1	años	semestres	trimestres	meses
2				
3				
4				
5				meses
6				años
7				semestres
8				trimestres

Figura 7.50. Celda D5

Para obtener esta flecha vamos a: menú Datos, Herramientas de datos, a Validación de datos, donde damos un clic y se despliega una ventana. En la pestaña de Configuración, en Criterio de validación y en Permitir, escogemos la opción de Lista, y en Origen marcamos un bloque desde A1 hasta D1 (= \$A\$1:\$D\$1), aceptamos, y así tendremos la opción de año, semestres, trimestres o meses. En esta celda copiamos en E6 y en A10.

En la celda A11 ponemos el número cero (el contador siempre comienza con cero); en A12 la decisión lógica:  $=SI(A11 >= \$C\$5;""; A11 + 1)$ . En esta última fórmula, si la celda A12 es mayor o igual a la celda C5 (el número de pagos), entonces, en A12 deje en blanco, no escriba nada; en caso contrario, si es menor que el número de abono, ponga el valor de la celda A11, más la unidad.

Esta fórmula se copia en la celda A71; o sea, podemos optar porque el número de pagos sea un máximo de 60 cuotas. Si quiere tener más alternativas copie la fórmula hasta donde usted crea conveniente.

En el abono (celda D12) escribimos la fórmula:  $=SI(A12 <> "" ; \$C\$7 ; "")$ ; si la celda A12 es diferente a una celda vacía, entonces escriba el valor de la celda C7, que es el pago por periodo que debe realizar; en caso contrario, deje en blanco la celda. Para el cálculo de intereses (celda C12), utilizamos la decisión  $=SI(A12 <> "" ; \$D\$6 * E11 ; "")$ ; si la celda A12 es diferente a la vacía, calcule el interés, que es el saldo insoluto (E11) multiplicado por la tasa del periodo (D6); en caso contrario, deje en blanco. Para el cálculo de la amortización (celda B12) empleamos la fórmula  $=SI(A12 <> "" ; D12 - C12 ; "")$ ; si la celda A12 es diferente a una celda vacía, ponga el valor de la resta del abono (D12) menos intereses (C12); en caso contrario, deje la celda vacía. Para la celda del saldo insoluto E11, la fórmula  $=C4$ , que corresponde al valor del préstamo, y en la celda E12,  $=SI(A12 <> "" ; E11 - B12 ; "")$ ; si la celda A12 es diferente a la celda vacía, calcule el nuevo saldo insoluto que es igual al saldo insoluto anterior (E11) menos la amortización correspondiente (B12). Estas celdas se copian arrastrando hasta el reglón 71. No olvide guardar este archivo.

De esta forma tendremos una tabla de amortización de deudas con la cual podremos resolver varios problemas con solo introducir la información necesaria.

- XV. En la figura 7.48 cambiamos la siguiente información: el valor del préstamo, la tasa, el tipo de capitalización y el plazo. Excel calculará la respuesta (figura 7.51).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E
1	Año	Semestres	Trimestres	Meses	
2	1	2	4	12	
3					
4	Préstamo =		15.000,00		
5	Número de pagos =		5	Trimestres	
6	Tasa	0,12	anual	0,03	Trimestres
7	Pago por periodo		3.275,32	=PAGO(D6,C5,-C4,0,0)	
8					
9	Tabla de amortización: método francés				
10	Trimestres	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
11	0				15.000,00
12	1	2.825,32	450,00	3.275,32	12.174,68
13	2	2.910,08	365,24	3.275,32	9.264,60
14	3	2.997,38	277,94	3.275,32	6.267,22
15	4	3.087,30	188,02	3.275,32	3.179,92
16	5	3.179,92	95,40	3.275,32	0,00

Figura 7.51. Tabla de amortización general

## XVI. Diagrama de tiempo: figuras 7.52 y 7.53

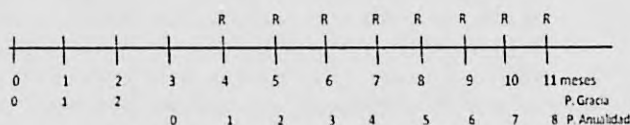


Figura 7.52. Solución gráfica del problema

	A	B	C	D	E
1	Año	Semestres	Trimestres	Meses	
2	1	2	4	12	
3					
4	Préstamo =		5.000,00		
5	Número de pagos =		8	Meses	
6	Tasa	0,12	anual	0,01	Meses
7	Periodo no pago =		3	Monto deuda	5.151,51
8					=C4*(1+D6)^C7
9	Pago por periodo =		\$ 673,25	PAGO(D6,C5; E7;0,0)	
10					
11	Tabla de amortización: método francés				
12	Meses	Amortización	Intereses	Abono	Saldo insoluto
13	0				5.000,00
14	1		50,00		5.050,00
15	2		50,50		5.100,50
16	3		51,01		5.151,51
17	4	621,74	51,52	673,25	4.529,77
18	5	627,95	45,30	673,25	3.901,81
19	6	634,23	39,02	673,25	3.267,58
20	7	640,58	32,68	673,25	2.627,00
21	8	646,98	26,27	673,25	1.980,02
22	9	653,45	19,80	673,25	1.326,57
23	10	659,99	13,27	673,25	666,59
24	11	666,59	6,67	673,25	0,00

Figura 7.53. Tabla de amortización general

En el periodo de gracia no se paga, pero los intereses sí se calculan. Es por ello que en la celda E16 el saldo insoluto es \$ 5.151,51, valor que también se calcula en la celda E7. Este valor calculado en E7 permitirá realizar una tabla general, como se vio anteriormente.

Fórmulas empleadas:

En C9, el cálculo del pago mensual =  $PAGO(D6; C5; -E7; 0; 0)$ ; en vez de utilizar la celda C4, como en los ejemplos anteriores, se utiliza la celda E7, que es el préstamo, más los intereses generados en el periodo de no pago. En A14, número de periodo =  $SI(A13 >= \$C\$5 + \$C\$7; ""; A13 + 1)$ . Si la celda A13 es mayor o igual a la suma del periodo de no pago, más el número de pagos, deje la celda vacía; en caso contrario, es igual a la celda A13 más uno. En B14, la amortización =  $SI(Y(A14 <> ""; A14 <= \$C\$7); "", SI(Y(A14 <> ""; A14 <= \$C\$5 + \$C\$7); D14 - C14; ""))$ . Si la celda A14 es diferente a la celda vacía, y también es menor o igual al número de no pagos, deje la celda vacía (si cumple ambas condiciones). En caso contrario, vuelve a preguntar, si la celda A14 es diferente a la celda vacía y también es menor o igual a la suma número de no pagos y del periodo de gracia, entonces calcule la amortización que es igual al abono menos los intereses, o caso contrario deje en blanco.

En C14, los intereses =  $SI(A14 <> ""; \$D\$6 * E13; "")$ .

En D14, el abono =  $SI(Y(A14 <> ""; A14 <= \$C\$7); "", SI(A14 <> ""; \$C\$9; ""))$ . Si la celda A14 es diferente a la vacía y es menor que el número de no pagos, entonces deje la celda vacía. En caso contrario, preguntamos; si A14 es diferente a la celda vacía ponga el valor del abono o pago, y si no coincide deje en blanco. En E14 =  $SI(Y(A14 <> ""; A14 <= \$C\$7); E13 + C14; SI(A14 <> ""; E13 - B14; ""))$ , que corresponde al saldo insoluto. Si A14 es diferente a la celda vacía, y es menor al número de no pagos, asigne el saldo insoluto anterior más los intereses. En caso contrario, re-preguntamos; si A14 es diferente a la celda vacía, entonces ponga el saldo insoluto anterior menos la amortización, y si no coincide deje la celda vacía. Copiamos estas fórmulas en la fila 73, y así tendremos la tabla para resolver problemas de hasta 60 periodos, entre los de no pagos y los de pago.

## 9.8 Capítulo 8

### 9.8.1 Respuestas

1. a) \$ 100.000 b) 19 cupones de \$ 10.000 c/u.
2. a) \$ 103.000 b) 29 cupones de \$ 6.000 c/u.
3. \$ 10.635,86.
4. \$ 3.161,20.
5. \$ 5.270,17.
6. La negociación es con premio, por cuanto la tasa de negociación es menor que la nominal del bono:  $15\% < 16\%$ , lo cual da un precio mayor: \$ 5.270,17.
7. \$ 1.107,26.
8. \$ 1.065,65.
9. \$ 2.051,9545.
10. \$ 2.051,2255.
11. Tasa de interés real: 8,4906 %.
12. a) Valor real del interés generado: \$ 8.490,57.  
b) Valor real de la inversión: \$ 108.490,57.
13. Tasa de interés real: 2,75 %.
14. a)  $I = \$ 2.090.000$  b)  $M = \$ 78.090.000$ .
15. Tasa de interés real: 5,3571 %.
16. \$ 5.357,14 de ganancia, en términos financieros.
17.  $VAN > 1$ : la inversión es factible. TIR = 9,60 % mayor que la tasa del 9 %.
18.  $VAN < 1$ : la inversión no es rentable.
19. TIR = 9,60 % la inversión es rentable.  $VAN = \$ 36.806,51$ .
20. TIR = 9,60 %: la inversión sí es rentable.
21.  $VAN = 37.165,07$  TIR = 15,88 %: el proyecto es factible de realizar.
22. Valor de redención:  $(100.000)(1) = \$ 100.000$ 
  - a. Número de cupones: 14
  - b. Valor de cada cupón:  $(100.000)(0,15) \left( \frac{180}{360} \right) = \$ 7.500$
23. Valor de redención:  $(500.000)(1,01) = \$ 505.000$

a. *Número de cupones:* 10

b. *Valor de cada cupón:*  $(500.000)(0,20) \left( \frac{180}{360} \right) = \$ 50.000$

24. *Valor de redención:*  $(900.000)(0,99) = \$ 891.000$

a. *Número de cupones:* 20

b. *Valor de cada cupón:*  $(900.000)(0,18) \left( \frac{180}{360} \right) = \$ 81.000$

25. *Valor de redención:*  $1.000.000(1) = \$ 1.000.000$

a. *Número de cupones:* 11

b. *Valor de cada cupón:*  $1.000.000(0,105)(1,05) = \$ 105.000$

$$\text{Precio} = 350.493,90 + 681.981,40 = \$ 1.032.475,30$$

$$\text{Precio} = \$ 1.032.475,30$$

26. Como la tasa de negociación es menor que la nominal del bono, es lógico que el precio sea mayor que el valor nominal del bono; por tanto, es una negociación con premio para el vendedor.

$$1.032.465,30 - 1.000.000 = \$ 32.475,30 \text{ a favor del vendedor}$$

27.  $\text{Precio} = 1.000.000(1 + 0,11)^{-11} + 105.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,11)^{-11}}{0,11} \right]$

$$\text{Precios} = \$ 1.032.475,30$$

El precio es de \$ 968.967,42; se trata de una negociación con castigo para el vendedor, pues el precio es menor que el valor nominal del bono.

28.  $\text{Precio} = 1.000.000(1 + 0,105)^{-11} + 105.000$

$$\left[ \frac{1 - (1 + 0,105)^{-11}}{0,105} \right]$$

$$\text{Precios} = \$ 1.000.000$$

El precio es de \$ 968.967,42; se trata de una negociación con castigo para el vendedor, pues el precio es menor que el valor nominal del bono.

29. Se trata de una negociación en una fecha diferente a la del pago de intereses; por tanto, primero se debe calcular el precio del bono en la última fecha de pago de intereses antes de la venta.

$$\text{Valor de redención: } 800.000(1) = \$ 5.000$$

*Número de cupones:* 9

$$\text{Valor del cupón} = 8.000(0,015) \left( \frac{180}{360} \right) = \$ 60.000$$

$$P = 8.000(1 + 0,07)^{-9} + 60.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,07)^{-9}}{0,07} \right]$$

$$P = 435.146,99 - 390.913,94 = \$ 826.060,93$$

$$P = \$ 5.328,35$$

Número de días comprendidos entre el 24 de abril y el 6 de junio: 43.

*Monto* =  $826.060,93[1 + 0,07(43/180)] = \$ 839.874,50$  que es el precio del bono sucio a la fecha citada.

El precio del bono sucio es \$ 839.874,50.

30. Es necesario calcular previamente el interés redituable.

$$\text{Interés redituable} = \left( \frac{43}{180} \right) (60.000) = 14.333,33$$

$$\begin{aligned} \text{Precio del bono limpio} &= 839.874,50 - 14.333,33 \\ &= \$ 825.541,17 \end{aligned}$$

El precio del bono limpio es \$ 825.541,17

31. Tasa efectiva  $i = 25\% = 0,25$

Tasa de inflación:  $d = 21\% = 0,21$

Plazo: 1 año

Primero se debe calcular la tasa de interés real:

$$r = 100 \left[ \frac{0,25 - 0,21}{1 + 0,21} \right] = 3.305785\%$$

Luego se calcula el interés generado en un año:

$$I = 900.000,00(0,03305785)(1) = \$ 29.752,06$$

Obtiene una ganancia de \$ 29.752,06.

32. El problema se expresa gráficamente (figura 8.3).



Figura 8.3. Solución gráfica del problema

$$P = 3.000 \left[ 1 - 0,09 \left( \frac{70}{360} \right) \right] = 3.000(0,9825)$$

$$P = \$2.947,50$$

Es el 98,25 % del valor nominal.

$$\text{Rendimiento} = \frac{0,09}{1 - 0,09 \left( \frac{70}{360} \right)} = 9,16 \%$$

33. Calculemos la tasa del inversionista, en este caso de los socios:

4 % inflación + 5,5 % riesgo + 6 % tasa pasiva = 15,50 %. Tasa del préstamo bancario: 9 % anual (tabla 8.9).

Actores	Inversión	Porcentaje	Tasa de interés (%)	Tasa prorrateada (%)
Inversionista	300.000,00	40	15,50	6,20
Banco	450.000,00	60	9	54,00
Total:	750.000,00	100		11,60

Tabla 8.9. Datos del problema

34. Calculemos el VAN:

$$\begin{aligned} \text{a. } VAN &= -750.000,00 + [75.000,00(1 + 0,116)^{-1} + 100.000,00(1 + 0,116)^{-2} \\ &\quad + 125.000,00(1 + 0,116)^{-3} + 150.000,00(1 + 0,116)^{-4} \\ &\quad + 175.000,00(1 + 0,116)^{-5} \\ &\quad + 200.000,00(1 + 0,116)^{-6} + 225.000,00(1 + 0,116)^{-7} \\ &\quad + 250.000,00(1 + 0,116)^{-8} \\ &\quad + 275.000,00(1 + 0,116)^{-9} + 300.000,00(1 + 0,116)^{-10}] \\ &= 199.533,37 > 1 \end{aligned}$$

- b. Calculemos la TIR:

$$\begin{aligned} 0 &= -750.000,00 + 75.000,00(1 + tir)^{-1} \\ &\quad + 100.000,00(1 + tir)^{-2} + 125.000,00(1 + tir)^{-3} + 150.000,00(1 + tir)^{-4} \\ &\quad + 175.000,00(1 + tir)^{-5} + 200.000,00(1 + tir)^{-6} + 225.000,00(1 + tir)^{-7} \\ &\quad + 250.000,00(1 + tir)^{-8} + 275.000,00(1 + tir)^{-9} + 300.000,00(1 + tir)^{-10} \end{aligned}$$



$TIR = 16,38 > 11,60$  el proyecto es factible de realizar<sup>57</sup>.

## 9.8.2 Respuestas en Microsoft Excel

### I. Figura 8.4

1	A	B	C	D	E	F	G	H
	Tasa =	9%	anual					
2								
3	Periodo	0	1	2	3	4	5	
4	Ingresos	-10.000,00	3.000,00	5.500,00	8.800,00	12.200,00	18.000,00	
5	VAN =	-10.000,00	2.752,29	4.629,24	6.795,21	8.642,79	11.698,76	24.518,30
6		=B4	=C4/(1+5051)*C3	=D4/(1+5051)*D3	=E4/(1+5051)*E3	=F4/(1+5051)*F3	=G4/(1+5051)*G3	=SUMA(B5:G6)
7	VAN =	24.518,30						

Figura 8.4. Tabla en Excel

### II. Figura 8.5

1	A	B	C	D	E	F	G
	Tasa =	9%	anual				
2							
3	Periodo	0	1	2	3	4	5
4	Ingresos	-10.000,00	3.000,00	5.500,00	8.800,00	12.200,00	18.000,00
5	VAN =	24.518,30	=VAN(B1,C4:G4)+B4				

Figura 8.5. Tabla en Excel

### III. Figura 8.6

1	A	B	C	D	E	F
	Tasa =	8,5000%	anual			
2						
3	Periodo	0	1	2	3	
4	Ingresos	-200.000,00	60.000,00	90.000,00	50.000,00	
5	VAN =	-200.000,00	73.732,72	76.450,98	39.145,40	-10.670,90
6						
7	VAN =	-10.670,90	=VAN(B1,C4:E4)+B4			

Figura 8.6. Tabla en Excel

En este ejercicio el VAN es negativo.

### IV. Figura 8.7

1	A	B	C	D	E	F	G	H
	Tasa =	10%	anual					
2								
3	Periodo	0	1	2	3	4	5	
4	Ganancias	-1.000.000,00	125.000,00	200.000,00	300.000,00	350.000,00	450.000,00	
5	VAN =	-1.000.000,00	113.636,36	165.289,26	225.394,44	239.054,71	279.414,60	22.789,36
6								
7	VAN =	22.789,36	Con el asistente de funciones de Excel					

Figura 8.7. Tabla en Excel

Sí es conveniente, por cuanto el  $VAN > 0$

<sup>57</sup> La TIR también puede calcularse por interpolaciones con dos tasas de interés que den, luego del proceso de cálculo, un VAN positivo y un VAN negativo.

## V. Figura 8.8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Tasa =	10%	anual						
2									
3	Periodo	0	1	2	3	4	5	6	
4	Ganancias	-1.000.000,00	125.000,00	200.000,00	300.000,00	350.000,00	450.000,00	-100.000,00	
5	VAN =	-1.000.000,00	113.636,36	165.289,26	225.394,44	239.054,71	279.414,60	-56.447,39	-33.658,03
6									
7	VAN =	-33.658,03	Con el asistente de funciones de Excel						

Figura 8.8. Tabla en Excel

## VI. La inversión se recupera cuando VAN = 0 (figura 8.9).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Tasa =	12%	anual								
2											
3	Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
4	Flujo de caja		5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	
5	VAN =	0,00	4.464,29	3.985,97	3.558,90	3.177,59	2.837,13	2.533,16	2.261,75	2.019,42	18.023,88
6											
7	Para que el VAN sea igual a cero, la unidad B5 que representa la inversión, debe ser igual a \$ 18.023,88										

Figura 8.9. Tabla en Excel

De la tabla anterior se concluye que el precio es de \$ 18,023,88.

También se puede utilizar la función *Buscar objetivo*. En Definir celda, damos un clic en K5; en Con el valor, el número 0 (cero); y en Cambiando la celda, un clic en B5. La respuesta será (figura 8.10).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Tasa =	12%	anual								
2											
3	Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
4	Flujo de caja		5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	5.000,00	
5	VAN =	-18.023,88	4.464,29	3.985,97	3.558,90	3.177,59	2.837,13	2.533,16	2.261,75	2.019,42	0,00

Figura 8.10. Tabla en Excel

La inversión inicial es de \$ 18,023,88.

## VII. Figura 8.11

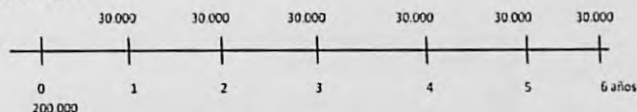


Figura 8.11. Solución gráfica del problema

En el diagrama de tiempo dibujado, la parte superior corresponde a una anualidad vencida, por tanto, se tiene que:

$$VAN = -200.000 + 30.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0.20)^{-6}}{0.20} \right]$$

Utilizando la calculadora, o el Excel, se tiene VAN:

$$= VA(0,2; 6; -30000; 0; 0) - 200000$$

y este valor es:  $-100.234,70$ .

Por ser un VAN menor que cero, el proyecto se debe rechazar.

VIII. Figura 8.12

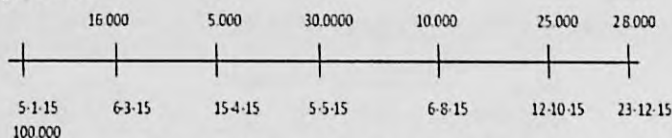


Figura 8.12. Solución gráfica del problema

Para resolver este problema debemos tomar como fecha focal el 5-1-15. Resolvamos este problema con la hoja electrónica Excel (figura 8.13).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Tasa =	0,18	anual						
2									
3	Fechas	05/01/2015	06/03/2015	15/04/2015	05/05/2015	06/08/2015	12/10/2015	23/12/2015	
4	Número de días	Referencia	60	100	120	213	280	352	
5	Valores	-100.000,00	16.000,00	5.000,00	30.000,00	10.000,00	25.000,00	28.000,00	
6	VAN	-100.000,00	15.570,54	4.778,33	28.411,15	9.079,30	22.019,00	23.569,11	3.727,44
7			=C5/(1+5851)^(C4/365)						

Figura 8.13. Tabla en Excel

Como en VAN sale una cantidad positiva, la inversión fue acertada.

Otra forma de resolver es con el asistente de funciones. Para calcular el VAN no periódico, el Excel tiene la función VNA.NO.PER (figura 8.14).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Tasa =	0,18	anua					
2								
3	Fechas	05/01/2015	06/03/2015	15/04/2015	05/05/2015	06/08/2015	12/10/2015	23/12/2015
4	Valores	-100.000,00	16.000,00	5.000,00	30.000,00	10.000,00	25.000,00	28.000,00
5								
6	VAN no periódico =	3.727,44	=VNA.NO.PER(B1:B4;H4;B3:H3)					

Figura 8.14. Tabla en Excel

Al acudir a esta función se despliega una ventana que solicita tres argumentos: primero la tasa, damos un clic en la celda B1; en Valores marcamos el bloque B4:H4, y en fechas el bloque B3:H3; aceptamos la ventana y tendremos la respuesta. Las fechas preferiblemente deben estar en formato de fecha. Cabe anotar que los valores no

necesariamente deben ser periódicos, los egresos con signo negativo y los ingresos con signo positivo. La tasa debe ser la efectiva anual.

## IX. Figura 8.15

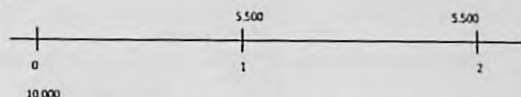


Figura 8.15. Solución gráfica del problema

La ecuación de valor, con fecha focal en el momento cero:

$$10.000 = \frac{5.500}{(1+i)^1} + \frac{5.500}{(1+i)^2}$$

Resolviendo se tiene:

$$10.000(1+i)^2 - 5.500(1+i) - 5.500 = 0$$

Para resolver esta ecuación de segundo grado se puede aplicar la función Buscar objetivo; se obtiene que  $i = 0,0659646$  anual.

Otra forma de resolver es con el asistente de funciones de financiera (figura 8.16).

	A	B	C	D
1	Períodos	0	1	2
2	Valores	-10.000,00	5.500,00	5.500,00
3	TIR =	0,0659646 =TIR(B2:D2)		

Figura 8.16. Tabla en Excel

Por ambos caminos llegamos a la misma respuesta.

## X. Figura 8.17

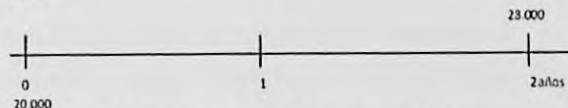


Figura 8.17. Solución gráfica del problema

Ecuación de valor, con fecha focal al momento cero:

$$20.000 = 28.000/(1+i)^2$$

Para resolver este problema hay dos alternativas:

Primera alternativa, calcular el TIR con el asistente de funciones de Excel. Segunda alternativa, resolver la ecuación anterior utilizando la función *Buscar objetivo* (figura 8.18).

	A	B	C	D
1	Primera alternativa			
2	Periodos	0	1	2
3	Valores	-20.000,00	0,00	29.000,00
4	TIR =	0,18321596	=TIR(B3:D3)	
5				
6	Segunda Alternativa			
7	Valor de i	Ecuación, lado derecho		
8		28000	=28000/(1+AS)^2	
9	Función Buscar objetivo			
10	en Definir celda: damos un clip en B8			
11	en Con el valor: el número 20000			
12	en Cambiando la celda: un clip en A8			
13	Resolviendo	i =	0,18321596	

Figura 8.18. Tabla en Excel

### 9.8.3 Respuestas de los ejercicios de bono: Bolsa de Valores de Quito

XI. Primero se crea una tabla de datos en Excel (figura 8.19).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Monto		10.000.000,00					
2	Tasa fija:		8%					
3	Plazo vigente, en años		4		Número de semestres	8		=C3*2
4	Fecha valor		28/04/2016		Amortización semestral	1.250.000,00		=C1/H3
5	Fecha de emisión		28/04/2016					
6	Fecha inicio cupón		28/04/2016					
7	Cupón (si/no)		si					
8	Frecuencia trimestral		4					
9	Días trans/por trasc		0					
10	Int trans		0					
11	Rendimiento		0,08					
12	TEA		8,2432160%		=(1+(2/C8)*C8-1)			
13	Precio		100%					
14	Total a pagar		10.000.000,00					

Figura 8.19. Tabla en Excel

Posteriormente se realiza la tabla de cálculo.

La columna de trimestres se llena de la forma convencional, vista anteriormente. En la columna Capital se utiliza una decisión lógica SI, y la función ES.PAR, por las condiciones del problema. La decisión utilizada, desde el segundo reglón, es:

$$=SI(ES.PAR(A18);B17;B17-G17)$$

En la columna Fecha, primero se coloca la fecha 28/4/2016 y luego 28/07/2016. A continuación se marca el bloque con ambas celdas y se arrastra hasta D32.

El cálculo de intereses es igual a los ejercicios anteriores.

Para la amortización también emplearemos la decisión SI y la función ES.PAR, por las condiciones del ejercicio. La fórmula utilizada es:

$$= SI(ES.PAR(A17); \$G\$4; 0)$$

Para la recuperación, la fórmula desde el segundo reglón es:

$$= SI(ES.PAR(A18); E18 + G18; I17 - \$E\$32)$$

Por último, en el cálculo de valor presente se trabaja en días, y con año comercial; la fórmula utilizada es:

$$= I17 * (1 + \$C\$12)^{(-A17 * 90/360)}$$

Una vez escritas las fórmulas, se copian y se arrastran hasta la fila pertinente (figura 8.20).

## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Monto		10 000 000,00					
2	Tasa fija		8%					
3	Plazo vigente, en años		4		Número de semestres	8		=C3*2
4	Fecha de inicio		28/04/2016		Amortización semestral	1 250 000,00		=C1/H3
5	Fecha de emisión		28/04/2016					
6	Fecha inicio cupón		28/04/2016					
7	Cupón (litro)		11					
8	Frecuencia trimestral		4					
9	Días transo/por transo		0					
10	Int transo		0					
11	Rendimiento		0,08					
12	TEA		8,243216304%		=H1+C2/C8*H3			
13	precio		100%					
14	Total a pagar		10 000 000,00					
15								
16	Trimestres	Capital	Fecha inicio	Interés	Amortización			
17	1	10 000 000,00	28/04/2016	200 000,00	=B17*5C52	0,00		
18	2	10 000 000,00	28/07/2016	200 000,00	=B18*5C52	1 250 000,00	=B18*5C52	
19	3	8 750 000,00	28/10/2016	175 000,00		0,00		
20	4	6 750 000,00	28/01/2017	175 000,00		1 250 000,00		
21	5	7 500 000,00	28/04/2017	150 000,00		0,00		
22	6	7 500 000,00	28/07/2017	150 000,00		1 250 000,00		
23	7	6 250 000,00	28/10/2017	125 000,00		0,00		
24	8	6 250 000,00	28/01/2018	125 000,00		1 250 000,00		
25	9	5 000 000,00	28/04/2018	100 000,00		0,00		
26	10	5 000 000,00	28/07/2018	100 000,00		1 250 000,00		
27	11	3 750 000,00	28/10/2018	75 000,00		0,00		
28	12	3 750 000,00	28/01/2019	75 000,00		1 250 000,00		
29	13	2 500 000,00	28/04/2019	50 000,00		0,00		
30	14	2 500 000,00	28/07/2019	50 000,00		1 250 000,00		
31	15	1 250 000,00	28/10/2019	25 000,00		0,00		
32	16	1 250 000,00	28/01/2020	25 000,00	=B32*5C52	1 250 000,00		
33			28/04/2020					
34								
35	Suma			1 000 000,00		10 000 000,00		

I	J	K	L	M	N
---	---	---	---	---	---

Recuperación		fecha Vencimiento		Valor presente	
290.000,00	=E17	28/07/2016	=D16	196.078,43	=H17*1+
1.450.000,00	=H18	28/10/2016		1.393.694,73	5C512*1-
1.425.000,00	(A18)*E18	28/01/2017		1.342.609,33	A17*50/36
1.425.000,00	G18, I17	28/04/2017		1.316.479,73	
1.400.000,00	5E532)	28/07/2017		1.268.023,13	
1.400.000,00		28/10/2017		1.243.159,94	
1.375.000,00		28/01/2018		1.197.020,25	
1.375.000,00		28/04/2018		1.173.649,26	
1.350.000,00		28/07/2018		1.129.619,61	
1.350.000,00		28/10/2018		1.107.470,20	
1.325.000,00		28/01/2019		1.065.645,53	
1.325.000,00		28/04/2019		1.044.753,40	
1.300.000,00		28/07/2019		1.004.942,28	
1.300.000,00		28/10/2019		985.237,53	
1.275.000,00		28/01/2020		947.543,78	
1.275.000,00	=H18	28/04/2020	=D13	928.769,41	=H32*11+
	(A32)*E32+				5C512*1-
	G32,I31-				A32*50/36
20.550.000,00				17.344.558,60	

Figura 8.20. Tabla en Excel

## XII. Figura 8.21

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Plazo	5	años					
3	Tasa	5,07%	anual					
4	Tiempo	5	años					
5	Tramo, seleccionado de una emisión m 8.000.000,00 y como ejemplo un bono a 50.000,00							
6	Fecha	01/10/2013						
7	Pago de intereses:	mensual						
8	Amortización capital: 1 pago en el penúltimo semestre y 1 en el último semestre	25.000,00	c/u					
9	Pagos de intereses mensuales:	60	pagos					
10	Pagos de intereses:	12	meses/año					
11	TEA	0,05189489	=(1+B3/C10)^C10-1					
12								
13	Periodos	Capital	Fecha Inicio	Interés	Amortización	Recuperación	Fecha Vencimiento	Valor presente
14	1	50.000,00	01/10/2013	211,25	0,00	211,25	01/11/2013	210,36
15	2	50.000,00	01/11/2013	211,25	0,00	211,25	01/12/2013	209,48
16	3	50.000,00	01/12/2013	211,25	0,00	211,25	01/01/2014	208,59
17	4	50.000,00	01/01/2014	211,25	0,00	211,25	01/02/2014	207,72
18	5	50.000,00	01/02/2014	211,25	0,00	211,25	01/03/2014	206,84
19	6	50.000,00	01/03/2014	211,25	0,00	211,25	01/04/2014	205,97
20	7	50.000,00	01/04/2014	211,25	0,00	211,25	01/05/2014	205,11
66	53	50.000,00	01/02/2018	211,25	0,00	211,25	01/03/2018	168,95
67	54	50.000,00	01/03/2018	211,25	25.000,00	25.211,25	01/04/2018	20.077,92
68	55	25.000,00	01/04/2018	105,63	0,00	105,63	01/05/2018	83,76
69	56	25.000,00	01/05/2018	105,63	0,00	105,63	01/06/2018	83,41
70	57	25.000,00	01/06/2018	105,63	0,00	105,63	01/07/2018	83,06
71	58	25.000,00	01/07/2018	105,63	0,00	105,63	01/08/2018	82,71
72	59	25.000,00	01/08/2018	105,63	0,00	105,63	01/09/2018	82,36
73	60	25.000,00	01/09/2018	105,63	25.000,00	25.105,63	01/10/2018	19.494,37
74			01/10/2018					
75	Sumas			12.041,25	50.000,00	62.041,25		50.000,00
--								

Figura 8.21. Tabla en Excel

Fórmulas utilizadas:

En B14, = G5; en C14, = B6; en D14,  
 = B14 \* \$ B\$ 3 / \$ C\$ 10; en E14, = SI(Y(A14 >  
 = 1; A14 < 54); 0; SI(Y(A14 >= 55; A14  
 < 60); 0; \$ G\$ 8)), en F14, = SI(Y(A14 >= 1; A14  
 < 54); D14; SI(Y(A14 >= 55; A14  
 < 60); D14; E14 + D14)); en G14, = C15; en H14;  
 = F14 \* (1 + \$ B\$ 11)^( -A14 \* 30/360)

La fórmula en E14 dice: si la celda A14 es mayor o igual a 1 y A14 es menor que 54 (si cumple ambas condiciones), entonces ponga en E14 el valor de cero. En caso contrario, vuelve a preguntar si la celda A14 es mayor o igual a 55 y menor que 60, entonces localice el valor de cero; si no ocurre esto, ponga el número de la celda G8 (25000).

## XIII. Figuras 8.22 y 8.23



## 9. Desarrollo y respuestas de los ejercicios

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Monto		10.000.000,00					
2	Tasa Fija		8%	anual				
3	Plazo vigente		4	años	1440	días		
4	Fecha valor							
5	Fecha de emisión							
6	Fecha inicio cupon		28/04/2016					
7	Cupón (si/no)							
8	Frecuencia		Trimestral	4				
9	Días trans./por trans.		22					
10	TEA		0,08243216	=(1+C2/D3)^D8-1				
11	Amortización		1.250.000,00					
12	Total a pagar							
13	Periodos	Capital	Fecha Inicio	Interés	Amortización	Recuperación	Fecha Vencimiento	Valor presente
14	1	10.000.000,00	28/04/2016	200.000,00	0,00	200.000,00	28/07/2016	196.078,43
15	2	10.000.000,00	28/07/2016	200.000,00	1.250.000,00	1.450.000,00	28/10/2016	1.393.694,73
17	4	6.750.000,00	28/01/2017	175.000,00	1.250.000,00	1.425.000,00	28/04/2017	1.316.479,73
18	5	7.500.000,00	28/04/2017	150.000,00	0,00	150.000,00	28/07/2017	135.859,62
19	6	7.500.000,00	28/07/2017	150.000,00	1.250.000,00	1.400.000,00	28/10/2017	1.243.159,94
20	7	6.250.000,00	28/10/2017	125.000,00	0,00	125.000,00	28/01/2018	108.820,02
21	8	6.250.000,00	28/01/2018	125.000,00	1.250.000,00	1.375.000,00	28/04/2018	1.173.549,26
22	9	5.000.000,00	28/04/2018	100.000,00	0,00	100.000,00	28/07/2018	83.675,53
23	10	5.000.000,00	28/07/2018	100.000,00	1.250.000,00	1.350.000,00	28/10/2018	1.107.470,20
24	11	3.750.000,00	28/10/2018	75.000,00	0,00	75.000,00	28/01/2019	60.319,73
25	12	3.750.000,00	28/01/2019	75.000,00	1.250.000,00	1.325.000,00	28/04/2019	1.044.753,46
26	13	2.500.000,00	28/04/2019	50.000,00	0,00	50.000,00	28/07/2019	38.651,63
27	14	2.500.000,00	28/07/2019	50.000,00	1.250.000,00	1.300.000,00	28/10/2019	935.237,53
28	15	1.250.000,00	28/10/2019	25.000,00	0,00	25.000,00	28/01/2020	18.575,37
29	16	1.250.000,00	28/01/2020	25.000,00	1.250.000,00	1.275.000,00	28/04/2020	928.768,41
30			28/04/2020					
31	Suma			1.800.000,00	10.000.000,00	11.800.000,00		10.000.000,00

Figura 8.22. Tabla en Excel, parte (a)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Monto		10 000 000,00					
2	Tasa fija		8%	anual				
3	Plazo vigente		5	años	1800	días		
4	Fecha de emisión		28/04/2016					
5	Cupón (sí/no)		no					
6	Frecuencia		Trimestral					
7	Intereses: Se calculan trimestralmente			4	trimestres / año			
8	Pagos de capital: en forma semestral			2	semestres / año			
9	ITA		0,085087619	=(1+C2/18)*D8 1				
10	Amortización		1 000 000,00					
11								
12								
13	Periodos	Capital	Fecha Inicio	Interés	Amortización	Recuperación	Fecha Vencimiento	Valor presente
14	1	10 000 000,00	28/04/2016	206.250,00	0,00	206.250,00	28/07/2016	202 082,06
15	2	10 000 000,00	28/07/2016	206.250,00	1.000.000,00	1.206.250,00	28/10/2016	1.157.990,30
16	3	9 000 000,00	28/10/2016	185.625,00	0,00	185.625,00	28/01/2017	174.597,44
17	4	9 000 000,00	28/01/2017	185.625,00	1.000.000,00	1.185.625,00	28/04/2017	1.092.653,70
18	5	8 000 000,00	28/04/2017	165.000,00	0,00	165.000,00	28/07/2017	148.968,56
19	6	8 000 000,00	28/07/2017	165.000,00	1.000.000,00	1.165.000,00	28/10/2017	1.030.691,54
20	7	7 000 000,00	28/10/2017	144.375,00	0,00	144.375,00	28/01/2018	125.149,35
21	8	7 000 000,00	28/01/2018	144.375,00	1.000.000,00	1.144.375,00	28/04/2018	971.938,41
22	9	6 000 000,00	28/04/2018	123.750,00	0,00	123.750,00	28/07/2018	102.979,17
23	10	6 000 000,00	28/07/2018	123.750,00	1.000.000,00	1.123.750,00	28/10/2018	916.236,70
24	11	5 000 000,00	28/10/2018	103.125,00	0,00	103.125,00	28/01/2019	82.382,65
25	12	5 000 000,00	28/01/2019	103.125,00	1.000.000,00	1.103.125,00	28/04/2019	663.436,30
26	13	4 000 000,00	28/04/2019	82.500,00	0,00	82.500,00	28/07/2019	63.269,34
27	14	4 000 000,00	28/07/2019	82.500,00	1.000.000,00	1.082.500,00	28/10/2019	813.394,21
28	15	3 000 000,00	28/10/2019	61.875,00	0,00	61.875,00	28/01/2020	45.553,55
29	16	3 000 000,00	28/01/2020	61.875,00	1.000.000,00	1.061.875,00	28/04/2020	765.974,24
30	17	2 000 000,00	28/04/2020	41.250,00	0,00	41.250,00	28/07/2020	29.154,02
31	18	2 000 000,00	28/07/2020	41.250,00	1.000.000,00	1.041.250,00	28/10/2020	721.046,67
32	19	1 000 000,00	28/10/2020	20.625,00	0,00	20.625,00	28/01/2021	13.993,61
33	20	1 000 000,00	28/01/2021	20.625,00	1.000.000,00	1.020.625,00	28/04/2021	678.481,98
34			28/04/2021					
35								
36	Suma			2 268.750,00	10 000.000,00	12 268.750,00		10 000.000,00

Figura 8.23. Tabla en Excel, parte (b)

Fórmulas utilizadas figura 8.22:

En D14, = B14 \* \$ C\$ 2/\$ D\$ 8; en E14,

= SI(ES.PAR(A14); \$ C\$ 11; 0); en F14,

= D14 + E14; en H14,

= F14 \* (1 + \$ C\$ 10)^(-A14 \* 90/360)

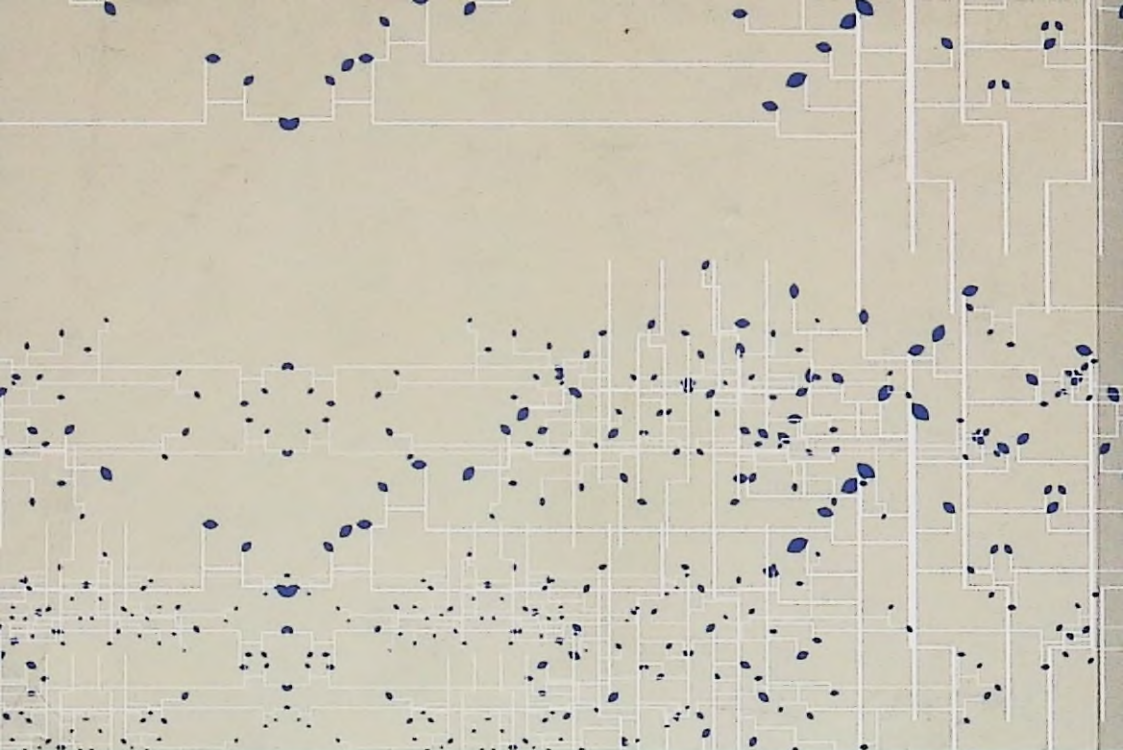
Fórmulas utilizadas figura 8.23:

En D14, = B14 \* \$ C\$ 2/\$ D\$ 8; en E14,

= SI(ES.PAR(A14); \$ C\$ 11; 0); en F14,

= D14 + E14; en H14,

= F14 \* (1 + \$ C\$ 10)^(-A14 \* 90/360)



*Matemáticas financieras 5ta edición*

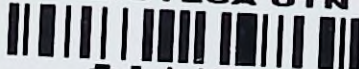
aborda los conceptos básicos a través de ejercicios, problemas y autoevaluaciones. Así estudiantes y profesionales encontrarán una herramienta fundamental para adquirir destreza en la solución de casos de cálculo financiero y su aplicación en Microsoft Excel.

Para explicar los conceptos y las diferentes aplicaciones de las matemáticas en el medio financiero y comercial, cada capítulo inicia con actividades introductorias que

preparan al lector para el desarrollo de nuevos conceptos, complementando el desarrollo temático con acciones de ejercitación, autoevaluación y repaso.

La quinta edición de *Matemática financieras* incluye la actualización y ampliación de los temas tratados, e incorpora aplicaciones en Microsoft Excel, haciendo énfasis en la función Buscar Objetivo, herramienta que facilita el cálculo de variables, que anteriormente se resolvían mediante "la prueba y el error".

BIBLIOTECA UTN



064431